

PRODUKTIONSFUNKTIONEN DER ÖSTER-

REICHISCHEN INDUSTRIE

von Anton Rainer

Forschungsbericht Nr. 88

Februar 1974

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Verzeichnis der Industriezweige	
Abkürzungen	
EINLEITUNG	1
I. DIE PRODUKTIONSMÖGLICHKEITENMENGE	2
II. DER BEGRIFF DER PRODUKTIONSFUNKTION	5
II. 1 Die Ableitung der Produktionsfunktion aus der Produktionsmöglichkeitenmenge	5
II. 2 Die Produktionsfaktoren	6
II. 3 Probleme der Aggregation	8
II. 4 Partielle Faktorvariation - Grenz- produktivitäten	11
II. 5 Skalenerträge - Homogenität	11
II. 6 Substitution	14
II. 7 Technischer Fortschritt	17
III. DIE CES-PRODUKTIONSFUNKTION	20
III. 1 Grundlegendes	20
III. 2 Ableitung der CES-Funktion	20
III. 3 Die Parameter der CES-Funktion	22
III. 4 Spezialfälle	24
III. 5 Schätzung von CES-Funktionen	39
IV. VES-PRODUKTIONSFUNKTIONEN	49
IV. 1 Grundlegendes	49
IV. 2 Verschiedene Arten von VES-Funktionen	49
V. ERGEBNISSE DER SCHÄTZUNG FÜR DIE ÖSTERREICHISCHE INDUSTRIE	56
V. 1 Varianten und verwendete Daten	56
V. 2 Geschätzte und dargestellte Funktionen	57
LITERATURVERZEICHNIS	154
Summary	157

VERZEICHNIS DER INDUSTRIEZWEIGE =====

BE	Bergwerke und Eisenerzeugung
NE	Nichteisenmetalle
1	Metallgewinnung
EO	Erdöl
CH	Chemie
2	Erdöl/Chemie
KE	Keramische Industrie
GL	Glasindustrie
3	Keramik/Glas
PE	Papierherzeugung
PV	Papierverarbeitung
HV	Holzverarbeitung
4	Papier/Holz
NG	Nahrungs- und Genußmittel
LE	Lederherzeugung
LV	Lederverarbeitung
5	Leder
GI	Gießereien
MA	Maschinen-, Stahl- und Eisenbau
FZ	Fahrzeugindustrie
MW	Eisen- und Metallwaren
6	Metallverarbeitung
EL	Elektroindustrie
TX	Textilindustrie (Textilien)
BK	Bekleidung
7	Textil/Bekleidung (Textilindustrie i.w.S.)
IND	Industrie insgesamt

A B K Ü R Z U N G E N

=====

B	Beschäftigtenzahl
CD	Cobb-Douglas-Funktion
CES	Constant elasticity of substitution
DW	Durbin-Watson-Koeffizient
E	realer Energieeinsatz
IHS	Institut für Höhere Studien
K	realer Kapitalstock
L	reale Lohn- und Gehaltssumme
M	Kapazität (real)
N	tatsächliche Nettoproduktion real
ÖStZA	Österreichisches Statistisches Zentralamt
R^2	multipler Korrelationskoeffizient
SCD	Semi-Cobb-Douglas-Funktion (mit nur einem Produktionsfaktor)
VES	Variable elasticity of substitution
WIFO	Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung

Einleitung
=====

Die Produktionstheorie spielt sowohl in der Mikro- als auch in der Makroökonomie eine bedeutende Rolle für die Erklärung des Güterangebots bzw. der Nachfrage nach Produktionsfaktoren (Arbeit, Investitionsgüter). Wir treffen sie auf jedem Aggregationsgrad, sei es in makroökonomischen Modellen, in Input-Output-Modellen oder in der Betriebswirtschaftslehre.

Vorliegende Arbeit soll im ersten Teil eine Übersicht über die neuere Produktionstheorie geben, wobei hauptsächlich die in der Literatur vorherrschende Theorie der homogenen Produktionsfunktionen betrachtet wird. Ausgehend vom Konzept der Produktionsmöglichkeitenmenge wird der Begriff der Produktionsfunktion abgeleitet. Diese Produktionsfunktion wird dann von verschiedenen Gesichtspunkten aus betrachtet (Substitution, Skalenerträge usw.). Anschließend daran werden verschiedene Typen von Funktionen dargestellt und die Zusammenhänge zwischen ihnen erläutert. Da sich über dieses Thema schon eine Menge von Literatur angesammelt hat, habe ich diesen Teil der Arbeit eher kurz gefaßt.

Das Hauptaugenmerk liegt vielmehr auf der Verifizierung der Theorie bzw. der verschiedenen Typen von Produktionsfunktionen anhand der Daten der österreichischen Industrie. Zu diesem Zweck wurden die verschiedenen Funktionen für 19 Industriezweige, 7 daraus aggregierten Branchen und die Gesamtindustrie ökonometrisch geschätzt und die errechneten Koeffizienten mit den von der Theorie vorgegebenen verglichen. Dies geschah auf zwei Arten. Einmal wurden Strömungsgrößen, einmal Bestandsgrößen zugrundegelegt.

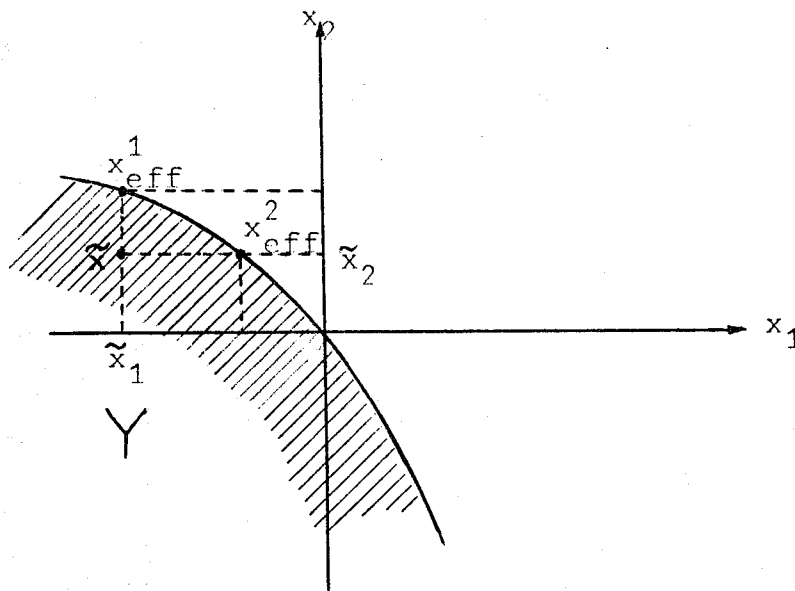
Alle Berechnungen wurden auf der Rechenanlage IBM 1620/II des Instituts für Höhere Studien und Wissenschaftliche Forschung, Wien, vorgenommen.

I. Die Produktionsmöglichkeitenmenge =====

Kelvin Lancaster¹⁾ bringt - wie mir scheint - eine sehr allgemeine mengentheoretische Darstellung von Produktionsvorgängen innerhalb einer Produktionseinheit. Allerdings handelt es sich dabei um eine statische Darstellung, d. h. Probleme des technischen Fortschritts werden ausgeklammert.

Es wird angenommen, es gebe n verschiedene Güter im weitesten Sinne (dazu zählen auch z.B. mögliche Arbeitsstundenleistungen verschiedener Qualität). Die Produktionsmöglichkeitenmenge²⁾ ist nun die Menge aller möglichen Nettooutputvektoren der Wirtschaft oder eines einzelnen Betriebes ohne Ressourcenbeschränkung. Ein Nettooutputvektor ist ein n -dimensionaler Vektor, dessen Komponenten positiv sind, wenn sie Outputs bedeuten, und negativ, wenn sie für Faktoreinsätze stehen. Für Güter, die für ein gewisses Verfahren nicht in Betracht kommen (weder als Einsatz noch als Ausstoß) stehen im Nettooutputvektor Nullkomponenten.

Graphische Darstellung für $n = 2$:



¹⁾ vgl. K. Lancaster: Mathematical Economics, New York 1968, S 101 ff., S 135 ff. und S 150

²⁾ engl.: production set, producible set, attainable set oder transformation set

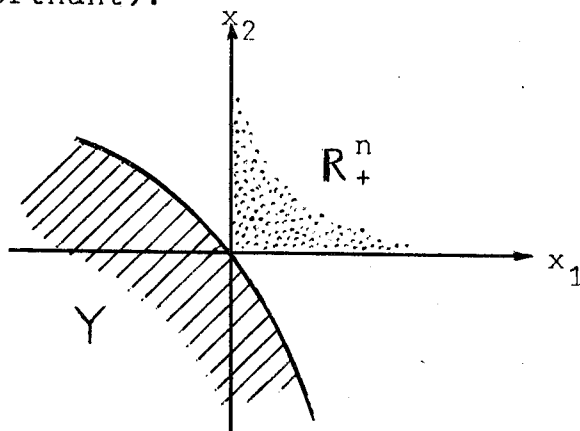
Der Vektor $\tilde{x}$ ist ein erreichbarer Nettooutputvektor, wobei $\tilde{x}_1$ vom Gut x_1 eingesetzt und eine Menge $\tilde{x}_2$ des anderen Gutes (x_2) erzeugt wird. Wir sehen dabei gleich, daß bei diesem speziellen Produktionsvorgang suboptimal vorgegangen wird, da bei gleichem Einsatz von x_1 mehr von x_2 erzeugt werden könnte bzw. die Menge x_2 des zweiten Gutes durch weniger Einsatz des ersten Gutes erreicht werden könnte. Jene Punkte, bei denen der maximale Output bei bestimmtem Einsatz bzw. ein bestimmter Ausstoß mit minimalem Einsatz erzeugt wird, werden als effiziente Punkte¹⁾ (x_1^{eff} , x_2^{eff}) bezeichnet.

Zweckmäßigerweise wird man die Form der Produktionsmöglichkeitenmenge durch einige Annahmen näher präzisieren. Folgende drei Annahmen sind recht plausibel²⁾:

1) Es ist unmöglich, irgendeinen positiven Betrag eines Gutes zu erzeugen, ohne daß etwas eingesetzt wird.

$$Y \cap R_+^n = \{0\}$$

R_+^n ist der Teil des n-dimensionalen euklidischen Raumes, der nur Vektoren enthält, deren Komponenten alle größer oder gleich Null sind (= geschlossener positiver Orthant).



Die Mengen R_+^n und Y haben nur den Nullpunkt gemeinsam.

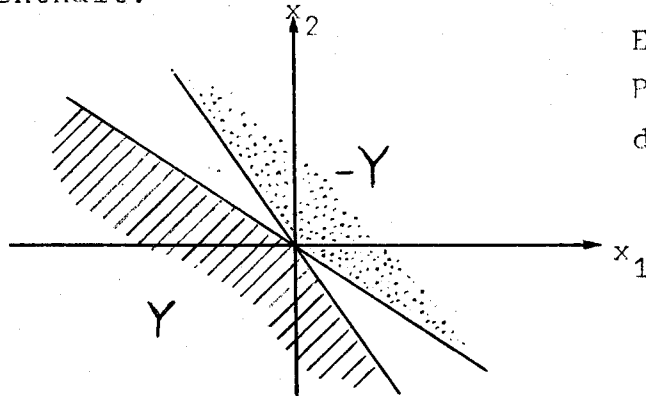
2) Die Produktionsprozesse sind nicht umkehrbar, d.h. zu keinem Produktionsprozeß gibt es einen gegenläufigen, durch den bei Einsatz der Ausbringung des ersten Prozesses gleich viel oder gar mehr im Vergleich zum ursprünglichen Einsatz produziert werden kann.

1) Alle Punkte am rechtsoberen Rand von Y sind effiziente Punkte.

2) vgl. K. Lancaster: a.a.O., S 102

$$Y \cap -Y = \{0\}$$

$-Y = \{x: x = -y, y \in Y\}$ ist jene Menge, die alle Vektoren von Y jedoch mit umgekehrten Vorzeichen der Komponenten enthält.



Einzigster gemeinsamer Punkt von Y und $-Y$ ist der Nullpunkt.

3) Nicht effiziente Produktion (engl.: wasteful production) ist zugelassen.

$$y \in Y \text{ und } y' \leq y \quad y' \in Y$$

$y' \leq y$ bedeutet, daß alle Komponenten von y' kleiner oder gleich den Komponenten von y sind.

In der allgemeinen Gleichgewichtstheorie werden noch weitere Annahmen bezüglich Y getroffen (Konvexität, Abgeschlossenheit), jedoch geschieht dies weniger aus Gründen der Plausibilität, sondern eher dazu, die Existenz eines Gleichgewichtes in einer Wirtschaft zu beweisen.

II. Der Begriff der Produktionsfunktion =====

1) Die Ableitung der Produktionsfunktion aus der Produktionsmöglichkeitenmenge

Unter einer Produktionsfunktion verstehen wir eine Abbildung aller effizienten (und nur der effizienten) Punkte der Produktionsmöglichkeitenmenge auf den Nullpunkt¹⁾.

Formal kann man das folgendermaßen darstellen:

$$G(y) = G(y_1, \dots, y_n) = 0,$$

wobei natürlich die verschiedenen Komponenten y_i entweder Einsatz- oder Ausbringungsmengen der betreffenden Güterart sein können.

Die obige Funktion kann - und wird meistens auch - als explizite Funktion angeschrieben werden. Zu diesem Zweck wollen wir die Komponenten, die für Einsatzmengen stehen (also diejenigen y_i , die negativ sind) in x_i umbenennen, wobei $x_i = -y_i$.

Wir haben dann folgende Bezeichnung:

$$(y_1, \dots, y_l) = F(x_1, \dots, x_m)$$

oder in Vektorenschreibweise:

$$y = F(x),$$

wobei man y als Outputvektor (=Produkt- oder Ertragsvektor) und x als Inputvektor (=Faktor- oder Aufwandsvektor) bezeichnet²⁾.

Die Produktionsfunktion ist also eine Beziehung zwischen Inputs und Outputs, wobei bestimmten Mengen von Einsatzfaktoren die Ausbringungsmengen zugeordnet werden, die maximal erreichbar sind.

1) Solche Funktionen nennt man implizite Funktionen.

2) vgl. W. Eichhorn: Theorie der homogenen Produktionsfunktion, Berlin-Heidelberg-New York 1970

2) Die Produktionsfaktoren

Als Produktionsfaktoren werden diejenigen materiellen und immateriellen Güter bezeichnet, deren Einsatz zur Produktion anderer wirtschaftlicher Güter aus wirtschaftlichen und technischen Gründen notwendig ist¹⁾.

Je nach Theorie gibt es in der Volkswirtschaftslehre verschiedene Einteilungen für Produktionsfaktoren. Die heute gängigste Klassifikation gliedert in drei Faktoren: Arbeit, Boden (originäre Faktoren) und Kapital (derivative Faktoren). Allerdings wird in den meisten neueren Theorien und empirischen Untersuchungen der Faktor Boden vernachlässigt. Auch in der vorliegenden Arbeit soll von diesem Faktor abgesehen werden, da er in der Industrieproduktion kaum ins Gewicht fallen dürfte.

In der Betriebswirtschaftslehre ist die Einteilung von Gutenberg²⁾ die bekannteste, wonach die Faktoren folgendermaßen gegliedert werden:

- a) Elementarfaktoren
 - (1) menschliche Arbeit
 - (2) Betriebsmittel
 - (3) Werkstoffe
- b) Dispositive Faktoren
 - (1) Betriebs- und Geschäftsleitung
 - (2) Planung
 - (3) Organisation

Wenn man annimmt, daß die dispositiven Faktoren nicht als Argumente in die Produktionsfunktion eingehen, sondern in der Funktionsart selbst zum Ausdruck kommen (was bei Schätzungen mit aggregierten Daten ohne weiteres vertretbar ist) und wenn außerdem nur die Wertschöpfung (d.h. Produktion abzüglich Werkstoffe, beide bewertet zu ihren jeweiligen Preisen) geschätzt wird, bleiben als Argumente der Produktionsfunktion nur mehr die menschliche Arbeit und die Betriebsmittel (= Kapital), womit die Verbindung zur oben beschriebenen volkswirtschaftlichen Klassifikation hergestellt wäre.

¹⁾ vgl. Dr. Gablers Wirtschaftslexikon, 2. Band, S 733

²⁾ vgl. E. Gutenberg: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre Band 1: Die Produktion, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1965

Ob und unter welchen Bedingungen die verschiedenen Arten des Kapitals und der Arbeit zu einer Größe aggregiert werden können, soll im folgenden Kapitel erläutert werden.

Zur Messung der Produktionsfaktoren können zwei Konzepte¹⁾ herangezogen werden. In einem Fall geht man vom Leistungspotential aus, das während einer Periode zur Verfügung stand. Als Repräsentanten wurden in der empirischen Analyse die Zahl der unselbständig Beschäftigten für den Faktor Arbeit und der Kapitalstock²⁾ für den Faktor Kapital verwendet.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, von der Leistungsabgabe auszugehen, d.h. nicht die Produktionsmittel selbst, sondern ihre spezifischen Verrichtungen werden als Faktor aufgefaßt. Für diesen Teil der empirischen Arbeit wählte ich den Energieaufwand als Maß für die Leistungsabgabe des Kapitals und die Lohn- und Gehaltssumme als Größe für den Arbeitseinsatz. Alle Größen wurden mit entsprechenden Indizes deflationiert, um Preisschwankungen nach Möglichkeit auszuschließen.

Natürlich können diese verschieden definierten Faktoren nicht mit ein und derselben Outputgröße verknüpft werden. Ich wählte daher bei jenem Teil der Arbeit, in dem die Faktoren als Bestandsgrößen (Leistungspotential) aufgefaßt werden, als erklärte Variable den möglichen (Maximal-)Output³⁾, während ich bei der Analyse mit Strömungsgrößen (Leistungsabgabe) den tatsächlichen Output zugrundelegte.

1) vgl. G. Lassmann: Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentheorie, Opladen 1958, S 22 f.

2) Bei der Errechnung der Kapitalstockreihen wurde von den vom Institut für Wirtschaftsforschung für 1964 errechneten Kapital-Output-Koeffizienten ausgegangen. Aus den erhaltenen Zahlen wurden dann unter Zuhilfenahme der Bruttoinvestitionsreihen und unter Annahme einer 4%-igen Abschreibungsquote die Kapitalstockdaten für alle anderen Jahre berechnet.

3) $\text{Maximaloutput} = \text{tatsächlicher Output} / \text{Kapazitätsauslastung}$

3) Probleme der Aggregation

a) Aggregation über mehrere Faktoren

Die allgemeine Produktionsfunktion eines einzelnen Betriebes hat folgende Form (implizite Schreibweise):

$$g(y_1, \dots, y_k; x_1, \dots, x_l; k_1, \dots, k_m; l_1, \dots, l_n) = 0,$$

wobei die Argumente wie folgt zu interpretieren sind:

y_q = Output von Gut q

x_r = Input von Gut r (körperlich in das Erzeugnis eingehende Inputs = Werkstoffe)

k_s = verwendetes Kapital von der Art s

l_t = aufgewendete Arbeit vom Typ t .

Die obige Funktion ist teilweise sogar für theoretische Aussagen, besonders jedoch für empirische Arbeiten¹⁾ zu kompliziert. Man versucht daher, sie zu vereinfachen.

Die erste Vereinfachung erfolgt dadurch, daß man die Größen y_q und x_r zu einer Wertschöpfungsvariablen zusammenfaßt:

$$V = \sum_{q=1}^k p_q y_q - \sum_{r=1}^l p_r x_r \quad (p_h \dots \text{fixe Preise}).$$

Daraus ergibt sich folgende Funktionsform:

$$V = f_+(k_1, \dots, k_m; l_1, \dots, l_n).$$

Zur weiteren Vereinfachung versucht man, die verschiedenen Arten von Kapital und Arbeit zu je einer Größe zusammenzufassen, d.h.

$$V = f(k, l)$$

wobei $k = k(k_1, \dots, k_m)$

und $l = l(l_1, \dots, l_n)$.

Eine solche Zusammenfassung (Aggregation) ist jedoch nur dann konsistent²⁾, wenn die Grenzrate der Substitution zwischen zwei beliebigen Arten von Arbeit³⁾ (Kapital) unabhängig von jeder Art von Kapital (Arbeit) ist (vorausgesetzt, die üblichen Be-

1) Äußerst differenziertes und daher umfangreiches Datenmaterial wäre erforderlich.

2) Konsistente Aggregation heißt, daß eine Analyse mit den aggregierten Daten zu den gleichen Ergebnissen führt wie eine Untersuchung unter Verwendung von nicht zusammengefaßten Größen.

3) $= \frac{\partial f}{\partial l_i} / \frac{\partial f}{\partial l_j}$

dingungen über erste und zweite Ableitungen sind gegeben)¹⁾. Es ist natürlich schwer festzustellen, inwieweit diese Bedingungen für empirische betriebliche Produktionsfunktionen zutreffen.

b) Aggregation über mehrere Betriebe

Nehmen wir an, wir hätten n Betriebe mit den Produktionsfunktionen

$$V_i = f_i(K_i, L_i)^{2)} \quad i = 1, \dots, n$$

in einer Branche oder Volkswirtschaft.

Die gesamte Wertschöpfung ist dann

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n f_i(K_i, L_i) = \\ &= F_+(K_1, \dots, K_n; L_1, \dots, L_n). \end{aligned}$$

Die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, daß stattdessen

$$\begin{aligned} V &= F(K, L), \\ \text{wobei } K &= K(K_1, \dots, K_n) \\ \text{und } L &= L(L_1, \dots, L_n), \end{aligned}$$

geschrieben werden kann, ist analog den oben angegebenen, nämlich

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_+}{\partial K_i} / \frac{\partial F_+}{\partial K_j} &= k_{ij}(K_1, \dots, K_n) \\ \text{und } \frac{\partial F_+}{\partial L_i} / \frac{\partial F_+}{\partial L_j} &= l_{ij}(L_1, \dots, L_n) \quad \text{für alle } i, j. \end{aligned}$$

Diese Bedingungen ³⁾ sind leider sehr restriktiv. Man kann leicht zeigen, daß sie weder von der Cobb-Douglas- noch von der CES-Funktion erfüllt werden. Es bedarf ziemlich stringenter Bedingungen über die Produktionsverhältnisse ⁴⁾, um die Voraussetzungen für eine konsistente Aggregation über mehrere Betriebe abzuschwächen.

¹⁾ vgl. H.A.J. Green: Aggregation in Economic Analysis, Princeton, New Jersey 1964, Theorem 1, S 12 ff.

²⁾ K_i und L_i sind gleichbedeutend mit k und l des i -ten Betriebes.

³⁾ = additive Separabilität

⁴⁾ z.B. effiziente Verteilung der Faktoren auf die Betriebe

Es ist jedoch durchaus denkbar, daß gerade durch die Aggregation von mehreren betrieblichen Produktionsfunktionen vom Leontieff-Typ (Produktionsfunktionen vom Typ B bei Gutenberg) eine Produktionsbeziehung entsteht, die der Cobb-Douglas- oder der CES-Funktion ähnlich ist.¹⁾ Hier ergibt sich allerdings das Problem, festzustellen, für welchen Aggregationsgrad dies zutrifft.

Der sinnvollste Weg, das Aggregationsproblem zu bewältigen, wäre meiner Meinung nach der, eine bestimmte Verteilung der Produktionsfaktoren über die Betriebe mit verschiedenen Produktionsprozessen anzunehmen²⁾. Die Sache hat jedoch den Nachteil, daß daraus zum Teil recht komplizierte Makroproduktionsfunktionen resultieren.

Im empirischen Teil der Arbeit kommt das Aggregationsproblem insofern zum Tragen, als ich sowohl die Produktionsfunktionen einzelner Industriezweige als auch die daraus zusammengefaßter Aggregate und der gesamten Industrie geschätzt habe. Daraus wird ziemlich deutlich, daß die Annahme, es werde bezüglich der Aggregation schon alles gutgehen (wie sie in den meisten Abhandlungen über Produktionsfunktionen implizit enthalten ist), nicht zutrifft.

Bei den folgenden Kapiteln ist jeweils aus dem Zusammenhang heraus zu erkennen, ob von der Produktionsfunktion eines einzelnen Betriebes oder der einer gesamten Branche oder Volkswirtschaft die Rede ist.

1) vgl. W. Krelle: Produktionstheorie, Tübingen 1969, S 40 f.

2) vgl. L. Johansen: Production Functions - An Integration of Micro and Macro, Short Run and Long Run Aspects, Amsterdam, London 1972, S 28 ff.

4) Partielle Faktorvariation - Grenzproduktivitäten

Betrachten wir eine skalarwertige Produktionsfunktion

$$y = F(x) = F(x_1, \dots, x_m).$$

Nun ist es sicher sehr interessant, wie sich der Output y verändert, wenn man einen Faktor mengenmäßig variiert und dabei alle anderen Faktoren konstant hält. Eichhorn bezeichnet diesen Vorgang als partielle Faktorvariation¹⁾.

Wenn wir eine differenzierbare Produktionsfunktion annehmen, können wir die partiellen Ableitungen bilden, die man als Grenzproduktivität des entsprechenden Faktors (d.h. desjenigen Faktors, nach dem abgeleitet wurde) bezeichnet.

$$GP = \frac{\partial y}{\partial x_j} = \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_j} = \text{Grenzproduktivität des } j\text{-ten Faktors}$$

In ökonomischen Modellen wird meistens angenommen, daß die Grenzproduktivität für alle Faktoren positiv und abnehmend ist, jedoch dürfte es realistischer sein, anzunehmen, daß die Grenzproduktivitäten zuerst steigen und ab einem bestimmten Faktoreinsatz fallen. Das ergibt dann den bekannten S-förmigen Verlauf der Ertragsfunktion bezüglich eines einzelnen Faktors.

5) Skalenerträge - Homogenität

Eine weitere interessante Frage ist: Was passiert, wenn man die Betriebsgröße ändert? Die Betriebsgröße ändern bedeutet, nicht nur wie oben einen Produktionsfaktor allein zu verändern, sondern alle Einsatzmengen gleichzeitig zu vermehren oder zu vermindern²⁾.

Die sogenannten "Skalenerträge"³⁾ beschreiben die Auswirkung einer gleichmäßigen Änderung aller Inputs auf die Ausbringung.

1) vgl. W. Eichhorn: a.a.O., S 5

2) Eichhorn bezeichnet eine solche Veränderung als Niveauvariation (S 5)

3) = Erträge der Betriebsgröße, engl.: returns to scale

Man spricht von steigenden (konstanten, fallenden) Skalenerträgen, wenn bei einer gleichmäßigen Erhöhung aller Einsatzmengen die Ausbringung überproportional (proportional, unterproportional) steigt. Für alle drei Möglichkeiten gibt es zahlreiche Argumente, die im folgenden nur beispielhaft angeführt werden sollen.

Als Begründung für steigende Skalenerträge könnte man z. B. die sogenannte 0,6-Faktor-Regel¹⁾ anführen. Der Name kommt daher, daß bei Behältern die Kapazität annähernd proportional zum Inhalt ist, die Kosten jedoch mehr mit der Oberfläche (Mantel) des Behälters korreliert sind. Wenn man ein würfelförmiges Gefäß annimmt, so bedingt eine k -fache Zunahme des Inhalts (Kapazität) nur eine ungefähr $k^{0,6}$ -fache Zunahme der Oberfläche (Kosten). Dieses Phänomen spielt eine besondere Rolle in der Lagerung und bei Industriezweigen mit einem besonders hohen Verbrauch von Wärmeenergie (z.B. Chemie). Als weitere Gründe für steigende Skalenerträge können die Unteilbarkeit der Produktionsmittel (Kleinbetriebe können oft einen Teil ihres Produktionsapparates nicht ausnützen.) und die Möglichkeit der verstärkten Arbeitsteilung in größeren Betrieben genannt werden. Außerdem können Vorkehrungen gegen zufällige Ereignisse (z.B. Reparaturen) bei Großbetrieben effizienter gestaltet werden, da dort eher das Gesetz der großen Zahlen zum Tragen kommt.

Für fallende Skalenerträge spricht, daß Betriebe mit steigender Ausdehnung oft schwerfälliger und schwer überschaubar werden. Williamson²⁾ zeigt, daß bei einem hierarchisch strukturierten Betrieb die Kosten der Organisation unter bestimmten Annahmen stärker steigen als der Output. Schließlich und endlich können sinkende Erträge der Betriebsgröße dadurch zustandekommen, daß man in der Produktionsfunktion nicht alle Faktoren berücksichtigt.

¹⁾ vgl. Beilage Nr. 68 zu den Monatsberichten des Österreichischen Instituts für Wirtschaftsforschung: Betriebsgröße und Produktionswert, Wien 1961

²⁾ vgl. O. Williamson: Corporate Control and Business Behavior - An Inquiry into the Effects of Organisation Form on Enterprise Behavior, Englewood Cliffs 1970

Die naheliegendste Form der Produktionsfunktion ist jene mit konstanten Skalenerträgen. Manchmal wird sogar die Behauptung aufgestellt, daß bei Berücksichtigung aller Faktoren diese Form die einzig richtige sei. Mag man dazu stehen, wie man will; auf jeden Fall sind konstante Skalenerträge mathematisch leichter zu behandeln und ergeben häufig eine genügend gute Annäherung der wahren Beziehung.

Wegen der Vielzahl von gegensätzlichen Argumenten nehmen viele Autoren an, daß die Produktionsfunktion wechselnde Skalenerträge aufweist, und zwar sollen sie bis zu einem bestimmten Punkt steigend und später fallend sein (eventuell mit einem linearen Abschnitt dazwischen). Es handelt sich dann um die sogenannte S-förmige Funktion.

Mathematisch entspricht dem Konzept der Skalenerträge die Eigenschaft der Homogenität der Produktionsfunktion. Eine Funktion F ist homogen vom Grad k , wenn für alle $\lambda \in \mathbb{R}_+$ gilt:

$$F(\lambda x_1, \dots, \lambda x_m) = \lambda^k F(x_1, \dots, x_m)$$

oder in Vektorenschreibweise

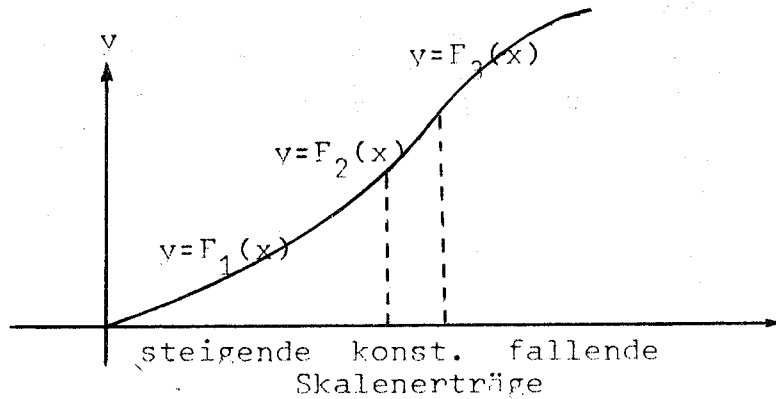
$$F(\lambda x) = \lambda^k F(x).$$

Angewendet auf eine Produktionsfunktion heißt das, daß eine λ -fache Erhöhung aller Inputs eine λ^k -fache Erhöhung der Ausbringung bedeutet. Die Skalenerträge sind steigend (konstant, fallend), wenn k größer als (gleich, kleiner als) 1 ist.

Um eine S-förmige Produktionsfunktion darzustellen, reicht eine gewöhnliche homogene Funktion nicht aus. Eine mögliche Alternative wäre, die Funktion in mehrere Funktionen für verschiedene Bereiche zu zerlegen, wie es in folgender Abbildung dargestellt ist.

Grad der Homogenität der Funktionen F_i :

F_1 :	$k > 1$
F_2 :	$k = 1$
F_3 :	$k < 1$



Eine zweite Möglichkeit besteht darin, auf sogenannte homothetische Funktionen umzusteigen¹⁾. Eine Produktionsfunktion g heißt homothetisch, wenn

$$g(x) = h(f(x)),$$

wobei folgende Bedingungen erfüllt sein müssen:

- (1) f ist eine homogene skalarwertige Funktion
- (2) h ist eine streng monoton wachsende Funktion, wobei $h(0) = 0$ und $h(t) \rightarrow \infty$ für $t \rightarrow \infty$.

Zum Schluß wäre noch zu bemerken, daß der "Skalenfaktor" (= Grad der Homogenität) bei aggregierten Produktionsfunktionen nicht besonders aussagekräftig ist. Im Aggregat kann nämlich die Produktion trotz sinkender Skalenerträge bei vermehrtem Faktoreinsatz überproportional steigen, wenn nicht die bestehenden Betriebe erweitert werden, sondern eine neue, produktivere Produktionsstätte errichtet wird. Die Skalenelastizität ist deshalb bei aggregierten Produktionsfunktionen nur für eine gleichmäßige Erweiterung der bestehenden Betriebe aussagekräftig.

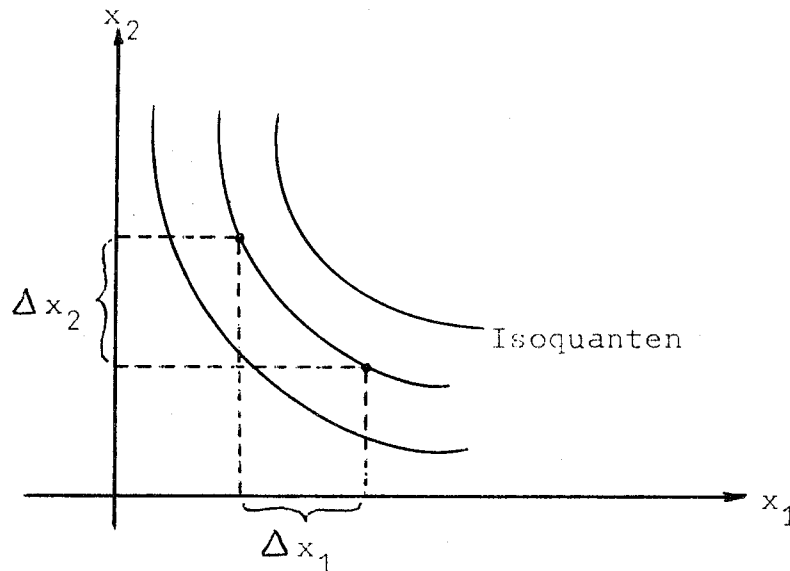
6) Substitution

Eine weitere wichtige Frage bei der Produktion von Gütern ist, ob und wie leicht es möglich ist, einen Produktionsfaktor durch einen anderen zu ersetzen. Um diese Frage zu beantworten, ist es notwendig, die Form der Isoquanten zu beobachten. Eine Isoquante ist die Menge aller effizienten Faktorkombinationen, die die Herstellung einer fest vorgegebenen Ausbringungsmenge ermöglichen²⁾.

¹⁾ vgl. W. Eichhorn: a.a.O., S 99

²⁾ Anschaulich sind Isoquanten "Höhenschichtlinien" des sogenannten Ertragsgebirges.

Folgende Zeichnung soll dieses Problem illustrieren:



Um Δx_1 des ersten Faktors einzusparen, muß um Δx_2 mehr vom zweiten Faktor eingesetzt werden und umgekehrt.

Wir wollen nun ein Maß für die Substitutionsmöglichkeiten ableiten. Wenn wir annehmen, daß die Produktionsfunktion $V = F(K, L)$ eine stetige differenzierbare Funktion ist, gilt folgendes:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial L} dL + \frac{\partial V}{\partial K} dK.$$

Da wir auf einer bestimmten Isoquante bleiben wollen (d.h. die Ausbringung soll unverändert bleiben), können wir $dV = 0$ setzen. Es ergibt sich also:

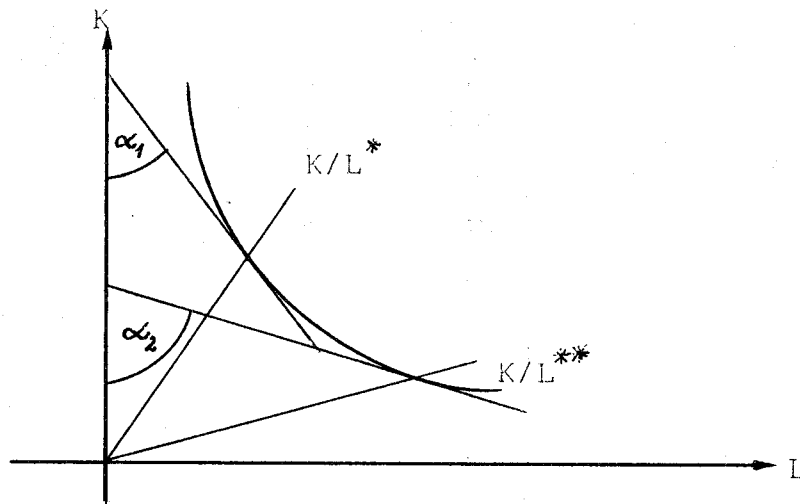
$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial K} dK &= -\frac{\partial V}{\partial L} dL \text{ bzw.} \\ \frac{dK}{dL} &= -\frac{\partial V / \partial L}{\partial V / \partial K} \end{aligned}$$

Multiplizieren wir dK/dL mit -1 , so ergibt sich daraus die sogenannte Grenzrate der Substitution

$$R = \frac{\partial V / \partial L}{\partial V / \partial K}.$$

Diese gibt an, um wieviel K erhöht werden muß, um eine Verringerung von L auszugleichen (nur für infinitesimale Änderungen),

wobei der Output unverändert bleiben soll.



Zeichnerisch wird die Grenzrate der Substitution durch die Neigung (α) der Tangente an einem Punkt einer Isoquante dargestellt. Wie man sieht, hat dieses Substitutionsmaß den Nachteil, mit der Kapitalintensität (K/L) zu variieren (außer bei linearen Produktionsfunktionen).¹⁾

Es war daher zweckmäßig, ein anderes Maß für die Substitution einzuführen, das für sich allein schon sehr aussagekräftig ist (unabhängig davon, an welchem Punkt man es betrachtet). Hiefür erwies sich die sogenannte Substitutionselastizität als günstig. Sie ist definiert durch das Verhältnis zwischen der Veränderung der Kapitalintensität und der Veränderung der Grenzrate der Substitution:

$$\sigma = \frac{\frac{dL}{L}}{\frac{dK}{K}} : \frac{dR}{R} = \frac{\frac{dL}{L}}{\frac{dK}{K}} : \frac{d\left(\frac{\partial V / \partial L}{\partial V / \partial K}\right)}{\frac{\partial V / \partial L}{\partial V / \partial K}}$$

Sie gibt also an, wie sich bei einer Veränderung des Verhältnisses der Faktorgrenzproduktivitäten das Verhältnis der Einsatzmengen ändert. Damit ist sie ein Maß für die Stärke der Krümmung der Isoquanten, und zwar ist sie umso kleiner, je stärker die Isoquanten gekrümmt sind.

¹⁾ Die Grenzrate der Substitution ist nur in Verbindung mit der Angabe einer bestimmten Kapitalintensität sinnvoll.

7) Technischer Fortschritt

Es ist unwahrscheinlich, daß die technischen Beziehungen zwischen Inputs und Outputs über die Zeit unverändert bleiben. Es ist daher notwendig, vom bisherigen statischen Modell abzugehen und eine dynamische Produktionsfunktion zu verwenden, die den technischen Fortschritt berücksichtigt:

$$V(t) = F(K(t), L(t), t) \quad t = \text{Zeit}$$

Die ökonomische Theorie unterscheidet mehrere Arten des technischen Fortschritts:

a) Gebundener technischer Fortschritt¹⁾

Dieses Konzept beruht auf der Überlegung, daß der technische Fortschritt vor allem auf der höheren Qualität der Produktionsfaktoren beruht, die neu in den Produktionsprozeß eintreten (Der Fortschritt ist in diesen Faktoren verkörpert.). Je nachdem, ob er auf Arbeit oder Kapital zurückgeht, spricht man von arbeits- bzw. kapitalgebundenem technischen Fortschritt. Diese Annahme führt dazu, daß die Produktionsfaktoren nicht mehr als homogen angesehen werden, sondern aus verschiedenen Güteklassen zusammengesetzt sind. Dem tragen die sogenannten Vintage-Modelle Rechnung.

b) Ungebundener technischer Fortschritt

Hier wird angenommen, daß die erhöhte Ausbringung bei gleichem Faktoreinsatz auf eine gleichmäßige Qualitätsverbesserung aller Faktoren zurückzuführen bzw. überhaupt vom Faktoreinsatz unabhängig ist²⁾. Beim ungebundenen technischen Fortschritt kann man wieder weiter unterscheiden in neutralen und nicht neutralen Fortschritt. Neutral bedeutet in diesem Zusammenhang, daß bei zeitlicher Konstanz einer wichtigen ökonomischen Größe auch eine andere Größe vom technischen Fortschritt nicht verändert wird. Je nachdem, welche Größen betrachtet werden, kommt man zu verschiedenen Neutralitätskonzepten. Die drei

1) vgl. R.G.D. Allen: Macroeconomic Theory - A mathematical treatment; New York 1968, S 236 ff.
ferner: H. Frisch: Gebundener technischer Fortschritt und wirtschaftliches Wachstum; Berlin 1968, S 9 ff.

2) vgl. B. Gahlen: Die Überprüfung produktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850 - 1913); Tübingen 1968, S 246

wichtigsten sollen hier kurz beschrieben werden.

Von Harrod¹⁾-neutralem technischem Fortschritt spricht man, wenn bei konstantem Zins $r = \partial V / \partial K$ (Grenzproduktivitätstheorie) der Kapitalkoeffizient K/V ebenfalls konstant bleibt. Kapitalsparend (arbeitssparend) ist er dann, wenn K/V mit der Zeit sinkt (steigt).

Solow²⁾ hat einen ähnlichen Neutralitätsbegriff, jedoch betrachtet er statt des Kapital-Output-Koeffizienten das Verhältnis Arbeit-Ausbringung und statt des Zinses den Lohn $w = \partial V / \partial L$. Arbeitssparender technischer Fortschritt liegt vor, wenn bei konstantem Lohn L/V im Zeitablauf sinkt, bei gleichbleibendem L/V ist der Fortschritt neutral und bei steigendem L/V kapitalsparend.

Hicks³⁾ bezeichnet den technischen Fortschritt dann als neutral, wenn bei gleichbleibendem Faktoreinsatzverhältnis K/L die Grenzrate der Substitution gleichbleibt. Bei kapitalsparendem (arbeitssparendem) Fortschritt steigt (sinkt) die Grenzrate der Substitution bei konstantem K/L .

Da es jedoch sehr schwierig ist, mit diesen Neutralitätskonzepten in empirischen Arbeiten zu operieren, ist man - besonders in letzter Zeit - dazu übergegangen, das Konzept der Faktorvervielfachung zu verwenden. Dieses Konzept hat den Vorteil, daß es auch ohne weiteres in der betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie verwendet werden kann. Dabei wird der technische Fortschritt folgendermaßen in die Produktionsfunktion eingeführt:

$$V_t = F(a(t) \cdot K_t, b(t) \cdot L_t).$$

Der technische Fortschritt kommt dadurch zum Ausdruck, daß sich $a(t)$ und/oder $b(t)$ mit der Zeit erhöhen (bei Rückschritt vermindern) und dadurch faktorvermehrend wirken.

¹⁾ vgl. R.F. Harrod: Dynamische Wirtschaft, Wien 1949, S 34 f.

²⁾ vgl. R.M. Solow: Technical Progress, Capital Formation and Economic Growth, in American Economic Review 1962, S 76 ff.

³⁾ vgl. J. Hicks: Theory of Wages, London 1932, S 121 ff.

Folgende Fälle lassen sich unterscheiden:¹⁾

- (1) a steigt, b konstant: nur Kapitalvervielfachung
- (2) a steigt stärker als b: vorwiegend Kapitalvervielfachung
- (3) a und b steigen gleich stark: gleichmäßige Vervielfachung
- (4) b steigt stärker als a: vorwiegend Arbeitsvervielfachung
- (5) a konstant, b steigt: ausschließlich Arbeitsvervielfachung

Zwischen den Konzepten der Faktorvervielfachung und der Neutralität bestehen einige Zusammenhänge. So kann gezeigt werden, daß bei vollkommener Konkurrenz und linear homogener Produktionsfunktion Harrod-neutraler mit reinem arbeitsvervielfachendem, Solow-neutraler mit reinem kapitalvermehrendem und Hicks-neutraler mit gleichmäßig vervielfachendem technischen Fortschritt äquivalent sind²⁾.

Da die Fälle (1), (2), (4) und (5) ökonometrisch schwieriger zu behandeln sind, habe ich mich beim empirischen Teil für Schätzungen mit gleichmäßig faktorvermehrendem technischen Fortschritt entschieden, zumal die Einführung anderer Arten des Fortschritts beim verfügbaren beschränkten Datenmaterial keine wesentlichen Verbesserungen der Schätzungen bringen dürfte bzw. bei Erhöhung der Parameterzahl oder bei einer komplizierteren Funktion Identifikationsschwierigkeiten auftreten könnten. Die geschätzten Funktionen sind also von der Form: $V_t = \mathcal{J}(t) \cdot F(K_t, L_t)$. Ebenfalls aus Vereinfachungsgründen habe ich für die Fortschrittsfunktion $\mathcal{J}(t)$ immer verhältnismäßig einfache und zum Typ der Produktionsfunktion passende Funktionen gewählt.

1) vgl. J. Frohn: Untersuchungen zur CES-Produktionsfunktion Würzburg 1970, S 36

2) vgl. R. Sato, M.J. Beckmann: Neutral Invention and Production Function; in Review of Economics and Statistics 1968, S 57 ff.

III. Die CES-Produktionsfunktion =====

1) Grundlegendes

Die CES-Funktion¹⁾ ist eine spezielle Form der homogenen Produktionsfunktionen. Ihr Hauptcharakteristikum ist, - wie schon ihr Name sagt - daß ihre Substitutionselastizität für den gesamten Bereich (d.h. für alle (K,L)-Paare) konstant ist. Die CES-Funktion wurde 1961 in einem Aufsatz von Arrow, Chenery, Minhas und Solow²⁾ zum erstenmal vorgestellt. Einige Spezialfälle sind schon früheren Ursprungs. Es handelt sich dabei um die lineare, die limitationale (Leontieff-) und die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion.

ACMS leiten die Funktion aus der Beziehung zwischen Pro-Kopf-Ausbringung und Arbeitslohn ab, wobei sie die Grenzproduktivitätstheorie (d.h. die Entlohnung der Faktoren nach ihrem Grenzprodukt) zugrundelegen. Da ich jedoch der Grenzproduktivitätstheorie etwas skeptisch gegenüberstehe (vor allem für kurzfristige Betrachtungen dürfte sie nicht zielführend sein), soll im nächsten Abschnitt eine andere Ableitung präsentiert werden.

2) Ableitung der CES-Funktion³⁾

Den Ausgangspunkt bildet die Definition der Substitutionselastizität:

$$\sigma = \frac{dx}{x} / \frac{dR}{R}$$

x ... Kapitalintensität (K/L)

R ... Grenzrate der Substitution

Durch Umformung erhalten wir eine Differentialgleichung der folgenden Form:

$$\sigma \frac{dR}{R} = \frac{dx}{x}$$

1) CES = Abkürzung für "constant elasticity of substitution"

2) vgl. K. Arrow, H. Chenery, B. Minhas & R. Solow: Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency, in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 18, 1961, S 225 ff.

3) vgl. T. Yasui: The CES-Production-Function: A Note, in: Econometrica, Vol. 33, 1965, S 646 ff.

Durch Integration kommen wir zur Lösung

$$\epsilon \cdot \ln R = \ln x + \ln C \text{ (Integrationskonstante)}$$

beziehungsweise

$$R = Cx^{1/\epsilon}$$

Da $\frac{dK}{dL} = -R$, gilt:

$$\frac{dK}{dL} = -Cx^{1/\epsilon}$$

Aus $K = L \cdot x$ folgt (Produktregel)

$$\frac{dK}{dL} = x + L \frac{dx}{dL} = -Cx^{1/\epsilon}$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$(*) \quad \frac{dL}{L} + \frac{dx}{x + Cx^{1/\epsilon}} = 0.$$

Die Integration dieses Ausdruckes ergibt:¹⁾

$$\ln L + \epsilon/1-\epsilon \ln \frac{x^{1/\epsilon-1}}{1 + Cx^{1/\epsilon-1}} = \text{const.}$$

Durch Delogarithmieren und Einsetzen für $x = K/L$ ergibt sich nach einigen Umformungen:

$$(K^{1-1/\epsilon} + C \cdot L^{1-1/\epsilon})^{\epsilon/(\epsilon-1)} = \text{const.}$$

oder

$$[\delta K^{-\delta} + (1-\delta)L^{-\delta}]^{-1/\delta} = \text{const.}, \text{ wobei } \delta = 1/\epsilon - 1$$

und $(1-\delta)/\delta = C$. Daher gilt für den Output:

$$V = F([\delta K^{-\delta} + (1-\delta)L^{-\delta}]^{-1/\delta}).$$

Wenn die zusätzliche Annahme getroffen wird, daß die Produktionsfunktion linear vom Grad r sein soll, so erhält man (unter Verwendung des Euler'schen Theorems) folgende Beziehung:

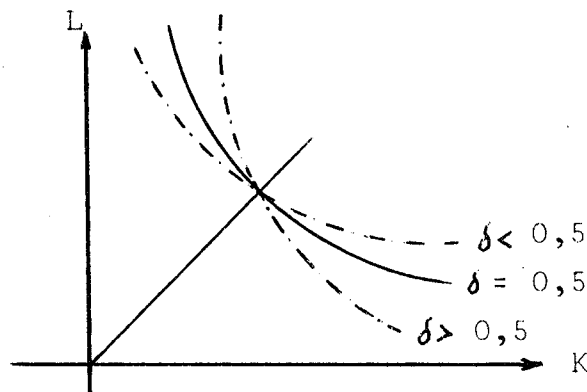
$$V = \delta [\delta K^{-\delta} + (1-\delta)L^{-\delta}]^{-r/\delta}.$$

¹⁾ Es wird angenommen, daß $\epsilon \neq 1$. Unter der Annahme $\epsilon = 1$ ergibt sich bei ähnlicher Ableitung eine Cobb-Douglas-Funktion, welche, wie später gezeigt wird, einen Spezialfall der CES-Funktion darstellt.

3) Die Parameter der CES-Funktion

Die zuletzt angeführte CES-Funktion hat vier Parameter: δ^r , δ , ϑ und r . Der sogenannte Effizienzparameter δ^r muß natürlich positiv sein. Eine Veränderung von δ^r bewirkt eine Parallelverschiebung der Isoquanten.

Der Verteilungs- oder Disbtributionsparameter δ liegt zwischen 0 und 1. Krelle¹⁾ hält den Ausdruck für irreführend, da δ nicht allein die Einkommensverteilung bestimmt (bei Annahme der Grenzproduktivitätstheorie). Eine Veränderung von δ bewirkt eine Drehung der Isoquanten um ihren Schnittpunkt mit der Geraden $K = L$.



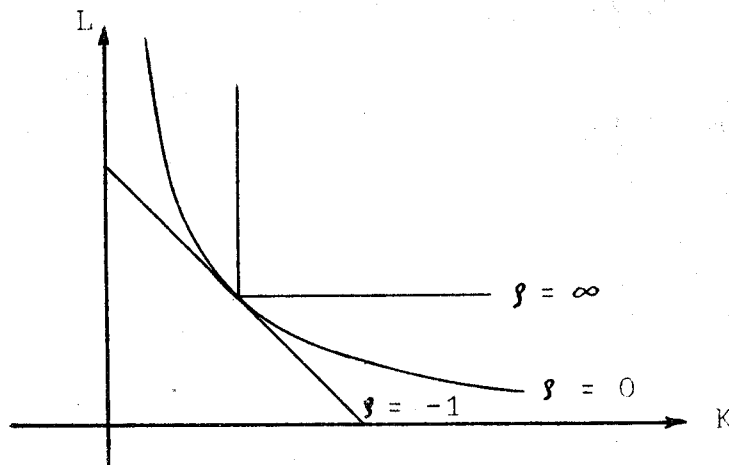
Da die beiden Parameter δ^r und δ von der Maßeinheit, in der die Faktoren bzw. die Ausbringung gemessen werden, nicht unabhängig sind, sind sie für sich allein kaum interpretierbar. Ich konnte daher ohne besonderen Informationsverlust bei meinen Schätzungen die folgende Funktionsform verwenden:

$$V = (aK^{-\vartheta} + bL^{-\vartheta})^{-r/\vartheta} \quad ?$$

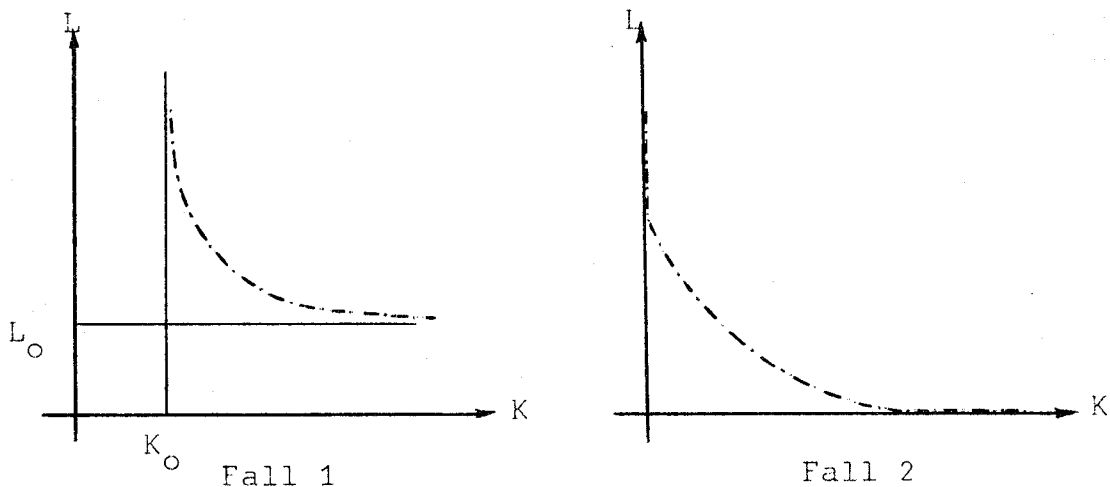
Der Substitutionsparameter ϑ gibt Aufschluß über die Substitutionselastizität ($\vartheta = 1 - \epsilon/\epsilon$), d.h. über die Krümmung der Isoquanten. Sein Wert muß zwischen -1 ($\epsilon = \infty$) und ∞ ($\epsilon = 0$) liegen. Wäre dies nicht der Fall, würde - bei rationaler Handlungsweise der Produzenten - immer nur einer der Faktoren zum Einsatz kommen, und zwar der beim herrschenden Preisverhältnis "billigere" Faktor.

1) vgl. W. Krelle: Produktionstheorie, Tübingen 1969, S 148

2) ohne Berücksichtigung des technischen Fortschritts



Innerhalb dieses Gesamtbereiches kann man zwei Fälle unterscheiden, die eine unterschiedliche Form von Isoquanten bedingen. Liegt ρ im Bereich zwischen 0 und ∞ , so berühren die Isoquanten die Koordinatenachsen nicht. Für ρ zwischen -1 und 0 gilt, daß die Schichtlinien (Linien eines konstanten Funktionswertes) die Koordinaten (K und L) schneiden. Da es ökonomisch unsinnig wäre, Isoquanten in den nicht positiven Orthanten¹⁾ verlaufen zu lassen, nimmt man an, daß sich die Isoquanten nur im positiven Orthanten mit den oben erwähnten Schichtlinien decken. Ab den Schnittpunkten mit den Koordinaten verlaufen sie entlang der Achsen.



Für den Skalenparameter r gilt, daß er natürlich größer als 0 sein muß und nicht zu weit von 1 entfernt liegen sollte. Veränderungen wirken ähnlich wie bei ρ (Parallelverschiebung), nur ändern sich die Abstände zwischen den Isoquanten nicht proportional.

¹⁾ Die nicht positiven Orthanten beinhalten alle Vektoren, bei denen zumindest ein Komponente negativ ist (Im zweidimensionalen Fall sind das jene Bereiche, die links oder unterhalb der Koordinaten liegen.)

Wenn der technische Fortschritt in der Form berücksichtigt wird, daß man die obige Funktion mit dem Ausdruck $e^{\lambda t}$ (t = Zeit) multipliziert, so kommt ein fünfter Parameter hinzu (λ = Fortschrittsrate).

4) Spezialfälle

a) Lineare Produktionsfunktion

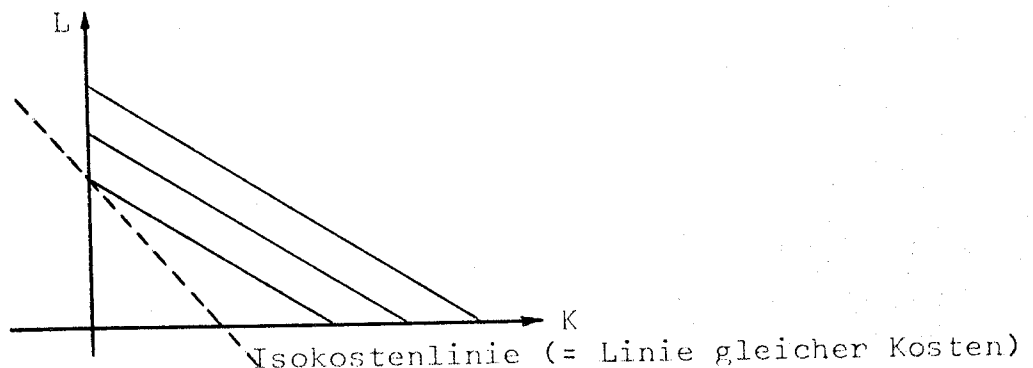
Wenn die Substitutionselastizität einer linear homogenen Produktionsfunktion "unendlich groß" ist ($\sigma = \infty$ bzw. $\rho = -1$), so liegt eine lineare Produktionsfunktion vor:

$$V = \rho[\delta K + (1-\delta)L] = aK + bL \quad (a, b > 0).$$

Bei konstantem V erhalten wir die Isoquante:

$$K = \text{const.} - b/aL$$

Da $b/a > 0$, erhalten wir als Isoquanten negativ geneigte, parallele Geraden.



Die Annahme von linearen Produktionsfunktionen dürfte nicht sehr realistisch sein. Würde dies nämlich zutreffen, müßte - zumindest auf längere Sicht - eine Tendenz zum relativ ertragreicheren Faktor (in der obigen Abbildung zum Kapital) zu beobachten sein, wobei der andere Faktor schließlich ganz verdrängt würde¹⁾. Trotzdem ist es möglich, daß Schätzungen einen guten "Fit" ergeben, wenn die beobachteten Daten zum Großteil in der Nähe eines bestimmten K/L-Strahls liegen (Kollinearität) oder die wahren Isoquanten nur schwach gekrümmt sind.

¹⁾ Ausnahme: Isoquanten und Isokostenlinien decken sich, sodaß das Faktoreinsatzverhältnis unbestimmt bleiben würde.

Lineare und exponentielle Trends

$$LT:N = a_1 + b_1 \cdot ZEIT$$

$$ET:\ln N = a_2 + b_2 \cdot ZEIT$$

Ind.	b_1	R^2	b_2	R^2
BE	.043/9	.902	.049/11	.863
NE	.043/7	.943	.048/8	.907
1	.043/9	.910	.049/10	.870
EO	.060/26	.523	.106/42	.298
CH	.100/4	.984	.091/2	.994
2	.086/7	.933	.082/12	.820
KE	.064/4	.978	.061/4	.979
GL	.041/13	.823	.039/12	.840
3	.059/4	.974	.056/4	.976
PE	.038/7	.940	.036/5	.961
PV	.086/3	.990	.082/2	.991
HV	.080/3	.985	.075/4	.971
4	.060/3	.985	.057/2	.989
NG	.049/4	.984	.048/4	.974
LE	.003/185	.022	.002/185	.021
LV	.057/7	.946	.056/7	.927
5	.047/8	.930	.045/8	.919
GI	.013/43	.295	.015/42	.296
MA	.070/4	.979	.069/5	.956
FZ	.003/167	.026	.005/132	.041
MW	.045/6	.954	.047/8	.913
6	.045/6	.959	.047/8	.908
EL	.083/4	.980	.087/6	.954
TX	.044/4	.977	.042/4	.976
BK	.084/4	.977	.079/4	.969
7	.054/4	.981	.051/4	.978
IND	.057/3	.985	.057/5	.956

Lineare und exponentielle Trends

$$LT:M = a_1 + b_1 \cdot ZEIT$$

$$ET:lnM = a_2 + b_2 \cdot ZEIT$$

Ind.	b_1	R^2	b_2	R^2
BE	.041/9	.916	.038/10	.895
NE	.067/8	.930	.053/6	.952
1	.043/8	.935	.040/8	.919
EO	.058/14	.816	.046/14	.814
CH	.100/6	.950	.083/3	.982
2	.098/6	.964	.074/5	.972
KE	.067/3	.990	.055/5	.970
GL	.051/10	.879	.046/9	.881
3	.067/3	.991	.055/5	.971
PE	.054/8	.927	.045/6	.960
PV	.096/5	.961	.081/1	.995
HV	.078/3	.982	.066/3	.979
4	.074/6	.961	.058/3	.986
NG	.044/5	.960	.040/5	.961
LE	.000/977	0.	-.001/242	.012
LV	.060/9	.895	.050/10	.866
5	.047/9	.890	-.039/10	.864
GI	.014/29	.441	.007/31	.419
MA	.078/5	.963	.064/2	.989
FZ	.005/81	.103	.005/80	.098
MW	.052/4	.970	.044/4	.973
6	.052/6	.952	.043/4	.977
EL	.093/7	.935	.080/4	.977
TX	.051/7	.927	.043/5	.960
BK	.065/5	.962	.066/7	.918
7	.057/4	.981	.049/3	.984
END	.064/4	.981	.052/2	.993

Lineare Funktion mit technischem Fortschritt

$$N = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot E + d \cdot L$$

Ind.	a	b	c	d	DW	R2
BE	- .069 410	.047 16	.058 370	.563 59	1.49	.932
NE	.238 31	.036 8	.367 40	.059 172	2.22	.979
1	- .044 550	.047 15	.056 381	.554 51	1.65	.944
EO ¹⁾	.005 999	- .007 255	.650 21	.250 47	1.38	.851
CH	.700 14	.116 5	- .024 541	.623 31	1.81	.994
2	.418 62	.088 11	.180 196	- .266 126	1.40	.937
KE	.175 192	.056 9	.514 57	- .116 190	1.41	.983
GL	.840 35	.043 17	- .058 836	.130 347	1.87	.829
3	.563 56	.055 10	.295 114	- .291 76	1.65	.978
PE	.085 434	.025 21	.903 38	- .184 128	1.04	.964
PV	.325 32	.065 10	.392 23	- .264 34	2.88	.997
HV	- .079 278	.046 25	.585 34	.121 177	2.39	.992
4	.321 95	.051 10	.649 40	- .368 50	2.44	.993
NG	.462 30	.050 4	.376 51	- .236 86	1.57	.986
LE	.470 138	.014 108	.365 105	.165 276	1.61	.112
LV	- .121 111	.028 25	.701 25	.250 58	2.65	.985
5	- .123 173	.046 6	.729 34	.087 246	2.33	.969

Ind.	a	b	c	d	DW	R ²
GI	.188 49	.012 21	.426 27	.297 29	2.14	.878
MA	.362 45	.069 7	.155 124	-.078 199	1.51	.980
FZ ¹⁾	-.231 61	-.003 95	.511 34	.777 21	2.63	.859
MW	.143 128	.030 24	.227 102	.379 54	2.06	.971
6	.188 58	.037 7	.410 44	.100 140	1.91	.982
EL	.220 68	.081 7	.406 60	-.335 76	2.07	.984
TX	.656 38	.038 21	.214 142	-.171 122	1.88	.978
BK	.619 56	.101 22	-.466 120	.078 319	.69	.978
7	.479 58	.047 15	.347 103	-.198 105	1.51	.982
=====						
IND	.477 27	.056 4	.070 225	.052 326	2.01	.986
=====						

- 1) Diese Industriezweige sind die einzigen, bei denen die Schätzung einer linearen Funktion ohne technischen Fortschritt eine ökonomisch und statistisch vertretbare Lösung brachte:

Lineare Funktion ohne technischen Fortschritt:

	a	c	d	R ²
EO	.019	.605/13	.242/46	.849
FZ	-.207	.477/36	.758/21	.845

Lineare Funktion mit technischem Fortschritt

$$M = a + b.ZEIT + c.K + d.B$$

Ind.	a	b	c	d	DW	R ²
BE	.027 999	.045 25	.034 583	.510 115	1.90	.923
NE	.152 289	.115 25	-.312 58	.227 179	1.55	.948
1	.032	.050	-.020	.526	2.00	.941
EO	1.363 67	.049 58	.460 50	1.464 47	2.28	.883
CH	1.492 39	.185 37	-.354 144	-1.663 31	2.16	.974
2	.793	.127	-.188	-.660	2.11	.968
KE	-.132 206	.067 28	.036 327	.547 46	2.45	.994
GL	1.435 27	.066 31	-.074 574	-.891 32	2.03	.931
3	.137	.081	-.089	.293	2.07	.992
PE	-.461 100	.125 9	-.726 21	1.204 32	1.49	.987
PV	1.276 28	.128 21	-.169 269	-1.068 36	1.04	.977
HV	.211 25	.065 54	.134 283	.149 311	.95	.982
4	.377 115	.157 13	-1.234 24	.599 74	1.36	.987
NG	.929	.068	-.159	-.327	2.23	.965
LE	.766 80	.037 50	-.028 436	1.526 35	1.81	.438
LV ¹⁾	.862 54	-.010 254	1.523 43	.524 58	1.30	.938
5 ¹⁾	-.186	.004	.714	.533	1.30	.925

Ind.	a	b	c	d	DW	R ²
GI	.850 14	.063 20	-.871 26	.480 23	2.30	.789
MA	.938 17	.136 12	-.682 30	-.308 54	1.21	.982
FZ	-.487 41	.044 40	-.474 41	1.617 12	2.72	.893
MW	.176 214	.036 94	.033 999	.555 65	1.45	.977
6	.723 20	.105 13	-.728 24	.193 75	1.32	.981
EL	1.224 27	.232 17	-1.450 28	-.606 51	1.15	.967
TX	1.025 42	.093 15	-.825 31	.127 301	1.14	.959
BK ¹⁾	-.291 59	.010 237	.089 132	1.149 22	1.24	.983
7	.710 38	.070 18	-.247 89	.028 999	1.31	.980
=====						
IND	2.020 26	.182 19	-2.481 999	.001	2.00	.992
=====						

1) Nur bei diesen Industrien ergaben sich ohne technischen Fortschritt sinnvolle und statistisch befriedigende Schätzungen:

Lineare Funktion ohne technischen Fortschritt

	a	c	d	R ²
LV	.697	1.272	.532	.937
BK	-.352	.134	1.240	.983
7	-.224	.788	.529	.925

b) Limitationale oder Leontieff-Funktion

Diese Art der Produktionsfunktion liegt vor, wenn die Substitutionselastizität gleich Null ist (d.h. $\rho \rightarrow \infty$). Dies läßt sich folgendermaßen zeigen¹⁾:

Wir gehen aus von einer homogenen CES-Funktion

$$V = \rho [\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

Sei $K < L$, dann

$$\delta K^{-\rho} \leq \delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho} \leq K^{-\rho} \quad (\text{da } \rho > 0)$$

Durch Potenzieren mit $-1/\rho$ erhält man folgende Beziehung:

$$\delta^{-1/\rho} K \geq V/\rho \geq K$$

Für $\rho \rightarrow \infty$ konvergiert $\delta^{-1/\rho}$ gegen 1 und es ergibt sich $V = \rho K$.

Analog erhalten wir für $L > K$: $V = \rho L$.

Aus den obigen Beziehungen ergibt sich sofort die Leontieff-Produktionsfunktion

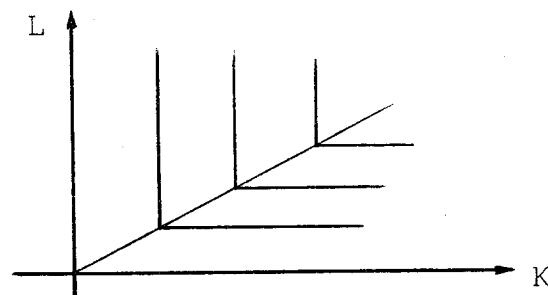
$$V = \rho \min(K, L) \quad 2)$$

Diese Produktionsfunktion trifft sicher für bestimmte Produktionsverfahren zu (besonders für Produkte, die in Fließbandfertigung hergestellt werden); jedoch kommt es durch die Aggregation über verschiedene Produkte und über verschiedene Betriebe dazu, daß die Produktionsfunktion einer gesamten Branche doch mehr oder weniger große Substitutionsmöglichkeiten zuläßt.

1) vgl. J. Schumann: Input-Output-Analyse, Berlin 1968, S 92 f.

2) Es ist offensichtlich, daß sich jede allgemeinere Form von Leontieff-Funktionen ($V = \min(aK, bL)$) durch Maßstabsänderungen bei den Produktionsfaktoren auf diese Form zurückführen läßt.

Die Isoquanten der Leontieff-Funktion haben eine L-förmige Form. Man sieht gleich, daß bei allen Punkten außer den Eckpunkten eine Verschwendung von Produktionsfaktoren vorliegt.



c) Cobb-Douglas-Funktion

Ist $\sigma = 1$ ($\rho = 0$), so erhält man die bekannte Cobb-Douglas-Funktion. Um dies zu zeigen, kehren wir zurück zur Ableitung der CES-Funktion (S. 21). Unter der Annahme $\sigma = 1$, ergibt sich aus (*):

$$\frac{dL}{L} + \frac{dx}{x(1+c)} = 0.$$

Durch Integration erhält man:

$$\ln L + \alpha \ln x = \text{const.}, \text{ wobei } \alpha = 1 + c.$$

Durch Einsetzen für $x = K/L$ und delogarithmieren kommt man zur Beziehung

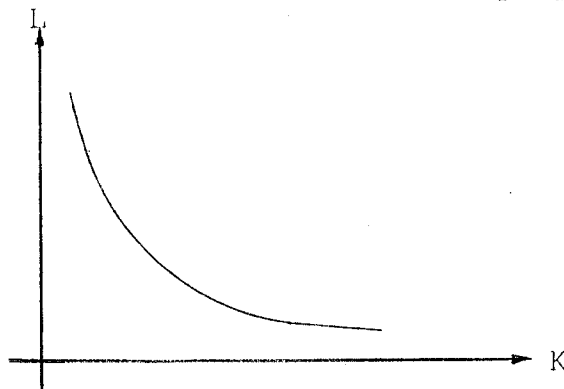
$$L^{1-\alpha} K^{\alpha} = \text{const.}$$

Daraus folgt

$$V = F(L^{1-\alpha} K^{\alpha}), \text{ wobei } F \text{ eine monoton steigende Funktion ist.}$$

Für die homogene Cobb-Douglas-Funktion $V = aK^{c_2}L^{c_1}$ ergibt sich folgende Isoquante:

$$K = cL^{-d}, \text{ wobei } d = c_1/c_2 > 0.$$



Die Cobb-Douglas-Funktion ist die bekannteste makroökonomische Produktionsfunktion und wird - oder wurde zumindest bis zur Entwicklung der allgemeineren CES-Funktion - in den meisten Theoremen der neoklassischen Wachstumstheorie verwendet.

Für empirische Schätzungen ist sie deshalb angenehm, weil die Funktion in den Logarithmen linear ist und daher einfache lineare Schätzverfahren angewendet werden können.

Cobb-Douglas-Funktion ohne technischen Fortschritt

$$\ln N = a + b \cdot \ln E + c \cdot \ln L$$

Ind.	a	b	c	DW	R2
BE	-.232/23	-1.012/19	1.753/39	1.11	.693
NE	.052/99	1.581/19	-.346/79	.95	.736
1	-.217/26	-1.106/18	1.746/33	1.22	.718
EO	-.328/27	1.241/10	.291/38	1.38	.921
CH	.239/25	-1.061/48	2.790/15	.67	.814
2	.182/46	1.286/60	-.844/68	.53	.638
KE	.121/38	3.154/15	.243/283	1.24	.781
GL	.052/89	1.376/51	-.448/165	.80	.342
3	.103/38	2.976/14	-.147/402	1.15	.789
PE	.007/510	2.085/16	-.605/50	1.85	.885
PV	-.086/28	1.239/9	.606/51	.80	.963
HV	-.061/26	1.154/11	.920/31	1.82	.982
4	.084/29	2.837/8	.698/63	1.69	.937
NG	.029/212	-.874/128	2.478/41	.41	.391
LE	.082/28	.213/151	-.157/144	1.71	.040
LV	.060/34	1.307/6	.175/111	2.37	.962
5	.060/134	1.802/64	-.774/119	.33	.168
GI	.022/122	.441/37	.290/46	.69	.692
MA	.062/133	1.586/38	.582/83	.67	.686
FZ	.033/58	.494/33	.777/19	2.42	.865
MW	.029/69	.890/25	.689/40	2.27	.936
6	-.093/43	1.529/36	-.285/163	.73	.760
EL	.080/74	.992/77	1.290/60	.46	.762
TX	-.036/45	1.567/14	-.768/23	1.74	.933
BK	.049/50	1.560/19	.302/100	1.17	.959
7	-.029/80	2.515/8	-.707/45	1.61	.921
=====					
IND	.162/45	1.068/81	1.005/96	.30	.443
=====					

Cobb-Douglas-Funktion ohne technischen Fortschritt

$$\ln M = a + b \cdot \ln K + c \cdot \ln B$$

Ind.	a	b	c	DW	R2
BE	-.081/38	.715/26	-.737/76	1.52	.817
NE	-.020/213	.373/19	-.723/65	.67	.824
1	-.077/39	-.672/25	-.807/71	1.45	.837
EO	.748/102	.136/249	-.581/133	1.26	
CH	-.067/42	1.215/11	-1.534/33	1.47	.965
2	-.041/95	-.823/15	-1.190/125	.87	.911
KE	-.041/37	.542/7	.078/375	1.35	.978
GL	-.062/52	1.254/12	-.703/51	1.87	.870
3	-.049/35	-.604/7	-.118/300	1.19	.971
PE	-.060/61	.439/64	-.849/80	.52	.850
PV	-.024/92	1.746/9	-.846/52	.76	.971
HV	-.014/91	.747/12	1.010/30	1.11	.982
4	-.029/94	1.015/8	-.267/282	.49	.929
NG	-.010/155	.394/11	-.905/61	1.37	.925
LE	.037/58	-.038/134	-.063/562	1.15	.106
LV	.089/23	1.155/10	.607/45	1.52	.949
5	-.084/23	-.756/9	-.383/80	1.35	.925
GI	-.042/38	.101/51	-.083/111	1.63	.291
MA	.003/930	.910/11	-.318/108	.51	.912
FZ	.013/152	.008/483	1.677/26	1.79	.560
MW	.049/27	.427/22	.598/52	1.19	.970
6	-.016/134	-.568/14	-.016/999	.53	.897
EL	-.088/42	-.993/14	-.119/369	.49	.920
TX	.039/65	.642/27	-.774/68	.77	.851
BK	.004/325	.175/45	1.168/16	1.36	.984
7	.30/57	.919/7	-.245/192	.76	.941
=====					
IND	-.040/36	1.293/4	-.103/380	.98	.976
=====					

Cobb-Douglas-Funktion mit technischem Fortschritt

$$\ln N = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot \ln E + d \cdot \ln L$$

Ind.	a	b	c	d	DW	R2
BE	-.542	.059	.155	.831	1.23	.929
	10	16	138	45		
NE	-.357	.039	.385	.163	2.28	.979
	10	8	35	56		
1	-.515	.057	.139	.822	1.45	.943
	10	15	150	37		
EO	.032	-.047	1.488	.311	1.61	.951
	478	37	9	29		
CH	-.686	.085	.107	.155	2.18	.996
	5	4	81	79		
2	-.454	.062	.737	.199	1.57	.954
	31	20	64	184		
KE	-.436	.054	.481	.361	1.91	.988
	9	7	46	45		
GL	-.328	.039	.025	-.094	2.16	.822
	22	18	999	431		
3	-.423	.052	.295	.153	2.05	.980
	12	9	100	125		
PE	-.218	.027	.697	-.072	1.44	.975
	18	15	38	233		
PV	-.638	.073	.057	.296	1.38	.994
	11	12	280	45		
RV	-.333	.038	.437	.847	2.17	.993
	19	23	42	21		
4	-.371	.046	.529	.221	1.85	.993
	13	10	49	72		
NS	-.379	.046	.367	.113	1.66	.991
	4	3	40	138		
LE	.005	.011	.289	.122	1.64	.108
	999	109	116	310		
LV	-.209	.032	.555	.479	2.54	.985
	32	24	34	31		
5	-.312	.045	.582	.345	2.35	.974
	7	5	37	51		

Ind.	a	b	c	d	DW	R2
GI	-.099 29	.012 20	.443 21	.249 31	2.10	.905
MA	-.465 9	.057 7	.306 57	.278 43	1.72	.982
FZ	.064 57	-.002 99	.524 32	.799 18	2.56	.876
MW	-.204 36	.024 31	.235 112	.653 32	2.32	.967
6	-.265 12	.033 8	.536 34	.245 55	2.20	.981
EL	-.625 8	.068 7	.555 34	.164 127	1.29	.986
TX	-.326 18	.039 20	.236 126	.054 357	1.75	.979
BK	-.522 28	.067 25	-.182 268	.528 40	.97	.982
7	-.369 14	.045 15	.386 89	.118 167	1.40	.983
IND	-.374 9	.052 5	-.000 999	.533 36	2.65	.987

Cobb-Douglas-Funktion mit technischem Fortschritt

$$\ln M = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot \ln K + d \cdot \ln B$$

Ind.	a	b	c	d	DW	R ²
BE	---.373 24	.036 30	.208 97	.511 107	1.81	.917
NE	- .554 18	.066 18	- .105 92	.142 205	1.84	.957
1	- .391 21	.040 26	.156 113	.552 94	1.94	.936
EO	- .767 32	.093 30	.475 55	2.006 48	1.69	.874
CH	- .751 22	.084 24	.114 250	- .538 79	2.51	.985
2	- .611 20	.071 21	.078 222	- .660 130	2.20	.974
KE	- .444 24	.053 26	.120 96	.876 33	2.07	.991
GL	- .414 40	.048 46	.088 636	- .553 58	2.35	.906
3	- .523 28	.062 31	.002 999	.928 45	1.81	.986
PE	- .683 6	.085 7	- .371 23	.913 22	1.92	.993
PV	- .719 12	.084 12	- .104 233	.143 155	1.71	.995
HV	- .491 24	.059 25	- .161 149	.931 22	1.89	.992
4	- .703 6	.086 7	- .519 21	.864 21	2.51	.996
NG	- .532 24	.061 24	- .242 65	.989 60	2.53	.968
LE	- .371 26	.046 23	- .150 28	1.103 32	1.71	.642
LV	.088 185	.000 999	1.150 51	.609 55	1.52	.949
5	- .001 999	.010 174	.534 73	.514 75	1.37	.927

Ind.	a	b	c	d	DW	R2
GI	-.361 23	.038 26	-.526 32	.231 45	2.63	.679
MA	-.641 8	.079 8	-.232 44	.087 124	1.78	.992
FZ	-.204 47	.024 43	-.278 46	1.858 21	2.47	.694
MW	-.194 53	.028 42	.075 227	.469 58	1.51	.979
6	-.512 8	.063 7	-.365 20	.413 24	2.00	.993
EL	-.988 11	.113 12	-.548 38	.404 47	1.65	.986
TX	-.591 9	.077 8	-.496 21	.778 26	1.60	.988
BK	.060 273	-.007 294	.251 95	1.157 17	1.39	.984
7	-.418 12	.055 11	-.144 83	.693 29	1.74	.992
IND	-.613 13	.073 14	-.532 49	.366 48	2.81	.996

5) Schätzung von CES-Funktionen

a) ACMS-Ansatz und Verfahren von Diwan

In der oben erwähnten Arbeit von ACMS wird von der Beziehung

$$y = a \cdot w^b \quad (y = Y/L, w = \text{Lohn})$$

ausgegangen. Außerdem nehmen die Autoren an, die Produktionsfunktion sei linear homogen und es herrsche vollkommene Konkurrenz auf den Produkt- und Faktormärkten.

Unter diesen Voraussetzungen weisen sie nach, daß der Exponent b der Substitutionselastizität entspricht, d.h. der Substitutionsparameter σ kann aus der folgenden einfachen linearen Beziehung errechnet werden:

$$\ln y = \ln a + b \cdot \ln w \quad (b = \sigma)$$

Die Annahme der linearen Homogenität der Produktionsfunktion wird beim Verfahren von Diwan¹⁾ fallengelassen. Aus der Ableitung der CES-Funktion nach K und L erhält man Zins (r) und Lohn (w). Durch Division w/r und Logarithmieren erhält man eine lineare Funktion, aus der man Substitutions- und Verteilungsparameter berechnen kann. Diese Schätzwerte werden dann in die ursprüngliche CES-Funktion eingesetzt, und auf diese Weise erhält man Schätzungen für Effizienz- und Skalensparameter.

b) Kmenta-Verfahren

Bei diesem Verfahren²⁾ wird von der logarithmierten CES-Funktion ausgegangen:

$$\ln V = \lambda t + \ln \delta + r/\sigma \ln(\delta K^\sigma + (1-\delta)L^\sigma),$$

wobei σ für $-\sigma$ steht.

Durch Taylor-Entwicklung um $\sigma = 0$ (bis zur zweiten Ableitung)

1) vgl. R.K. Diwan: An Empirical Estimate of the Constant Elasticity of Substitution Production Function; in: The Indian Economic Journal, Vol. 12, 1964/65, S 347 ff.

2) vgl. J. Kmenta: On Estimation of the CES Production Function, in: International Economic Review, Vol. 8, 1967, S 180 ff.

ACMS - Ansatz mit technischem Fortschritt

$$\ln N/B = a + b \cdot ZEIT + c \cdot \ln L/B$$

Ind.	a	b	c	DW	R ²
BE	-.509/7	.053/6	.280./223	1.38	.953
NE	-.372/15	.041/13	-.639/94	1.05	.863
1	-.494/6	.052/6	.516/94	1.54	.959
EO	-.295/139	.052/68	1.861/167	2.36	.197
CH	-.488/8	.063/5	-.243/189	.87	.968
2	-.369/27	.056/15	-.046/999	1.99	.769
KE	-.549/3	.066/2	-.942/33	1.85	.994
GL	-.153/68	.025/43	-.258/378	.99	.562
3	-.448/5	.056/4	-.944/53	1.19	.981
PE	-.359/14	.053/8	.706/60	.54	.961
PV	-.566/5	.064/4	.356/93	1.04	.980
HV	-.456/5	.057/4	.435/86	1.41	.985
4	-.415/6	.055/4	.540/75	.66	.976
NG	-.310/6	.038/5	-.195/160	.96	.975
LE	-.117/27	.022/20	-.642/59	2.56	.876
LV	-.285/14	.042/13	.095/362	.93	.967
5	-.230/18	.035/17	-.151/274	.91	.957
GI	-.289/41	.028/26	-1.516/82	1.05	.520
MA	-.397/19	.052/9	-.022/999	.88	.902
FZ	-.031/162	.006/63	1.099/45	1.16	.327
MW	-.206/11	.024/9	.140/9	2.00	.907
6	-.253/20	.034/11	.206/337	.99	.862
EL	-.559/9	.065/6	.853/86	1.25	.948
TX	-.435/7	.055/8	-.497/118	.68	.978
BK	-.197/15	.024/18	-.271/113	.89	.918
7	-.356/8	.043/10	-.533/76	.94	.979
IND	-.384/8	.048/7	.141/480	1.26	.959

Kmenta-Ansatz mit technischem Fortschritt

$$\ln N = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot \ln E + d \cdot \ln L + e \cdot (\ln E/L)^2$$

Ind.	a	b	c	d	e	DW	R ²
BE	-.555 8	.060 12	-.314 73	1.064 28	-1.327 34	1.58	.961
NE	-.308 13	.032 12	.571 25	.148 53	1.607 45	2.26	.986
1	-.523 7	.057 12	-.293 79	1.000 25	-1.411 37	1.68	.967
EO	-.383 41	.019 115	.527 54	1.002 20	.370 28	2.00	.978
CH	-.682 6	.085 5	.140 138	.149 89	.175 524	2.12	.996
2	-.412 23	.061 14	-.742 68	1.994 26	5.964 26	1.43	.952
KE	-.422 9	.051 7	.667 35	.474 35	2.028 62	2.55	.990
GL	-.336 24	.039 19	.001 999	-.065 679	1.514 383	2.18	.823
3	-.413 13	.049 11	.398 80	.220 94	1.811 112	2.52	.981
PE	-.222 16	.026 15	.467 60	.068 254	1.261 56	1.73	.981
PV	-.705 11	.083 13	.062 246	.051 417	-.477 69	2.03	.995
HV	-.299 27	.032 35	.423 45	.997 28	.501 141	2.15	.993
4	-.366 13	.046 10	.647 44	.142 127	-1.049 103	2.24	.993
NG	-.362 4	.045 3	.093 176	.425 42	-4.022 40	1.30	.994
LE	.007 999	.013 97	.393 93	.112 346	-1.588 131	1.70	.157
LV	-.195 32	.029 25	.425 46	.798 31	.875 63	2.59	.988
5	-.327 6	.045 4	.258 88	.701 30	5.468 41	2.61	.983

Ind.	a	b	c	d	e	DW	R ²
GI	-.116 23	.012 17	.291 38	.396 25	.824 48	1.89	.933
MA	-.458 9	.060 8	-.232 253	.735 66	1.111 104	1.39	.983
FZ	.077 35	-.003 59	.485 25	.545 24	-5.440 20	2.32	.939
MW	-.202 39	.024 34	.227 129	.666 40	.138 999	2.31	.967
6	-.283 10	.036 7	-.257 156	.969 36	4.125 46	1.45	.987
EL	-.621 9	.068 7	.656 66	.049 999	-.590 382	1.41	.986
TX	-.322 22	.039 24	.255 141	.024 999	-.060 946	1.77	.979
BK	-.606 22	.077 20	.243 199	-.118 317	-5.242 50	1.45	.987
7	-.355 15	.043 16	.645 69	-.176 216	-1.060 110	1.64	.984
IND	-.406 5	.049 4	.195 61	.181 97	-.346 42	2.67	.991

Kmenta-Ansatz mit technischem Fortschritt

$$\ln M = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot \ln K + d \cdot \ln B + e \cdot (\ln K/B)^2$$

Ind.	a	b	c	d	e	DW	R ²
BE	-.401 24	.042 30	.220 94	.137 516	-.674 117	2.25	.924
NE	-.339 68	.036 84	-.016 767	.632 88	.303 96	1.84	.962
1	-.412 23	.043 29	.162 114	.265 284	-.402 181	2.23	.938
EO	-.198 276	.018 372	.384 70	.934 142	.227 86	2.22	.892
CH	-.512 63	.053 78	.217 144	-.059 999	.414 115	2.56	.986
2	-.351 63	.035 83	.187 97	-.190 466	.439 72	2.53	.979
KE	-.525 34	.063 37	.092 141	.491 152	-.111 177	2.16	.991
GL	-.510 37	.061 42	.284 210	-1.067 57	-1.450 100	2.58	.913
3	-.695 26	.084 28	.038 474	-.447 229	-.452 68	1.97	.989
PE	-.690 11	.085 12	-.380 31	.882 41	-.023 948	1.95	.993
PV	-.744 10	.091 11	.009 999	-.298 104	-.968 53	1.75	.996
HV	-.5348 38	.039 45	-.209 105	1.721 27	.747 54	1.70	.994
4	-.660 11	.080 12	-.524 21	1.129 37	.252 141	2.41	.997
NG	-.519 28	.059 31	-.235 71	1.101 75	.025 491	2.55	.969
LE	-.263 33	.029 36	.036 215	1.543 21	.084 37	2.52	.784
LV	-.140 150	.030 90	1.139 48	-.159 366	-3.180 63	2.02	.958
5	-.070 254	.020 112	.549 73	.077 916	-.746 134	1.40	.930

Ind.	a	b	c	d	e	DW	R ²
GI	-.366 26	.039 30	-.531 33	.219 64	-.023 773	2.63	.680
MA	-.610 10	.074 11	-.214 48	.143 84	.164 99	1.96	.993
FZ	-.098 156	.010 191	-.137 150	2.113 23	.210 113	2.08	.714
MW	-.295 53	.041 47	.007 999	.237 163	-.286 118	1.37	.981
6	-.487 10	.060 11	-.345 23	.469 26	.105 122	2.00	.993
EL	-1.089 10	.128 12	-.487 39	-.000 999	-.617 53	2.13	.989
TX	-.563 9	.072 9	-.394 29	.986 22	.276 54	2.06	.990
BK	-.304 45	.040 44	.456 35	.118 237	-.910 24	2.34	.993
7	-.393 14	.051 14	-.104 123	.788 29	.196 103	1.88	.993
IND	-.624 25	.075 26	-.549 62	.332 137	-.052 999	2.82	.996

von $f(\vartheta) = \ln(\delta K^\vartheta + (1-\delta)L^\vartheta)$ erhält man folgenden linearen Regressionsansatz:

$$\ln V \approx a + b \cdot \text{Zeit} + c \cdot \ln K + d \cdot \ln L + e \cdot (\ln K/L)^2,$$

wobei die Parameter wie folgt berechnet werden:

$$a = \ln \delta$$

$$b = \lambda$$

$$c = r\delta$$

$$d = r(1-\delta)$$

$$e = r\vartheta\delta(1-\delta)/2.$$

Da die obige Approximation umso schlechter wird, je weiter die Substitutionselastizität von 1 entfernt liegt (d.h. je weiter die Funktion von einer Cobb-Douglas-Funktion abweicht), ist dieses Verfahren für die Schätzung der Parameter einer CES-Funktion mit Vorsicht zu genießen. Dies umso mehr, als die Kmenta-Funktion auch eine Annäherung für kompliziertere Funktionstypen sein könnte. Ich würde daher dieses Verfahren eher als Test¹⁾ für die Cobb-Douglas-Funktion gegenüber komplizierteren Funktionen denn als eine Schätzmethode für eine CES-Funktion verwenden.

c) Nichtlineare Schätzungen

Alle oben beschriebenen Verfahren haben zwar den Vorteil, daß die entsprechenden Schätzungen mit der gewöhnlichen (linearen) Kleinstquadrateschätzung²⁾ durchgeführt werden können; sie sind jedoch nur recht grobe Näherungen für die CES-Funktion.

Es lag daher nahe, diesen Funktionstyp direkt zu schätzen. Dazu wurde die Fletcher-Powell-Methode³⁾ verwendet. Diese Methode ist so konstruiert, daß bei einer quadratischen Funktion der Form $f(x) = c'x + x'Dx$ (c und x sind n-dimensionale Vektoren) nach genau n Iterationen das Optimum gefunden wird.

¹⁾ Wenn e signifikant von 0 verschieden ist, muß die Hypothese einer Cobb-Douglas-Funktion verworfen werden.

²⁾ vgl. P. Schönfeld: Methoden der Ökonometrie, Band I, Berlin-Frankfurt 1969

³⁾ vgl. R. Fletcher, M. Powell: A Rapidly Convergent Decent Method for Minimization, in: Computer Journal 6, 1963, S 149 ff.

CES-Funktion mit technischem Fortschritt

$$N = e^{a \cdot \text{ZEIT}} (b \cdot E^d + c \cdot L^d) r/d \quad 1)$$

Ind.	a	b	c	d	r ²⁾
BE	.059	.299	.695	.008	.795
NE	.038	.488	.181	.595	.526
1	.058	.265	.715	.036	.880
EO	.006	.190	.236	4.237	.871
CH	.086	.215	.341	.224	.262
2	.072	.350	.185	.307	.272
KE	.051	.470	.172	1.081	.979
GL	.041	.346	.344	-.043	-.039
3	.049	.537	.053	.737	.555
PE	.029	.755	-.042	.962	.649
PV	.065	.207	.271	.551	.423
HV	.029	.306	.434	1.593	1.421
4	.048	.395	.164	.935	.615
NG	.047	.400	.077	.871	.451
LE	.012	.695	.313	.474	.408
LV	.026	.517	.334	1.090	1.092
5	.045	.524	.199	1.014	.963
GI	.013	.546	.357	.713	.712
MA	.063	-.092	.649	.319	.276
FZ	-.003	.414	.641	1.108	1.265
MW	.025	.252	.550	.874	.830
6	.036	.327	.397	.697	.623
EL	.064	.363	.153	1.017	.891
TX	.042	.415	.260	.385	.334
BK	.079	-.044	.055	.783	.107
7	.046	.407	.218	.830	.647
IND	.052	-.040	.506	.798	.437

1) $d = -g$

2) Leider werden beim verwendeten nichtlinearen Schätzprogramm keine statistischen Kennzahlen ausgegeben.

CES-Funktion mit technischem Fortschritt

$$M = e^{a \cdot ZFIT} (b \cdot K^d + c \cdot B^d) r/d$$

Ind.	a	b	c	d	r
BE	.036	.188	.416	.680	.491
NE	.086	-.276	.470	.187	.065
1	.038	.154	.457	.610	.469
EO	.004	.129	.384	5.488	.756
CH	.078	.002	.001	.886	.108
2	.062	.053	.022	.892	.187
KE	.039	.131	.664	.784	1.138
GL	.048	.680	-.208	.004	.002
3	.048	.079	.575	.893	.851
PE	.088	-.580	1.276	.234	.460
PV	.100	.518	-.451	-.177	-.055
HV	.072	-.432	1.091	.287	.406
4	.086	-.566	.941	.367	.265
NG	.055	-.408	1.445	-.030	.404
LE	.008	.039	.840	2.784	2.022
LV	.009	.465	.539	.324	1.813
5	.016	.276	.695	.911	1.329
GI	.009	.002	-.006	.876	.007
MA	.076	-.524	.612	.106	.027
FZ	.024	-.196	1.195	.007	1.473
MW	.028	-.002	.805	.919	.767
6	.061	-.912	1.333	.232	.130
EL	.100	-.119	.183	.418	.136
TX	.077	-.782	1.772	.009	.526
BK	.071	-.050	.203	1.766	.505
7	.056	-.115	.643	.877	.575
IND	.059	-.076	.200	.791	.191

Bei jeder Iteration werden Informationen zur Konstruktion der Hesseschen Matrix (=Matrix der zweiten Ableitungen) gefunden. Bei komplizierteren Funktionen wird die zugehörige Hessesche Matrix in der Umgebung des Optimums approximiert.

Der Vorgang ist so, daß - von einer positiv definiten Matrix (bei Maximierung von einer negativ definiten) und dem Gradientenvektor an einem bestimmten Punkt ausgehend - die Richtung und Länge der "Schritte" zum Optimum berechnet werden. Nach jedem Schritt wird eine neue positiv definite Matrix (als Annäherung der Hesseschen Matrix) und der Gradientenvektor für den neuen Ausgangspunkt berechnet. Dies wird solange wiederholt, bis eine genügend gute Annäherung an das Optimum erreicht wird, d.h. bis sich die Funktionswerte des Ausgangspunktes und des erreichten Punktes nur mehr wenig unterscheiden.

Die diesbezüglichen Schätzungen wurden unter Verwendung eines Programmes durchgeführt, das von Fleißner und Hietler vom Institut für Höhere Studien erstellt wurde.¹⁾

¹⁾ vgl. P. Fleißner, K. Hietler: Nichtlineare Ökonometrie (Programme und Anwendungen), Forschungsbericht Nr. 69 (IHS), Juli 1972

IV. VES-Produktionsfunktionen =====

1) Grundlegendes

In letzter Zeit mehrten sich die Versuche, noch allgemeinere Produktionsfunktionen aufzustellen, indem man die Annahme einer konstanten Substitutionselastizität aufließ. Diese Funktionen mit variabler Substitutionselastizität nennt man kurz VES-Funktionen¹⁾.

Während jedoch alle CES-Funktionen von einem einzigen Grundtyp ausgehen, gibt es bei den VES-Funktionen - leider - keine solche "Basisfunktion". Es gibt vielmehr eine Vielzahl von Typen, die meist schon so kompliziert sind, daß sie für empirische Untersuchungen kaum mehr geeignet sind. Außerdem werde ich den Verdacht nicht los, daß es sich bei vielen dieser Funktionen um eine pseudomathematische Spielerei ohne ökonomischen Hintergrund handelt. Es wäre angebracht, sich mehr mit grundsätzlichen und bisher nicht befriedigend gelösten Fragen der Produktionstheorie (z.B. technischer Fortschritt, Messung von Inputs und Outputs, Aggregationsprobleme) zu befassen, als immer noch raffiniertere Formen von Produktionsfunktionen zu produzieren.

2) Verschiedene Arten von VES-Funktionen

Zur Typisierung von VES-Funktionen werden im allgemeinen zwei Kriterien herangezogen, die allerdings nicht besonders "scharf" sind²⁾ ::

- a) Erstens werden die Funktionen danach unterschieden, wovon die Substitutionselastizität abhängt. Die Hauptvarianten sind diesbezüglich $\epsilon = \epsilon(K/L)$ ³⁾ oder $\epsilon = \epsilon(V)$ ⁴⁾ bzw. $\epsilon = \epsilon(K/L, V)$. Der Nachteil dieses Merkmals ist, daß eine

1) VES = variable elasticity of substitution

2) Teilweise sind die VES-Funktionen so allgemein, daß diese Kriterien zur Typisierung nicht ausreichen.

3) d.h. ϵ ist für einen beliebigen K/L-Strahl konstant bzw. solange sich das Faktorverhältnis nicht ändert bleibt auch die Substitutionselastizität gleich.

4) ϵ ist in diesem Fall für eine bestimmte Isoquante konstant.

Abhängigkeit der Substitutionselastizität vom Output meist bedeutet, daß σ auch vom Inputverhältnis abhängt, sodaß die zweite Variante kaum vorkommt.

- b) Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist die Funktion, aus deren Weiterentwicklung die VES-Funktion entstanden ist. Auffällig ist, daß in der Literatur anscheinend keine VES-Funktion existiert, die aus einer linearen Funktion abgeleitet wurde, daß also nur Erweiterungen von Cobb-Douglas- und CES-Funktionen angeführt werden.

Im folgenden sollen beispielhaft einige VES-Funktionen angeführt werden, die in der Literatur behandelt werden. Da alle außer den von Bruno und von Halter-Carter-Hocking entwickelten Funktionen¹⁾ dem Typ $\sigma = \sigma(K/L)$ zuzurechnen sind, sei nur nach der "Patenfunktion" unterschieden.

a) Erweiterte Cobb-Douglas-Funktionen

Die einfachsten Formen sind die vom Input-Verhältnis abhängige Cobb-Douglas-Funktion

$$v = r_e^{a \cdot K/L} L^{b \cdot 1-b}$$

und die von Halter, Carter und Hocking entwickelte sogenannte "transcendental production function"

$$v = r_e^{a_1 K + a_2 L} L^{b \cdot 1-b \cdot 2)}.$$

Diese beiden Funktionen waren die einzigen VES-Funktionen, die ich anhand der empirischen Daten überprüfte, da nur bei diesen Formen die einfache lineare Regression angewendet werden kann. Da die Ergebnisse sehr kläglich ausfielen - annehmbare Schätzungen ergaben sich rein zufällig³⁾ - , nehme ich an, daß der erhöhte Aufwand für die Schätzung der komplizierteren Funktionen kaum gerechtfertigt gewesen wäre.

Funktionen, die die Eigenschaft haben, als Spezialfälle sowohl die Cobb-Douglas- als auch die lineare Funktion zu enthalten, wurden von Bruno mit der CMS-Funktion (CMS = constant

¹⁾ Diese sind vom Typ $\sigma = \sigma(K/L, V)$.

²⁾ vgl. N.S. Revankar: A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Function; in: Econometrica, Vol. 39, 1971, S 61ff.

VES-Funktion (Erweiterte CD-Funktion) mit techn. Fortschritt

=====

$$\ln N = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot \ln E + d \cdot \ln L + e \cdot E/L$$

Ind.	a	b	c	d	e	DW	R ²
BE	2.623 42	.060 12	2.842 33	-2.114 50	-3.175 35	1.56	.961
NE	-3.537 40	.032 12	-2.676 51	3.396 42	3.229 44	2.25	.986
1	2.697 45	.057 12	2.922 37	-2.229 53	-3.218 38	1.64	.966
EO	-.740 28	.035 65	.221 145	1.271 19	.281 24	1.98	.981
CH	-1.171 171	.035 5	-.341 544	.640 313	.490 412	2.09	.996
2	-10.605 24	.062 13	-10.890 27	12.118 25	10.186 25	1.42	.953
KE	-4.539 56	.051 7	-3.454 71	4.606 58	4.118 62	2.53	.990
GL	-3.290 350	.039 19	-2.955 393	2.892 402	2.954 389	2.17	.823
3	-4.082 101	.049 11	-3.275 123	3.899 108	3.670 113	2.51	.981
PE	-2.534 52	.026 15	-1.855 79	2.377 59	2.310 57	1.73	.981
PV	.087 585	.082 13	.855 67	-.727 100	-.788 70	2.01	.995
HV	-1.143 106	.033 35	-.418 309	1.831 81	.841 149	2.14	.993
4	1.615 126	.046 10	2.644 82	-1.838 115	-1.980 102	2.25	.993
NG	7.968 42	.045 3	8.430 38	-7.910 40	-8.330 40	1.29	.994
LE	3.167 127	.013 97	3.569 117	-3.060 132	-3.159 127	1.71	.160
LV	-1.680 59	.030 25	-1.059 105	2.268 54	1.482 68	2.58	.987
5	-10.628 41	.045 4	-10.042 45	10.999 41	10.301 42	2.61	.983

VES-Funktion (Erweiterte CD-Funktion) mit techn. Fortschritt
=====

$$\ln M = a + b \cdot \text{ZEIT} + c \cdot \ln K + d \cdot \ln B + e \cdot K/B$$

Ind.	a	b	c	d	e	DW	R ²
BE	.729 200	.041 31	1.351 113	-.992 298	-1.133 132	2.20	.922
NE	-.830 32	.020 212	-.599 77	1.357 84	.625 91	1.85	.963
1	.190 703	.043 30	.762 183	-.301 674	-.602 229	2.17	.937
EO	-.462 92	.014 670	.122 391	1.377 87	.316 112	2.07	.886
CH	-1.157 50	.053 89	-.417 188	.518 292	.647 137	2.54	.936
2	-1.096 32	.025 135	-.596 83	.737 171	.824 69	2.56	.979
KE	-.412 33	.065 49	.191 106	.419 260	-.130 229	2.14	.991
GL	2.040 119	.062 42	2.821 98	-3.625 84	-2.558 99	2.58	.914
3	-.143 222	.094 32	.545 82	-.997 159	-.628 75	1.98	.989
PE	-.669 42	.085 13	-.359 77	.881 77	-.017 999	1.93	.993
PV	1.202 78	.092 11	1.971 52	-2.294 52	-1.954 48	1.77	.996
HV	-1.828 33	.035 48	-1.729 43	3.347 33	1.507 45	1.76	.994
4	-1.132 49	.078 13	-.997 62	1.648 62	.483 128	2.40	.997
NG	-.586 32	.055 40	-.315 78	1.281 74	.096 250	2.58	.969
LE	-.451 17	.022 50	-.185 18	1.938 20	.235 32	2.87	.805
LV	5.622 62	.031 88	6.883 53	-5.933 70	-5.773 63	2.04	.958
5	1.596 103	.024 98	2.240 84	-1.742 141	-1.693 108	1.44	.932

marginal share)

$$V = K^a L^{1-a} - mL^{1)} \quad 1)$$

und von Revankar mit der Weiterentwicklung

$$V = K^{a(1-\delta)} L + (\delta-1)K^{a\delta} \quad 2)$$

entwickelt.

b) Erweiterte CES-Funktionen

Diese Funktionen sind schon ziemlich kompliziert und dürften praktisch kaum Bedeutung erlangen, da ihre Schätzung mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden ist und sie auch die Lösung eines ökonometrischen Modells, in dem sie verwendet würden, beträchtlich verkomplizieren würden.

Die bekannteste Form ist die Lu-Fletcher-Funktion³⁾, die folgendes Aussehen hat:

$$V = \rho [K^{-c} + (1-\delta)(K/L)^{-c(1+\delta)} L^{-\delta}]^{-1/\delta}$$

Eine ähnliche, ja praktisch die gleiche Funktion entwickelten schon früher Bruno, Liu und Hildebrand⁴⁾ mit

$$V = \rho [(1-\delta)K^n + K^{mn} L^{(1-m)n}]^{1/n}$$

Beide sind mit der CES-Funktion identisch, falls gilt: $c = 0$ bzw. $m = 0$.

Natürlich konnte - wie schon angedeutet - die Entwicklung weiterer noch allgemeinerer Produktionsfunktionen nicht ausbleiben. Teilweise sind sie schon so generell, daß sie für empirische Schätzungen nicht mehr herangezogen werden können, womit sie meiner Meinung nach ihren Zweck verfehlen.

1) vgl. M. Bruno: Estimation of Factor Contribution to Growth under Structural Disequilibrium; in: International Economic Review, Vol. 9, 1968

2) vgl. N. S. Revankar: a.a.O.

3) vgl. Y. C. Lu, L. B. Fletcher: A Generalisation of the CES-Production Function; in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 50, S 449 ff.

4) vgl. T. C. Liu, G. H. Hildebrand: Manufacturing Production Functions in the United States 1957; Ithaka: Cornell University Press 1965

V. Ergebnisse der Schätzungen für die österreichische Industrie =====

1) Varianten und verwendete Daten

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse der empirischen Schätzungen von Produktionsfunktionen für die österreichische Industrie dargestellt. Die vorliegenden Resultate stützen sich auf eine Zeitreihenanalyse (in absoluten Werten) anhand von Jahresdaten für die verschiedenen Industriebranchen. Der Zeitrahmen ist verschieden je nach Verfügbarkeit der Daten, die am weitest zurückreichenden Daten stammen aus dem Jahre 1954, die neuesten sind solche für 1970.

Es wurden zwei verschiedene Varianten durchgerechnet, nämlich

a) die Bestands-(Kapazität) und

b) die Strömungsvariante (tatsächliche Produktion).

Der Grundgedanke ist, daß man jeweils Bestands- mit Bestands- und Strömungs- mit Strömungsgrößen vergleicht. Es wäre offensichtlich wenig sinnvoll, eine Beziehung zwischen der tatsächlichen Nettoproduktion und dem Kapitalstock bzw. der Beschäftigtenzahl herzustellen, da die laufende Erzeugung nicht nur von der Produktionsseite sondern auch von der Nachfrage her bestimmt ist.

In die Produktionsfunktion zur Erklärung der tatsächlichen Produktion (=reale Wertschöpfung) gingen als Argumente der Energieaufwand (stellvertretend für den Kapitalverschleiß, Quelle: Industriestatistik des ÖStZA) und die Lohn- und Gehaltssumme (als Repräsentant für die Arbeitszeit bzw. -intensität, Quelle: WIFO) ein. Beide Größen, die nur nominell zur Verfügung standen, wurden mit entsprechenden Preisindizes deflationiert¹⁾.

Für die Schätzung der Maximalproduktion (=Kapazität) wurden als Produktionsfaktoren die beiden Bestandsgrößen Beschäftigtenzahl (Quelle: WIFO) und der Kapitalstock verwendet. Für

¹⁾ Energie: entsprechender Teilindex des Großhandelspreisindex
Löhne und Gehälter: Verknüpfung des Index der Bruttoarbeitsverdienste (Stundenverdienste, bis 1966) mit dem Tariflohnindex 66

die Berechnung dieser Größe wurde von den vom WIFO geschätzten Kapital-Output-Koeffizienten für das Jahr 1964 aufgegangen. Die Fortschreibung (Rückrechnung) des Kapitalstocks erfolgte anhand der jährlichen Bruttoinvestitionen abzüglich der Abschreibung, wobei angenommen wurde, daß der Abschreibungssatz für alle Industrien und alle Perioden gleich hoch sei (zugrundegelegt wurde ein Satz, der aus der volkswirtschaftlichen Abschreibung der Industrie des Jahres 1964 berechnet wurde¹⁾ = ca. 4 %). Die Kapazität wurde berechnet, indem die tatsächliche Produktion durch die Kapazitätsauslastung, die im Rahmen des Investitionstests des WIFO erhoben wird, dividiert wurde. Übrigens sind alle Daten aus schätztechnischen Gründen auf Indexform gebracht.

2) Geschätzte und dargestellte Funktionen

Sowohl CES-Funktionen - inklusive der Spezialfälle lineare und CD-Funktion - als auch aus CD-Funktionen abgeleitete VES-Beziehungen wurden geschätzt. Diese wurden allerdings wegen der schlechten Ergebnisse nicht in der folgende Darstellung (nach Industriezweigen) einbezogen. Falls für eine bestimmte Industrie keine der CES-Funktionstypen annehmbare Resultate aufwies, wurden stattdessen Funktionen mit nur einem Produktionsfaktor ("Semifunktionen") genommen. Als Maßstab für die Beurteilung der Produktionsfunktionen dienen die Trends, wobei der exponentielle Trend nur dann in die Graphik aufgenommen wurde, wenn er beträchtlich besser war als der lineare.

Die Darstellung erfolgt aggregatsweise²⁾, d.h. nach aggregierten Industriezweigen. Am Beginn steht jeweils eine Zusammenstellung der passenden Produktionsbeziehungen für die einzelnen Industrien und das entsprechende Aggregat. Den verschiedenen Größen entsprechen in der Zeitreihengraphik für die Produktion folgende Linien:

—————	tatsächliche Werte
—————	Trends

¹⁾ siehe Österreichische Volkseinkommensrechnung für den betr. Zeitraum

²⁾ Die Darstellung beinhaltet beide oben erwähnten Varianten.

----- CES-Funktion
----- Cobb-Douglas-Funktion¹⁾
----- Lineare Funktion¹⁾.

Zusätzlich zu dieser Zeitreihengraphik, die die Güte der geschätzten Funktionen veranschaulichen soll, werden auf der gleichen Seite die beiden Produktionsfaktoren in einem Streudiagramm gegenübergestellt. Den Abschluß macht eine verbale Beschreibung der Funktionen, wobei auch auf die Bedeutung der behandelten Industriezweige und Daten- bzw. Schätzprobleme eingegangen wird.

¹⁾Falls keine vollständige Produktionsfunktion annehmbare Ergebnisse zeigte, wurde stattdessen eine Semivariante (Funktion mit nur einem Produktionsfaktor) genommen.

1 METALLGEWINNUNG

=====

Bergwerke und Eisenerzeugung

<u>Tatsächliche Nettoproduktion (N)</u>	R^2
$LT : N = .551 + .043 \text{ ZEIT}$	.902
$LF_{TF} : N = -.069 + .047 \text{ ZEIT} + .058 E + .563 L$	.932
$CD_{TF} : N = .582 e^{.059 \text{ ZEIT}} E^{.155} L^{.831}$	.929
$CES_{TF} : N = e^{.059 \text{ ZEIT}} (.299 E^{.008} + .695 L^{.008}) \cdot 795 / .008$	

Maximale Nettoproduktion (M)

$LT : M = .601 + .041 \text{ ZEIT}$	.916
$LF_{TF} : M = .027 + .045 \text{ ZEIT} + .034 K + .510 L$	.923
$CD_{TF} : M = .689 e^{.036 \text{ ZEIT}} K^{.208} B^{.511}$	.917
$CES_{TF} : M = e^{.036 \text{ ZEIT}} (.188 K^{.680} + .416 B^{.680}) \cdot 491 / .680$	

Nichteisenmetalle

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$LT : N = .551 + .043 \text{ ZEIT}$	.943
$LF_{TF} : N = .238 + .036 \text{ ZEIT} + .367 E + .059 L$	.979
$CD_{TF} : N = .700 e^{.039 \text{ ZEIT}} E^{.385} L^{.163}$	.979
$CES_{TF} : N = e^{.038 \text{ ZEIT}} (.488 E^{.595} + .181 L^{.595}) \cdot 526 / .595$	

Maximale Nettoproduktion (M)

$LT : M = .433 + .067 \text{ ZEIT}$	.930
$SCD^K : M = 1.009 K^{.427}$	.783

Metallgewinnung

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$LT : N = .551 + .043 \text{ ZEIT}$	.910
$LF_{TF} : N = -.044 + .047 \text{ ZEIT} + .056 E + .554 L$	.944
$CD_{TF} : N = .598 e^{.057 \text{ ZEIT}} E^{.139} L^{.822}$	.943
$CES_{TF} : N = e^{.058 \text{ ZEIT}} (.265 E^{.036} + .715 L^{.036}) \cdot 880 / .036$	

Maximale Nettoproduktion (M)

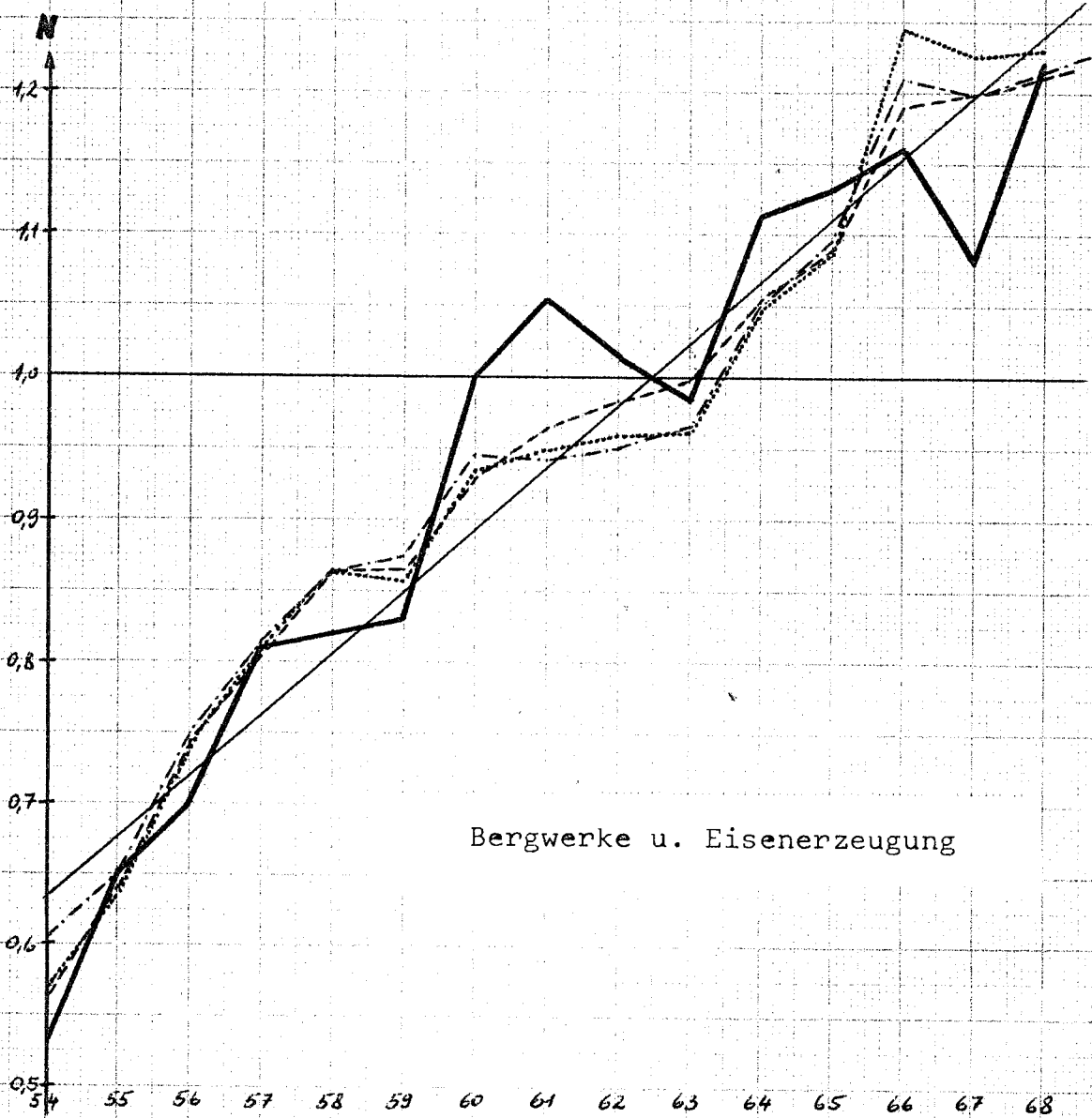
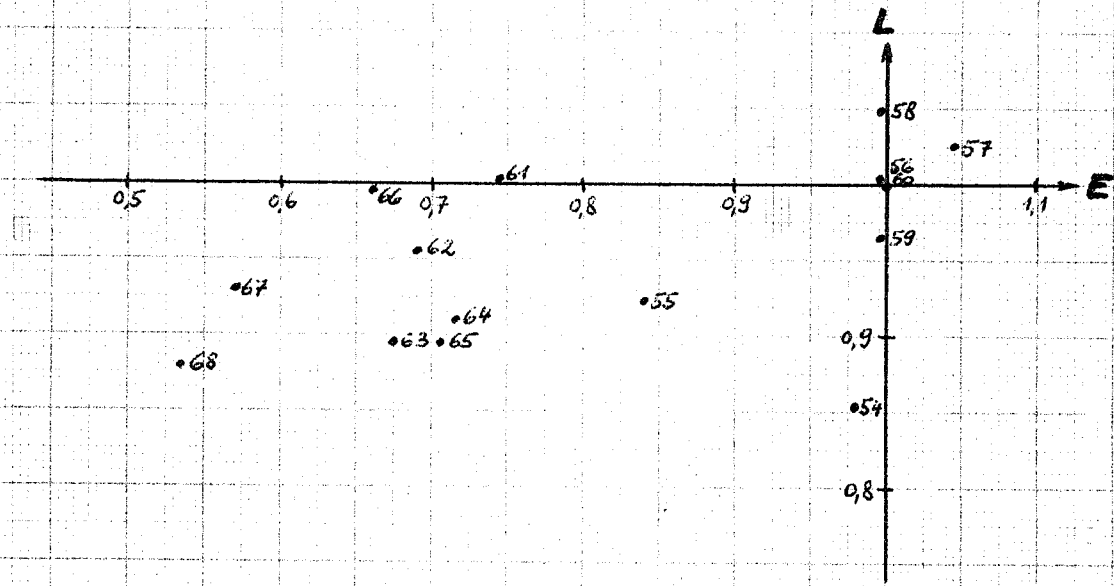
R²

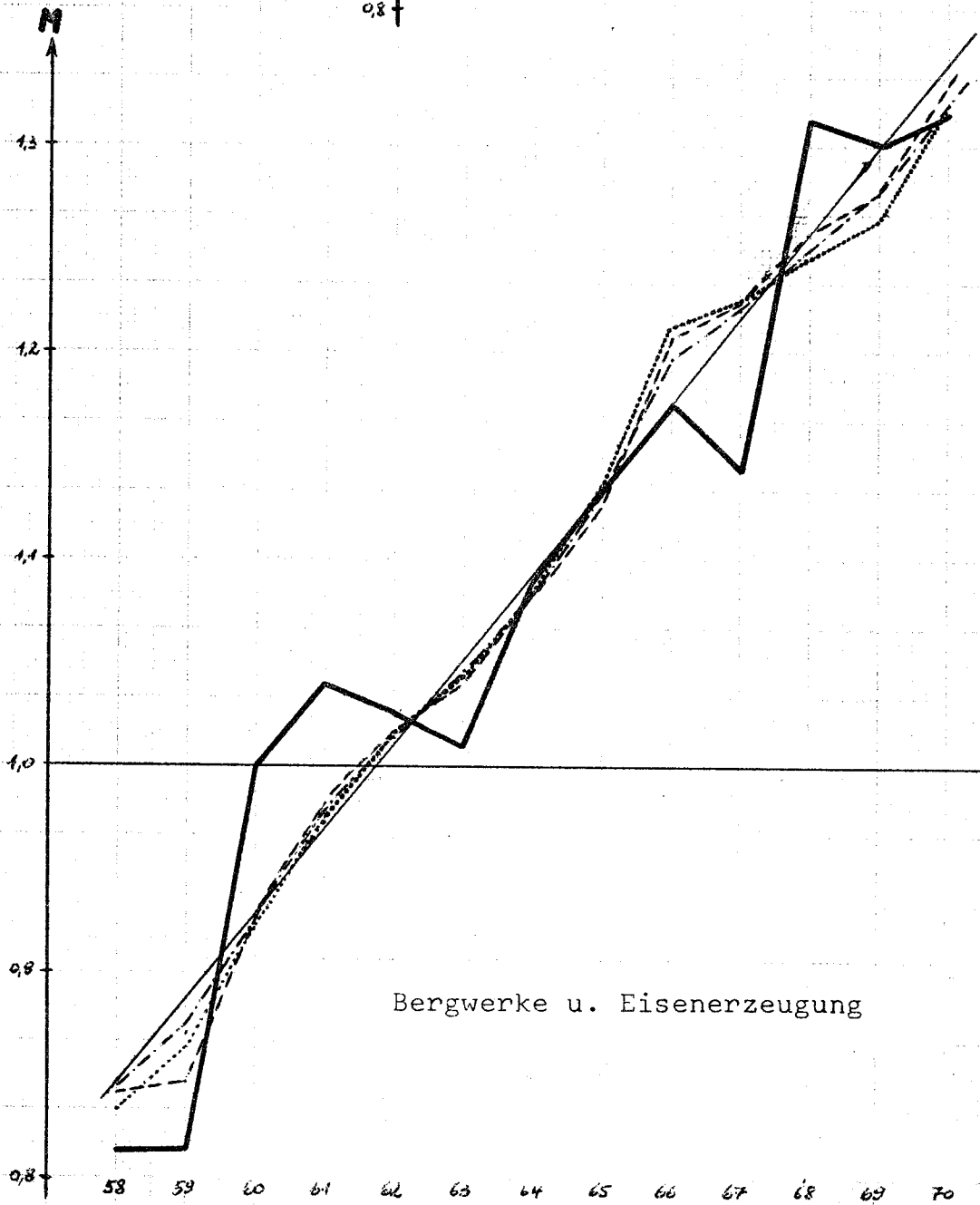
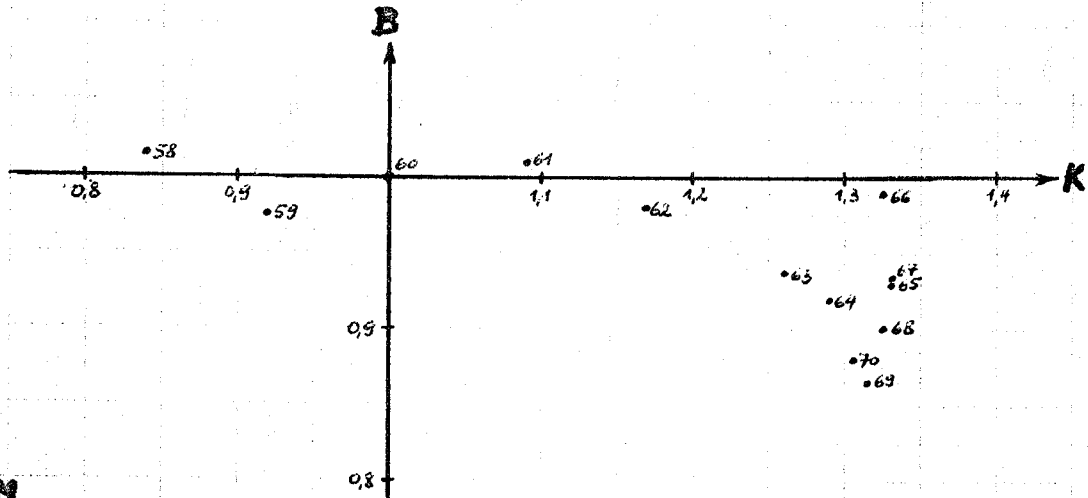
LT : M = .585 + .043 ZEIT

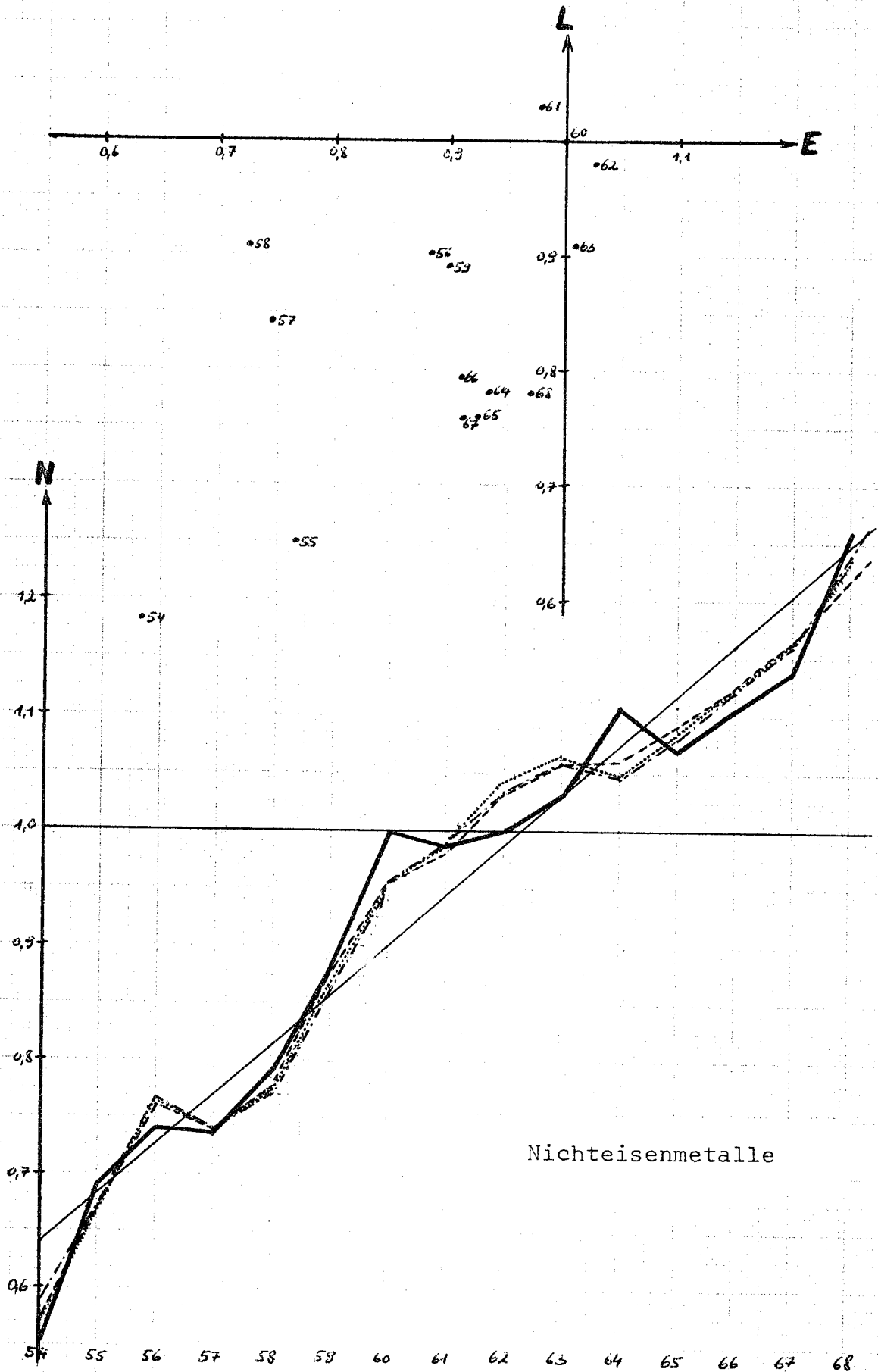
.935

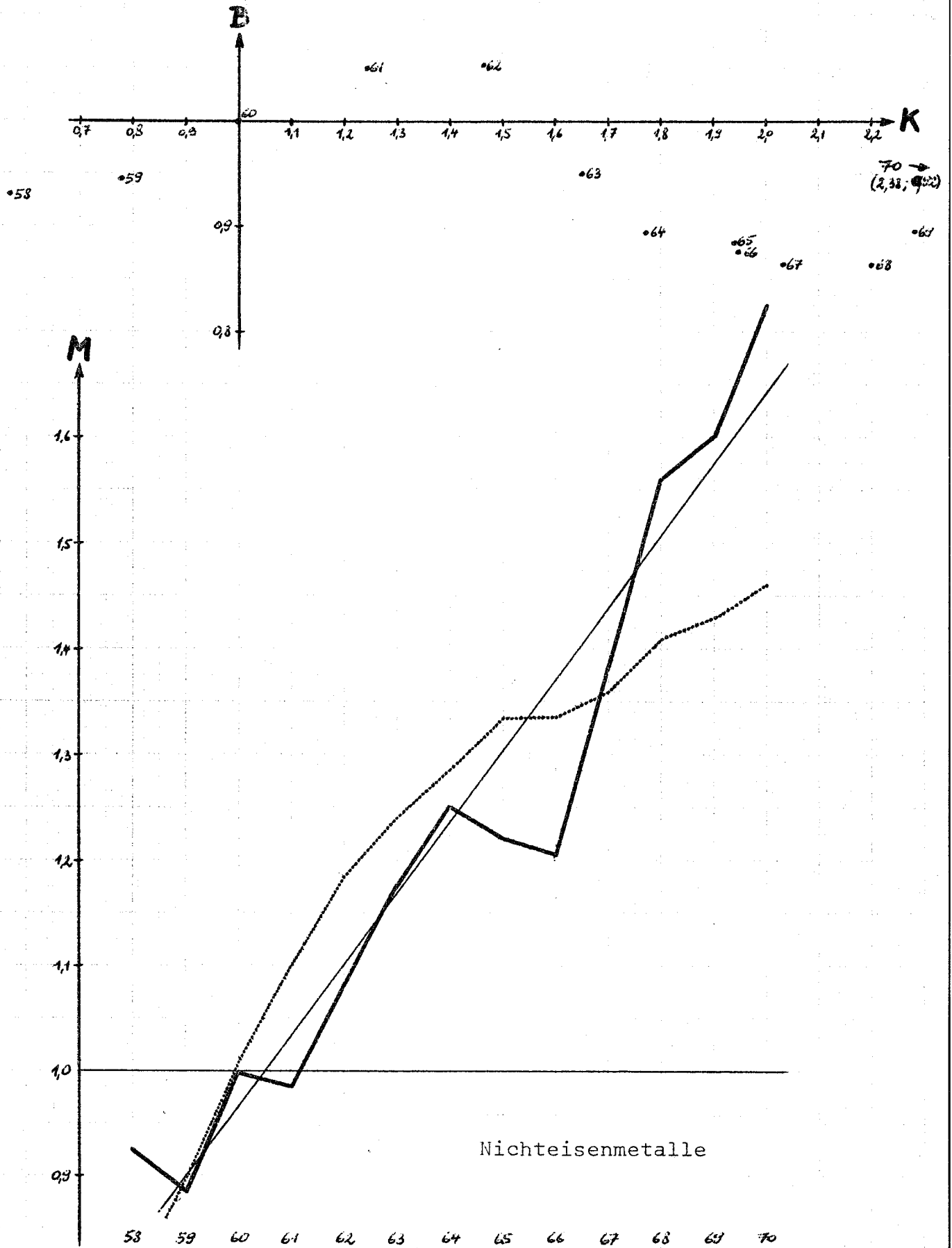
CD_{TF} : M = .676 e^{.040 ZEIT} K^{.156} L^{.552}

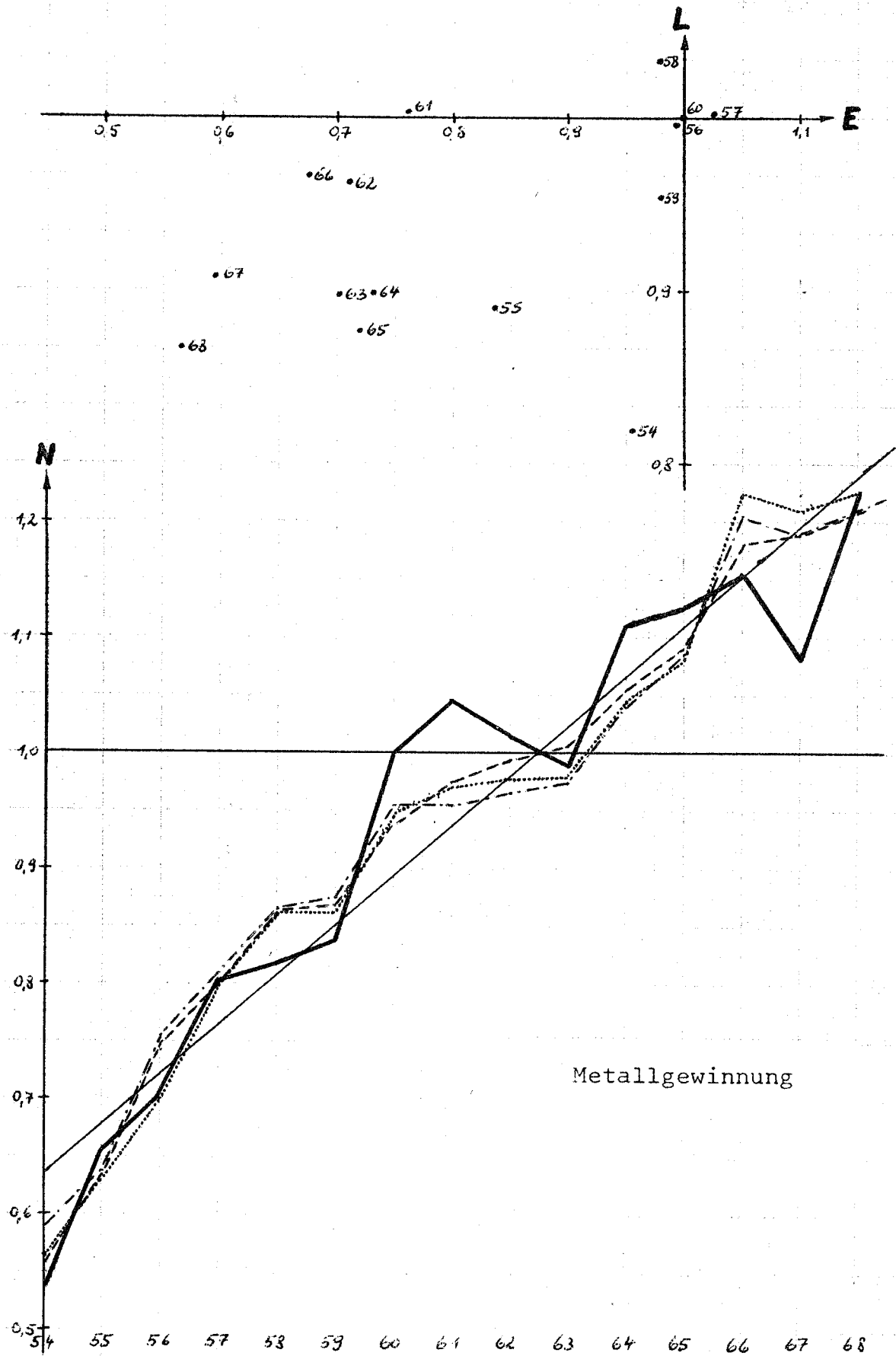
.936

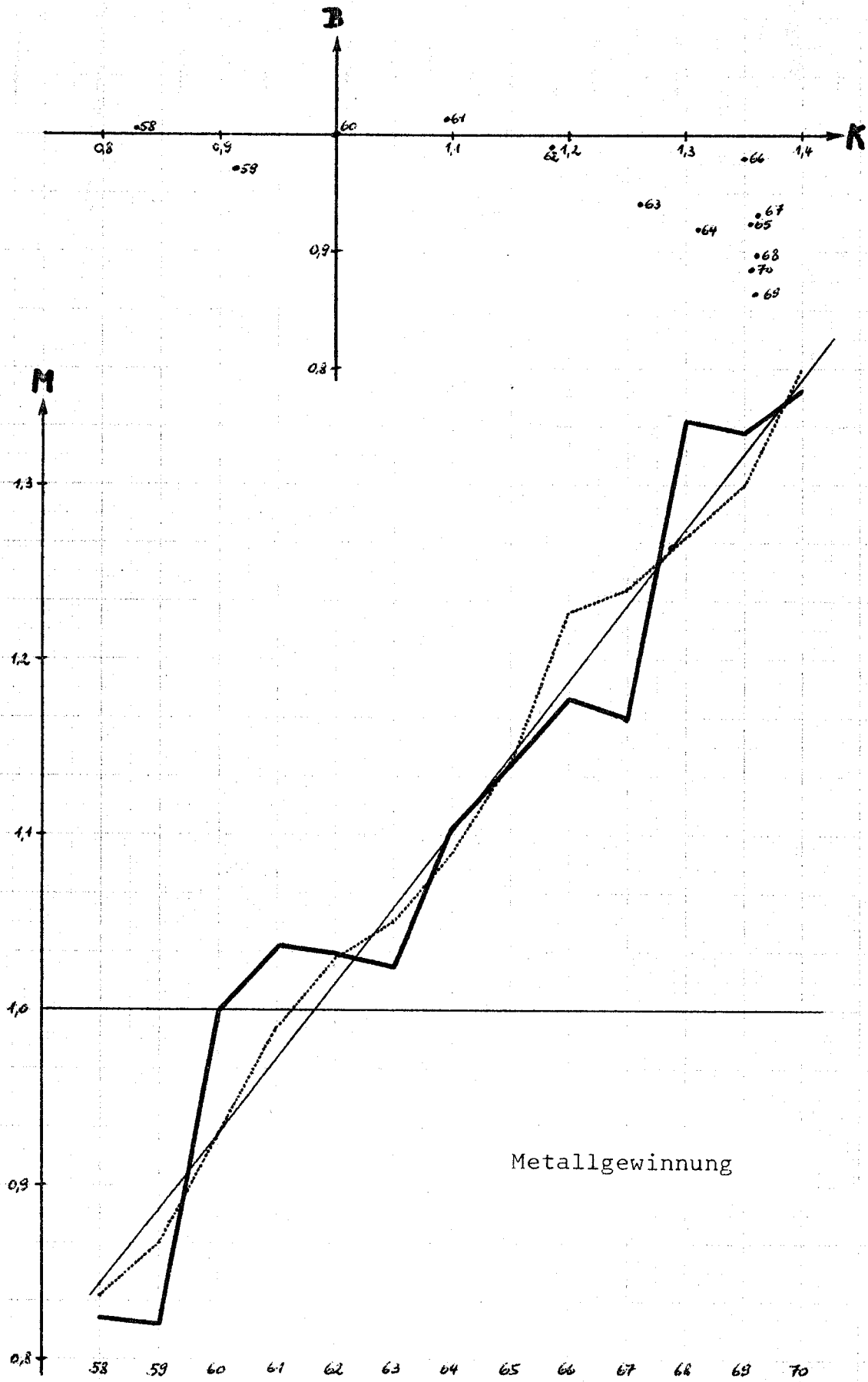












Die Metallgewinnung ist noch immer eine der bedeutendsten Branchen, obwohl ihr Produktionszuwachs im Beobachtungszeitraum beträchtlich unter dem Industriedurchschnitt lag (Anteil an der Nettoproduktion: 1960: ca. 15%, 1970: ca. 12%) und die Beschäftigtenzahl sogar absolut zurückging (1960: 79 500, 1970: 69 400). Diese Tatsachen gelten für beide Teilbereiche Bergwerke und Eisenerzeugung bzw. Nichteisenmetallindustrie, deren Anteile sich etwa im Verhältnis 9:1 belaufen (bezüglich der Produktion liegt der Anteil der NE-Metalle etwas höher).

Die Bezeichnung "Metallgewinnung" ist vielleicht etwas großzügig, da in den Bergwerken auch andere Mineralien außer Erzen geschürft werden (vor allem Braunkohle). Überhaupt ist die Aggration von Erzförderung und Verhüttung sehr problematisch, da der Produktionsprozeß doch sehr verschieden ist und die Anteile infolge der verschiedenen Konjunkturreagibilität¹⁾ verhältnismäßig stark schwanken.

a) Tatsächliche Produktion

Trotz des oben genannten Einwandes ergeben für den Industriezweig Bergwerke und Eisenerzeugung sowohl die CES-Funktion als auch ihre beiden Spezialfälle lineare Funktion und Cobb-Douglas-Relation annehmbare Resultate. Es befremdet allerdings, daß der Koeffizient für den Energieeinsatz insignifikant ist. Auffällig ist auch, daß die lineare und die CD-Funktion eine ähnlich gute Anpassung zeigen (die lineare Funktion hat sogar ein wenig höheres R^2), obwohl die Substitutionselastizität der CES-Funktion eindeutig auf eine CD-Beziehung schließen läßt; das dürfte darauf zurückzuführen sein, daß innerhalb des engen Streubereiches des Faktorverhältnisses die Unterschiede in der Form der Isoquanten nicht so ins Gewicht fallen. Darauf weist auch die Tatsache hin, daß die CES-Funktion kaum besser ist als ihre einfacher zu schätzenden Spezialfälle (siehe Zeichnung).

Auch bei den Nichteisenmetallen passen alle drei Produktions-

¹⁾ vgl. K. Aiginger, B. Bayer u. W. Schenk: Branchenkonjunkturprognosen; Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, unveröffentlichtes Manuskript; Wien 1972

funktionen, und sie liegen ebenso nur knapp auseinander. Der Trend ist sehr dominierend ($R^2 = .943$), was eventuell bewirkt, daß in den Schätzungen die Bedeutung der Produktionsfaktoren unterschätzt wird. Die sehr niedrige Skalenelastizität könnte gleichfalls darauf zurückzuführen sein.

Im Aggregat (Metallgewinnung) passen erwartungsgemäß - wie oben - alle drei Funktionstypen. Da der Anteil der Bergwerke und Eisenhütten beträchtlich überwiegt, sind die aggregierten Produktionsbeziehungen mit deren Funktionen fast identisch.

b) Maximalproduktion

Die Bergwerke und Eisenhütten weisen auch für diese Version theoretisch annehmbare Resultate für die obigen drei Funktionstypen auf. Sie sind jedoch in ihrem Fit kaum besser als der Trend und haben nicht signifikante Koeffizienten.

Die einzige passende Funktion für die Metallindustrie ist eine Semi-CD-Beziehung; diese ist jedoch bei weitem schlechter als der lineare Trend¹⁾, ja sie zeigt fast immer falsche Abweichungen von diesem.

Für das Aggregat Metallgewinnung ergab sich zwar eine CD-Funktion, jedoch ist ihr "Erklärungswert" praktisch gleich dem des linearen Trends und die Koeffizienten sind insignifikant.

¹⁾ Die starke Trendbehaftetheit der Kapazitätsentwicklung ($R^2 = .930$) macht die Schätzung einer Produktionsfunktion praktisch unmöglich.

2 ERDÖL/CHEMIE

=====

Erdöl

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

R²

LT	: N = .608 + .060 ZEIT	.523
LF	: N = .019 + .605 E + .242 L	.849
CD	: N = .720 E ^{1.241} L ^{.291}	.821

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .571 + .058 ZEIT	.816
LF _{TF}	: M = -1.364 + .049 ZEIT + .460 K + 1.464 B	.883
CD _{TF}	: M = .464 e ^{.093} ZEIT K ^{.475} B ^{2.006}	.874

Chemie

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

LT	: N = .250 + .100 ZEIT	.984
ET	: N = .468 e ^{.093} ZEIT	.994
SCD ^L	: N = 1.313 L ^{2.224}	.749

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .394 + .100 ZEIT	.950
ET	: M = .488 e ^{.083} ZEIT	.982
SLF ^K	: M = .082 + .870 K	.954

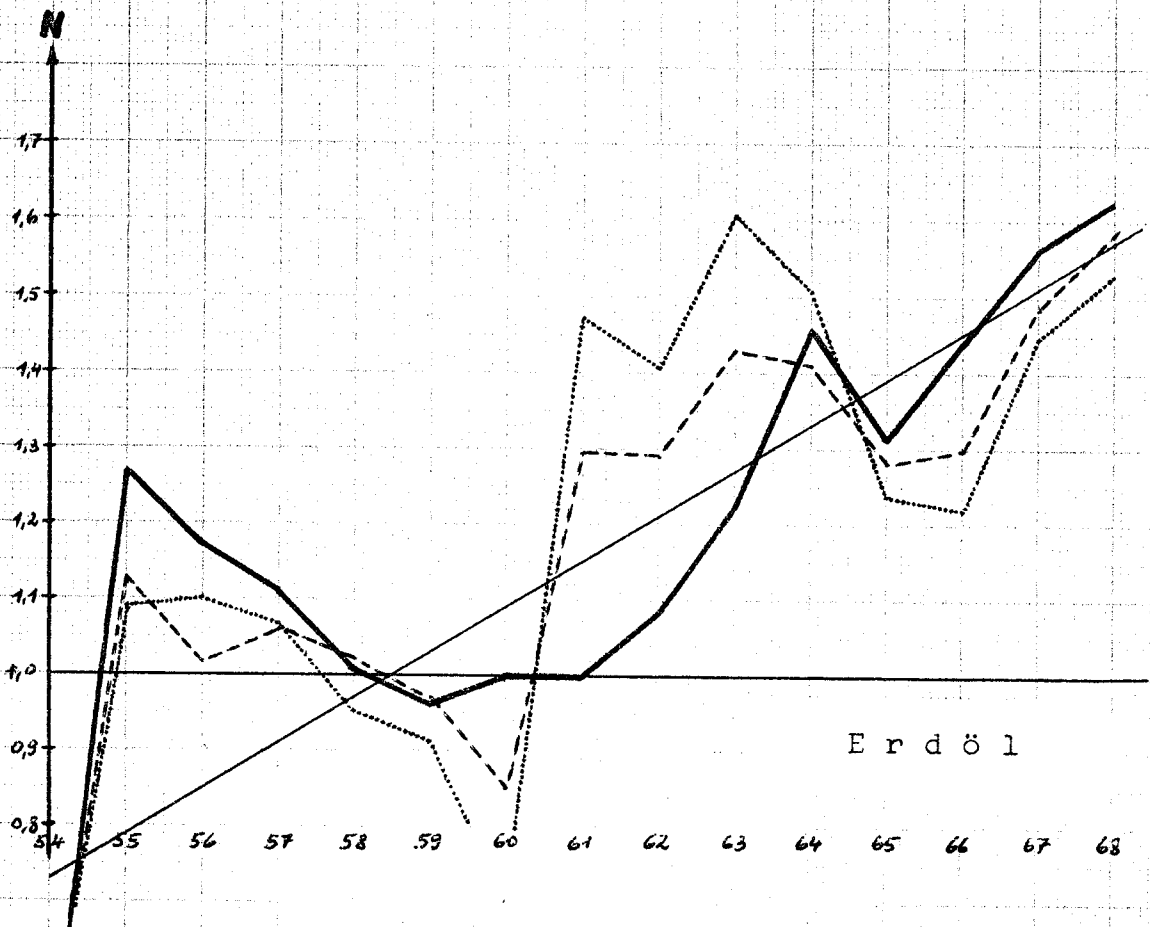
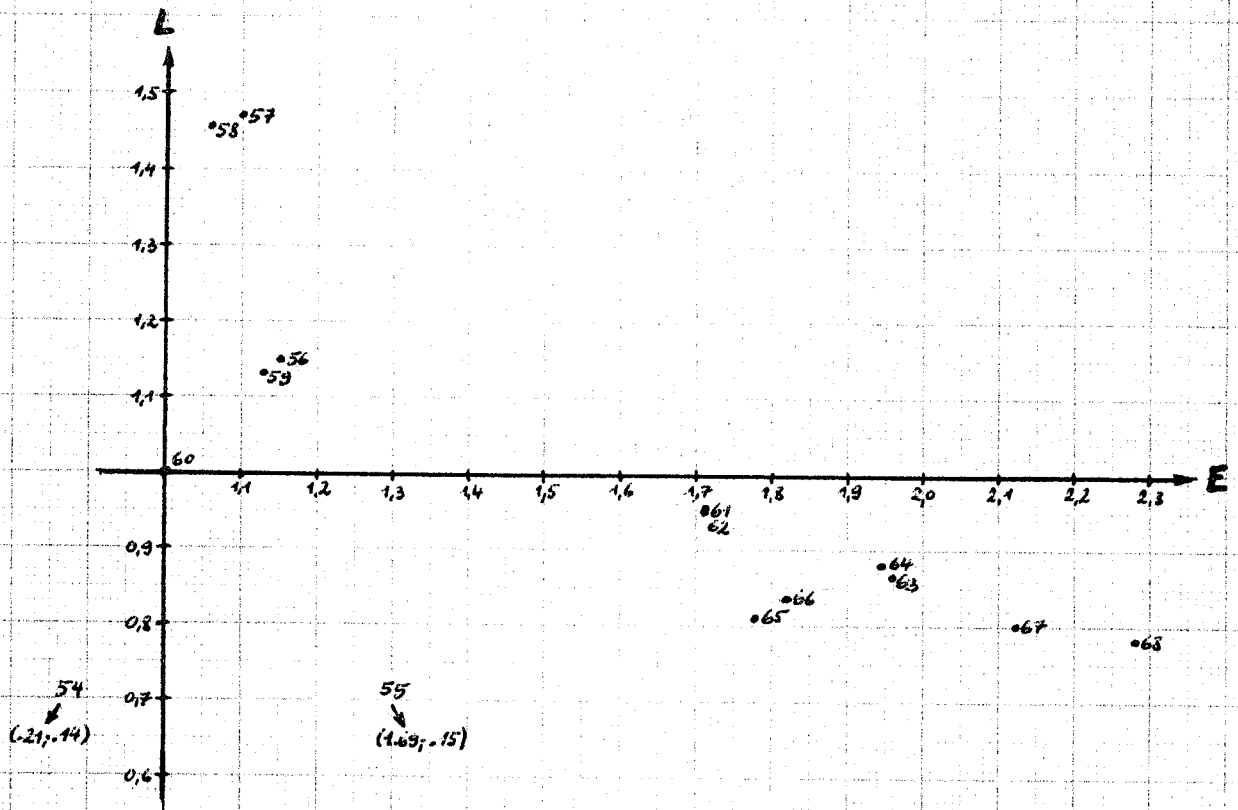
Erdöl/Chemie

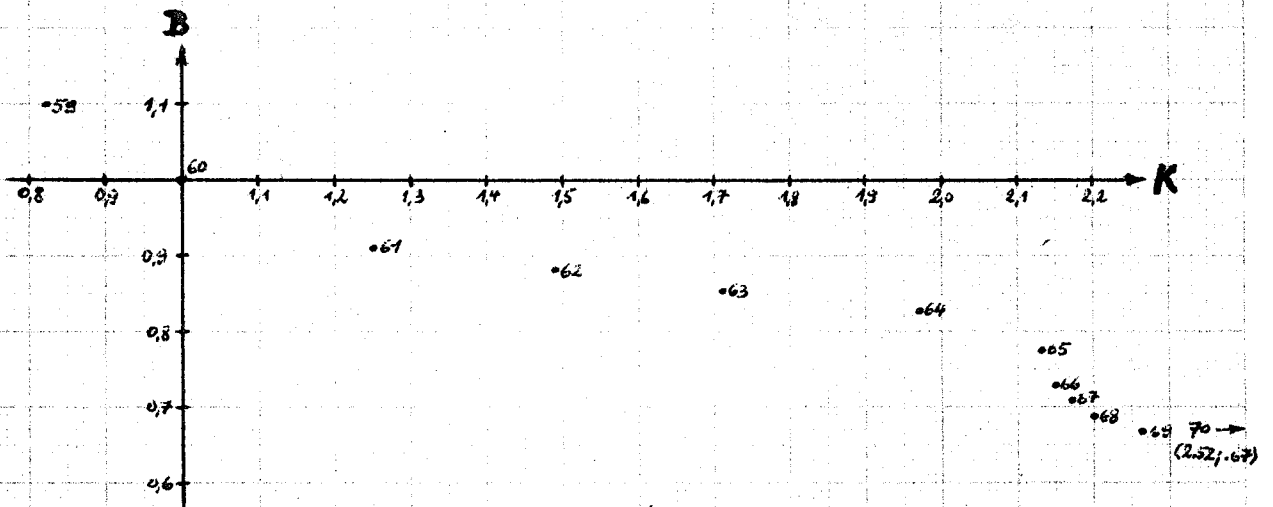
Tatsächliche Nettoproduktion (N)

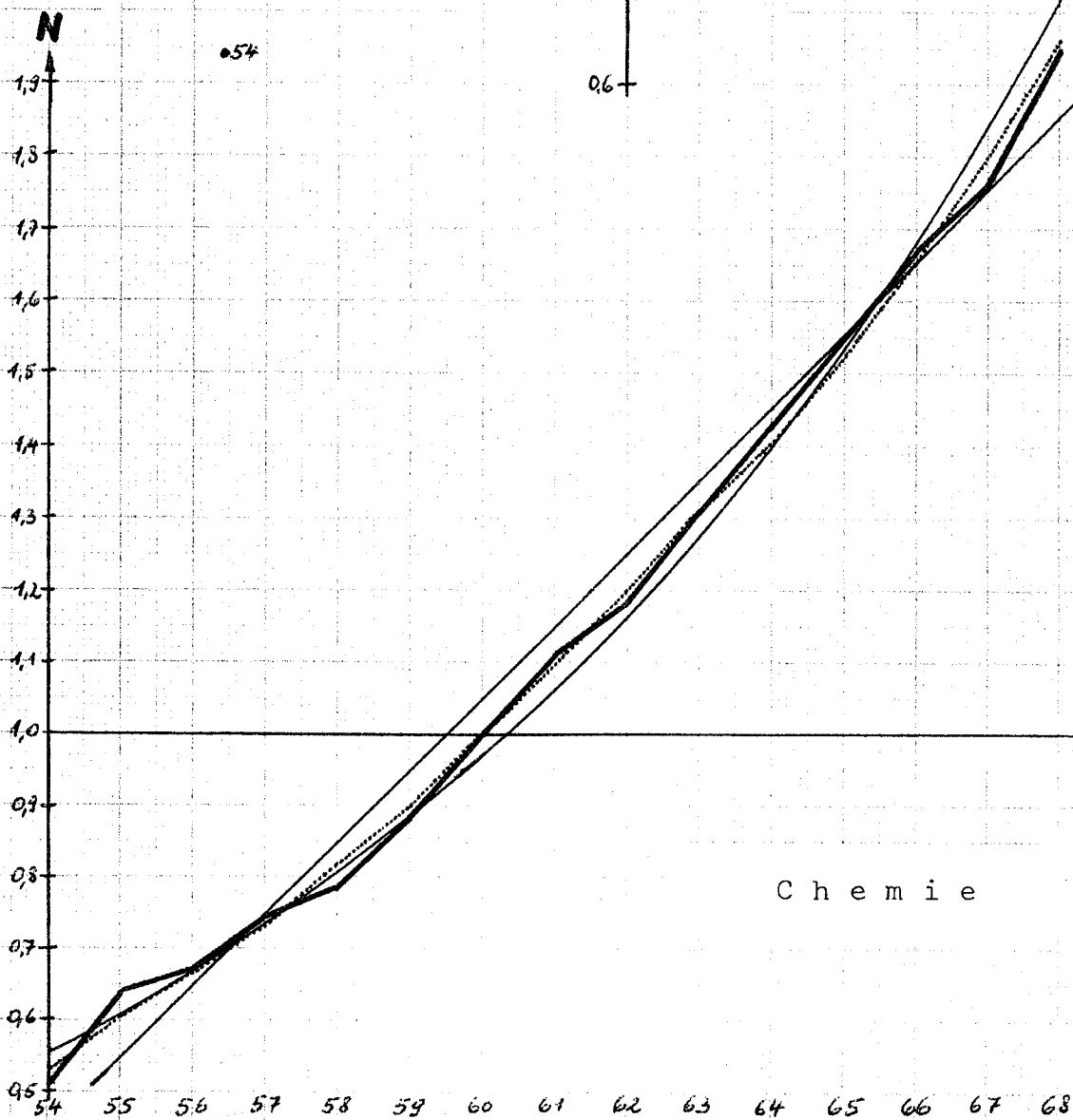
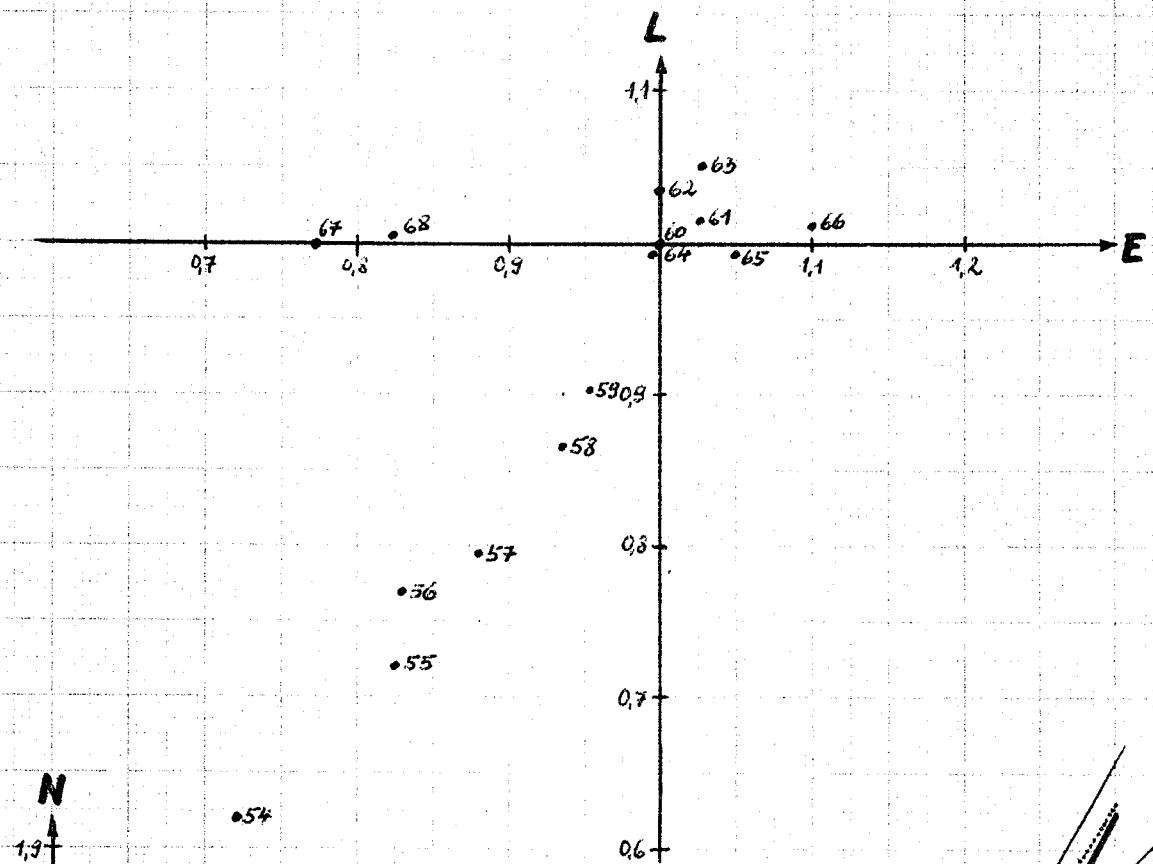
LT	: N = .375 + .086 ZEIT	.933
CD _{TF}	: N = .635 e ^{.062} ZEIT E ^{.737} L ^{.199}	.954

Maximale Nettoproduktion (M)

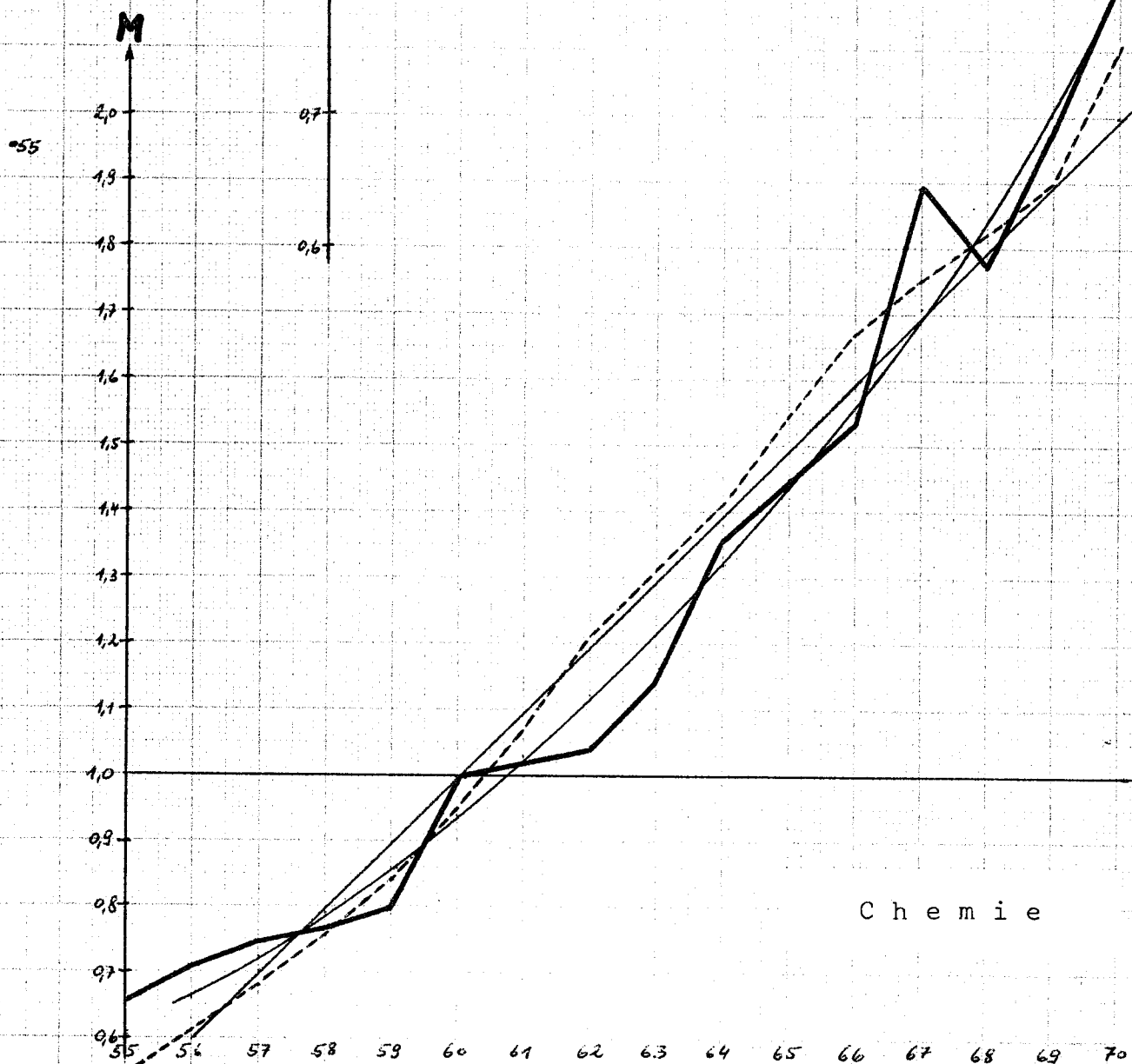
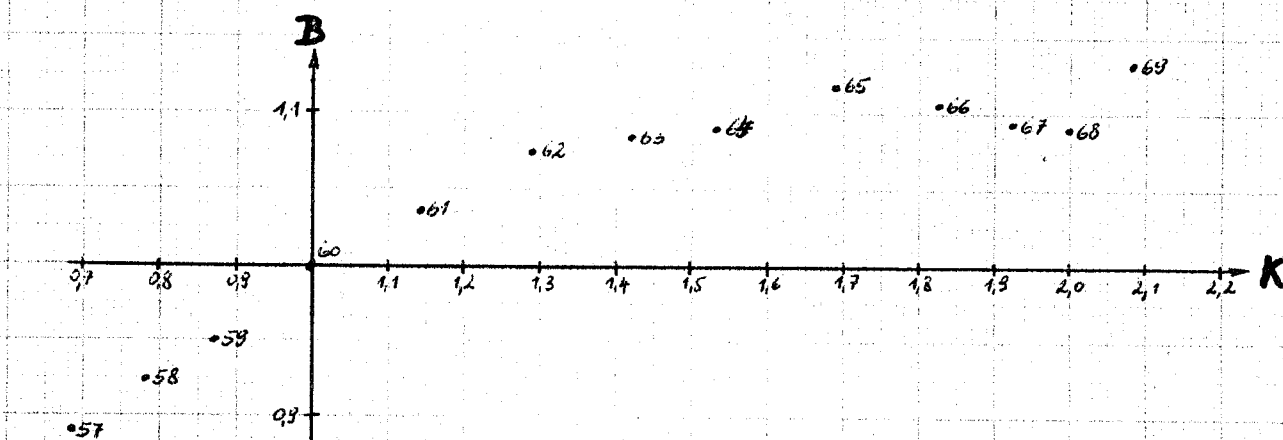
LT	: M = .167 + .098 ZEIT	.964
SCD ^K	: M = .958 K ^{.740}	.906

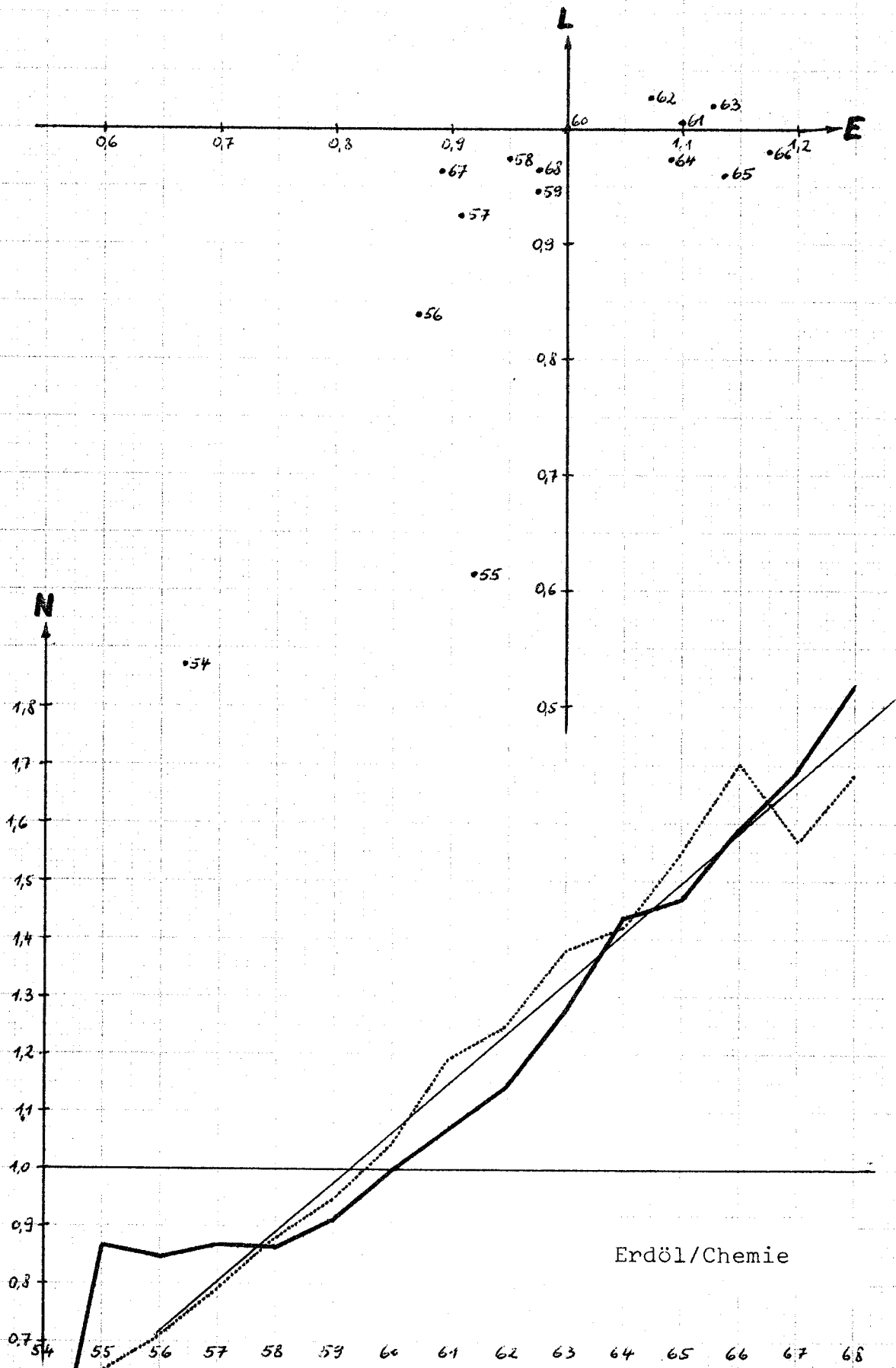


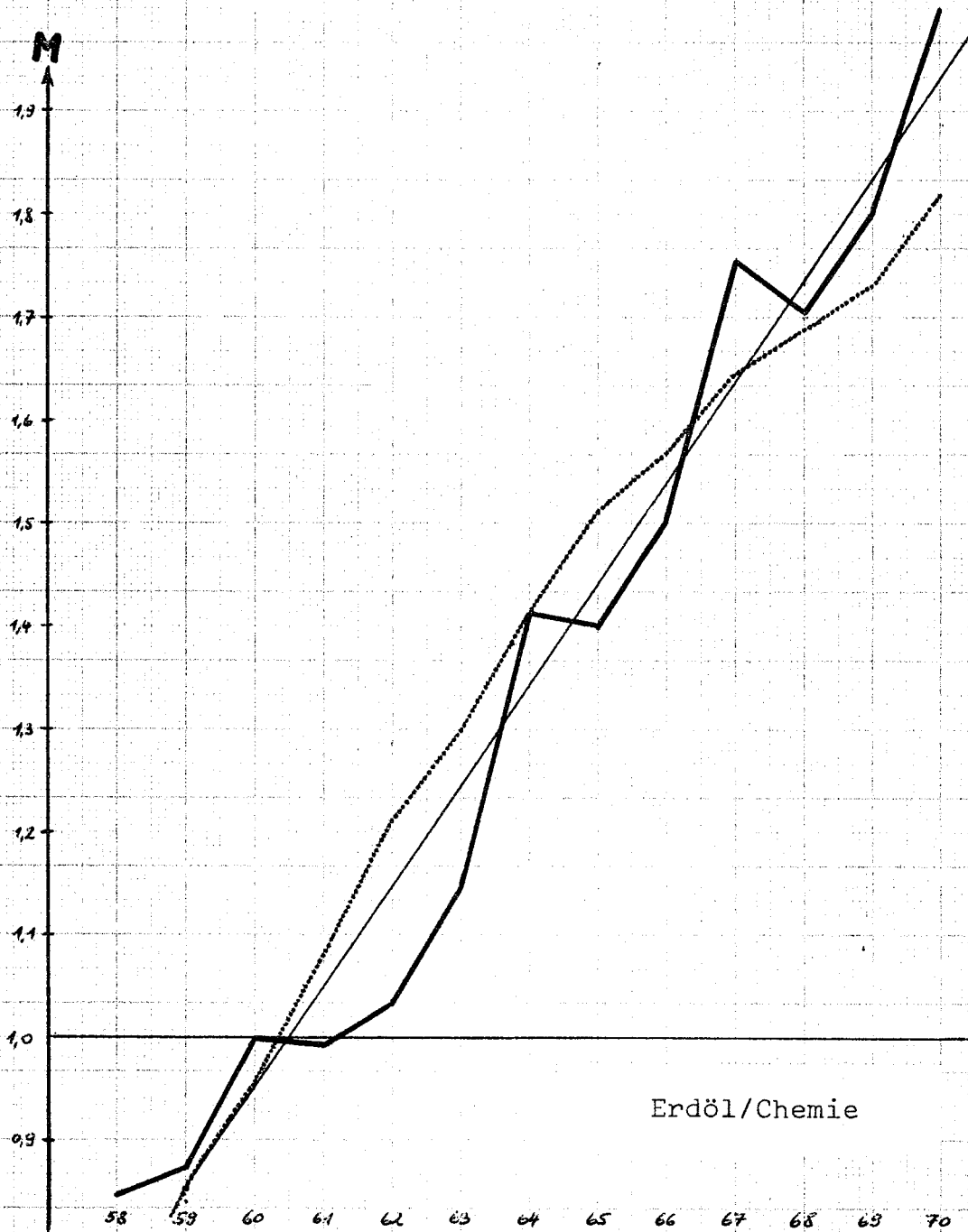
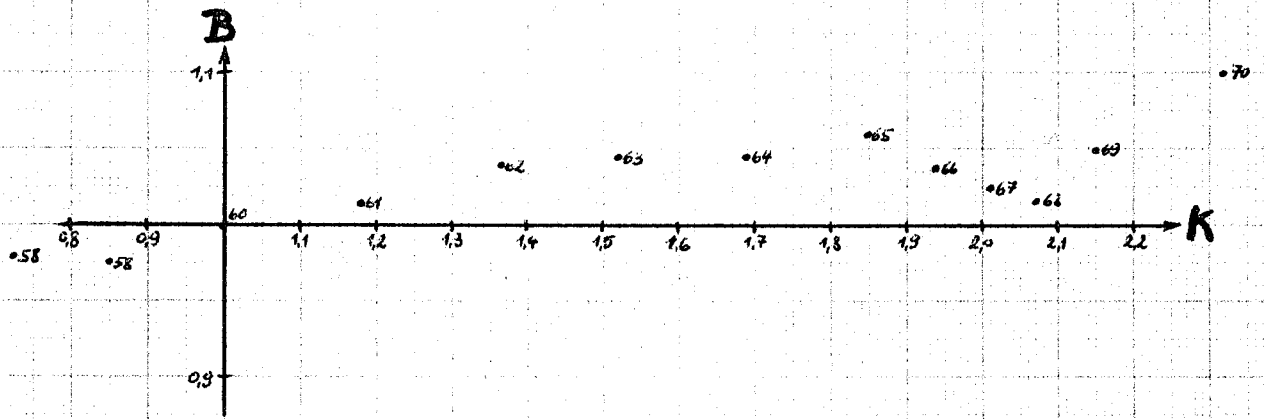




Chemie







Erdöl/Chemie

Die aggregierte Branche Erdöl/Chemie nimmt einen beträchtlichen Anteil sowohl an den Beschäftigten (1960: 9%, 1970: 10%) als auch an der Nettoproduktion (1960: 14%, 1970: 18%) der gesamten Industrie ein. Die Zahlen weisen auf eine starke Produktivitätszunahme hin. Dies trifft für beide Industriezweige zu, wobei die Erdölindustrie (Anteil ca. 1/3) 1970 fast, die chemische Industrie jedoch mehr als doppelt soviel erzeugte wie im Jahr 1960. Dabei ist zu bedenken, daß der Beschäftigtenstand der Erdölindustrie in diesem Zeitraum sogar abnahm.

a) Tatsächliche Produktion

Für den Erdölsektor ist die Schätzung von Produktionsfunktionen aus verschiedenen Gründen sehr problematisch. Die erste Schwierigkeit ist, daß diese Branche in zwei Teile zerfällt, die eine sehr verschiedene Produktionsstruktur aufweisen, nämlich die Förderung und die Verarbeitung. Das zweite Problem ergibt sich aus der starken Dominanz eines Betriebes¹⁾ (Raffinerie Schwechat). Auf der anderen Seite werden die Schätzungen durch die starken Trendabweichungen der Produktion begünstigt.

Die Schätzungen für die lineare und für die CD-Funktion ohne technischen Fortschritt ergeben zwar theoretisch richtige Ergebnisse, jedoch ist für Gleichungen in absoluten Werten der multiple Korrelationskoeffizient R^2 zu niedrig und bei der CD-Version die Skalenelastizität zu hoch.

Die chemische Industrie verzeichnete im betrachteten Zeitraum ein starkes, ziemlich gleichmäßiges Wachstum (über 9% pro Jahr). Dies führt naturgemäß dazu, daß der Zeitfaktor (exponentieller technischer Fortschritt) allein schon fast alles erklärt und die Koeffizienten der Produktionsfaktoren ziemlich nahe bei Null liegen. Daß die angeführte SCD-Funktion die relativ beste Schätzung darstellt, sagt eigentlich schon alles.

¹⁾ vgl. K. Aiginger, B. Bayer u. W. Schenk: a. a. O.

Die aggregierte Industrie zeigt zwar eine durchaus annehmbare Cobb-Douglas-Funktion (allerdings ist der Koeffizient des Faktors Arbeit insignifikant). Die Probleme, die sich in den beiden "Teilindustrien" ergaben, lassen dieses Ergebnis jedoch eher als einen glücklichen Zufall erscheinen.

b) Maximalproduktion

Die Kapazitätsschätzungen zeigen bei der Branche Erdöl ähnliche Ergebnisse wie die Schätzungen der tatsächlichen Produktion. Der Unterschied liegt hauptsächlich darin, daß die Funktionen (lineare, CD) einen Zeitkoeffizienten (technischer Fortschritt) aufweisen. Die Skalenerträge sind noch stärker steigend. Auffällig ist, daß die Kapazitätskurve stärkere Spitzen aufweist als die Produktionskurve, obwohl man für die Kapazitätsentwicklung einen stetigeren Verlauf annehmen würde¹⁾.

Bei der chemischen Industrie springt der starke Zusammenhang zwischen Beschäftigtenzahl und Kapital (Multikollinearität) besonders ins Auge. Diese Tatsache machte Schätzungen von kompletten Produktionsfunktionen, d.h. mit beiden Produktionsfaktoren, hinfällig. Mit der linearen Beziehung zwischen Kapazität und Kapital wurde eine recht gute Erklärung gefunden.

Auch für die gesamte Branche Erdöl/Chemie ergibt sich eine starke Beziehung zwischen Kapazität und Kapital, diesmal jedoch vom exponentiellen Typ (Semi-Cobb-Douglas). Die für die Schätzung der tatsächlichen Produktion genannten Einwände gelten jedoch auch für die Kapazitätsschätzung.

¹⁾ Auf dieses Problem wird in der Zusammenfassung näher eingegangen.

3 KERAMIK/GLAS

=====

Keramik

<u>Tatsächliche Nettoproduktion (N)</u>		R ²
LT	: N = .496 + .064 ZEIT	.978
CD _{TF}	: N = .647 e ^{.054 ZEIT} E ^{.481} L ^{.361}	.988

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .457 + .067 ZEIT	.990
LF _{TF}	: M = -.132 + .067 ZEIT + .036 K + .547 B	.994
CD _{TF}	: M = .641 e ^{.053 ZEIT} K ^{.120} B ^{.876}	.991
CES _{TF}	: M = e ^{.078 ZEIT} (.131 K ^{.784} + .664 B ^{.784}) ^{1.138/.784}	

Glasindustrie

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

LT	: N = .676 + .041 ZEIT	.823
ET	: N = .725 e ^{.039 ZEIT}	.840
SCD ^E	: N = 1.061 E ^{1.039}	.322

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .629 + .051 ZEIT	.879
SCD ^K	: M = .979 K ^{1.055}	.832

Keramik/Glas

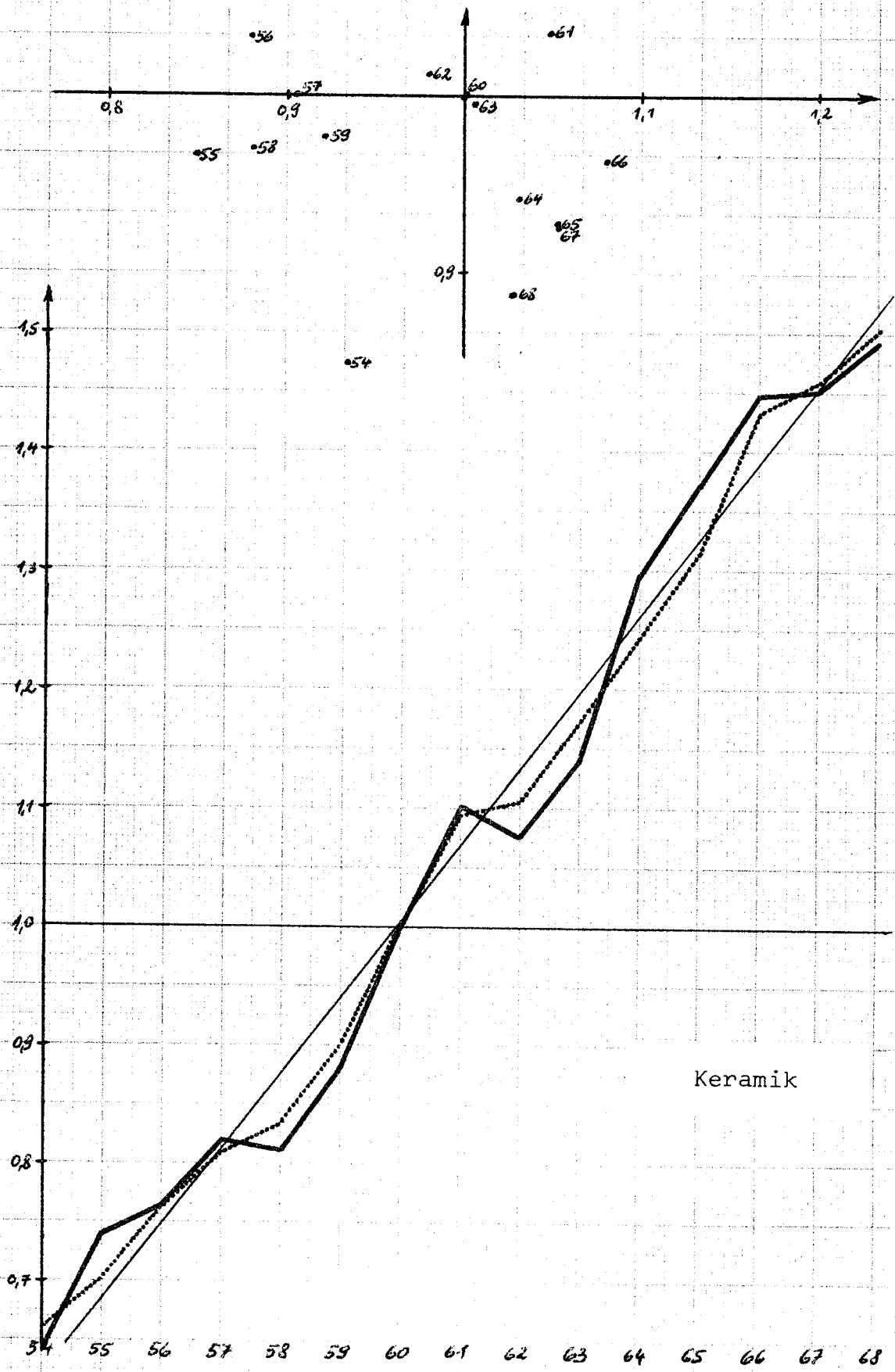
Tatsächliche Nettoproduktion (N)

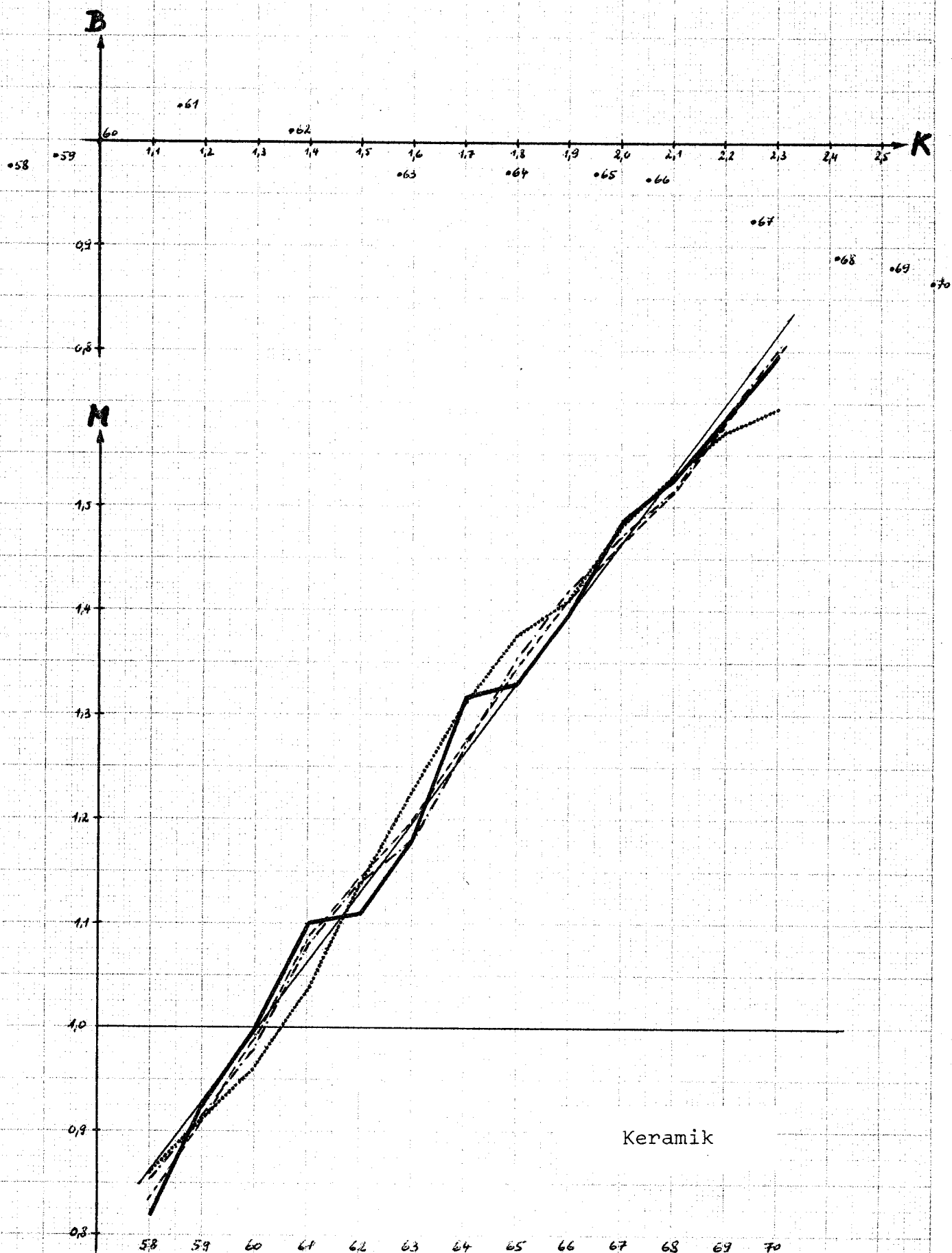
LT	: N = .533 + .059 ZEIT	.974
CD _{TF}	: N = .655 e ^{.052 ZEIT} E ^{.295} L ^{.153}	.980
CES _{TF}	: N = e ^{.049 ZEIT} (.537 E ^{.737} + .053 L ^{.737}) ^{.555/.737}	

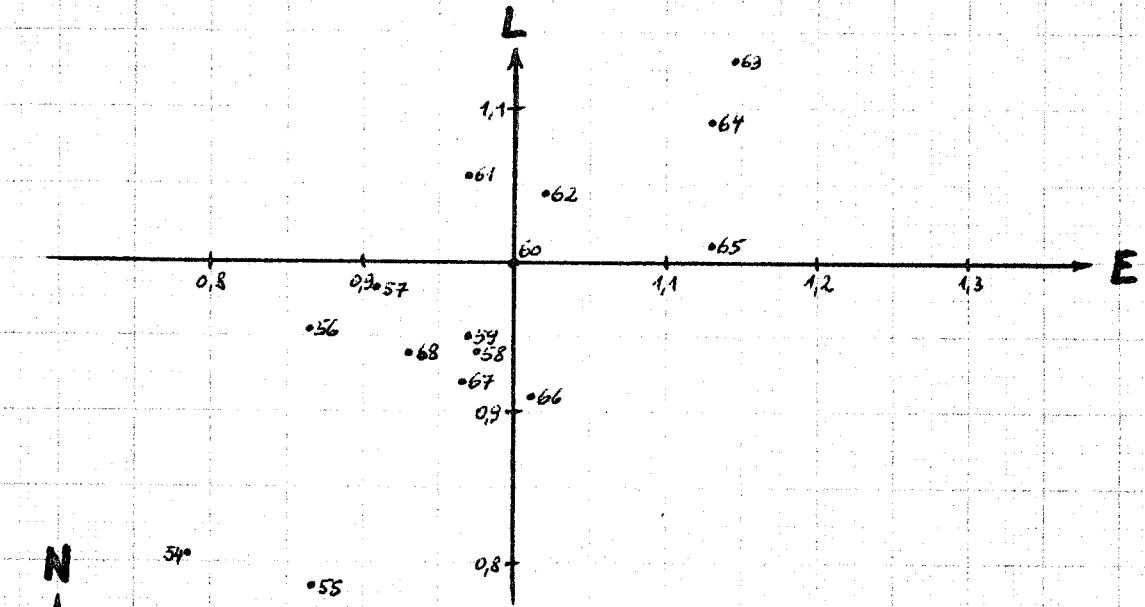
Maximale Nettoproduktion (M)

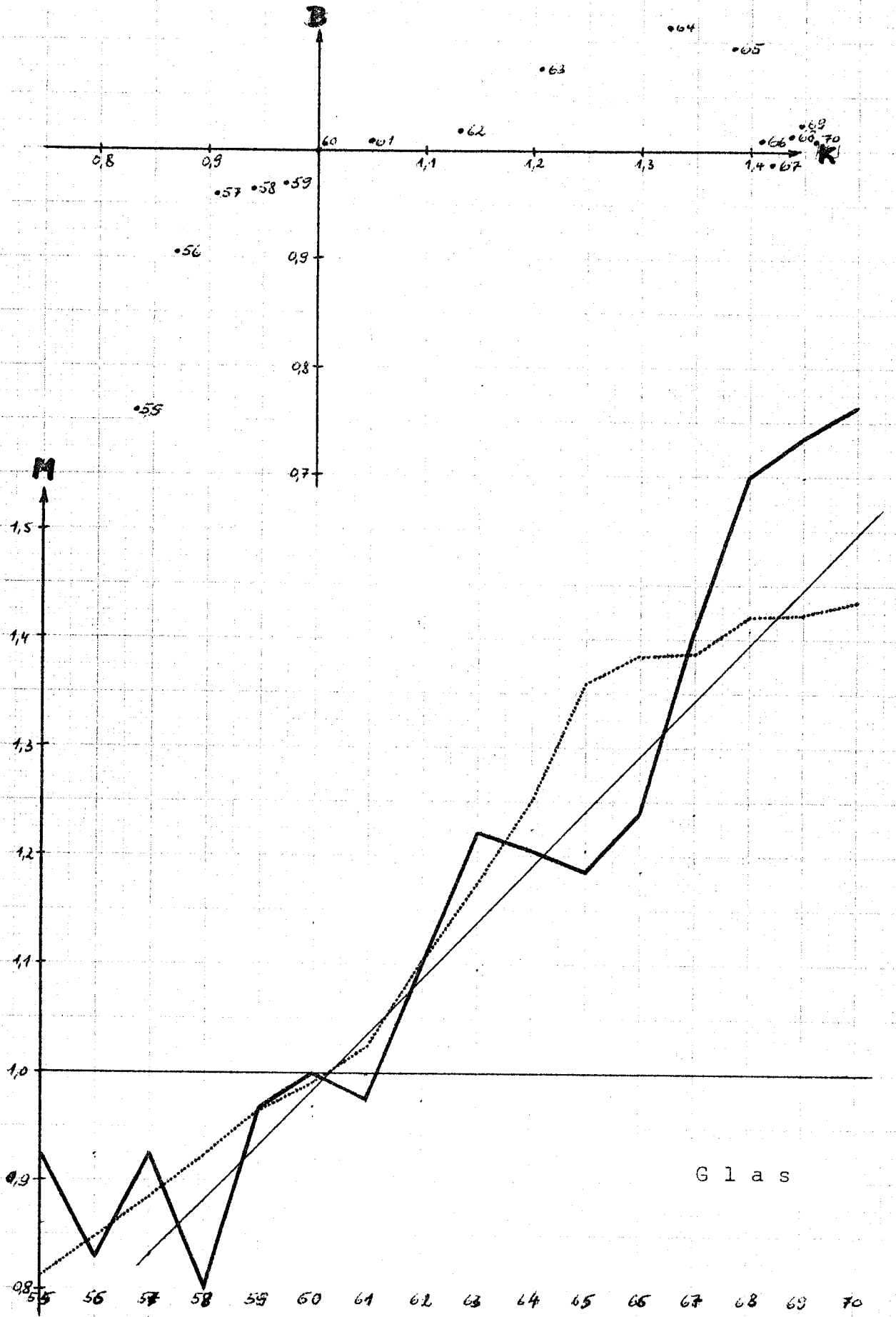
LT	: M = .449 + .067 ZEIT	.991
----	------------------------	------

$$\begin{array}{l} \text{CD}_{\text{TF}} : M = .593 e^{.062 \text{ ZEIT}} K^{.002} B^{.928} \\ \text{CES}_{\text{TF}} : M = e^{.048 \text{ ZEIT}} (.079 K^{.893} + .575 B^{.893})^{.851/.893} \end{array} \quad \begin{array}{l} R^2 \\ .986 \end{array}$$

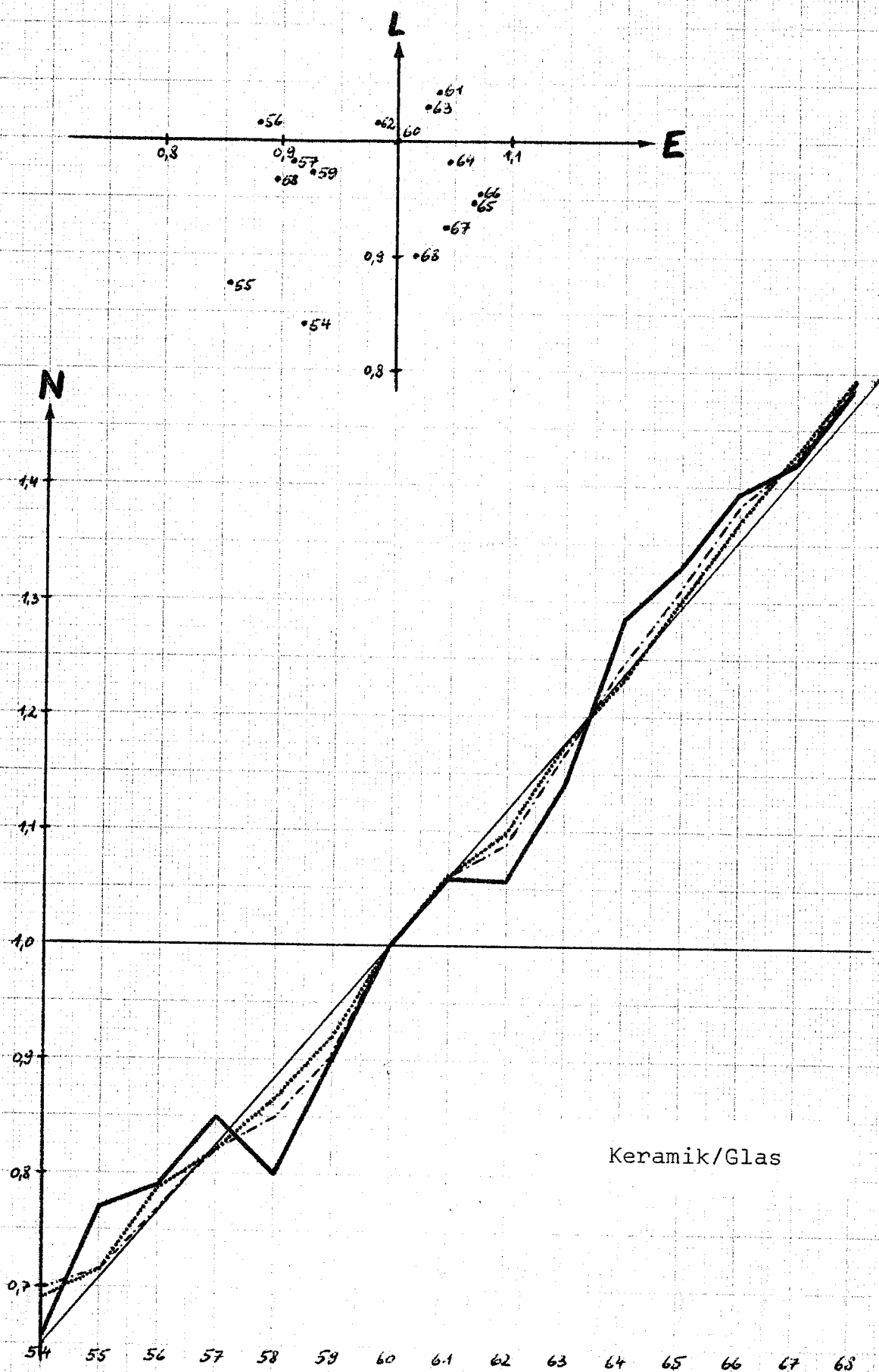


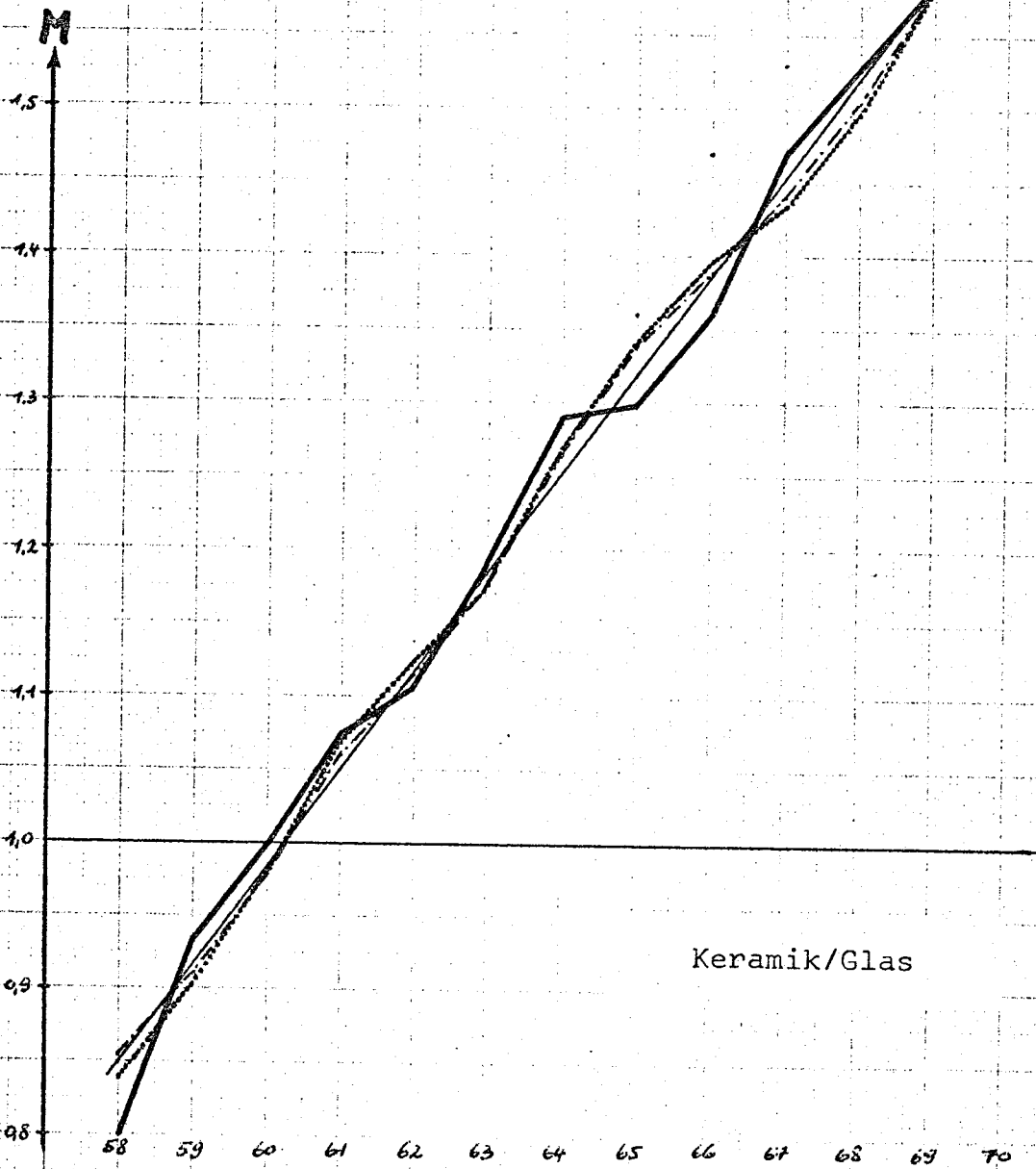
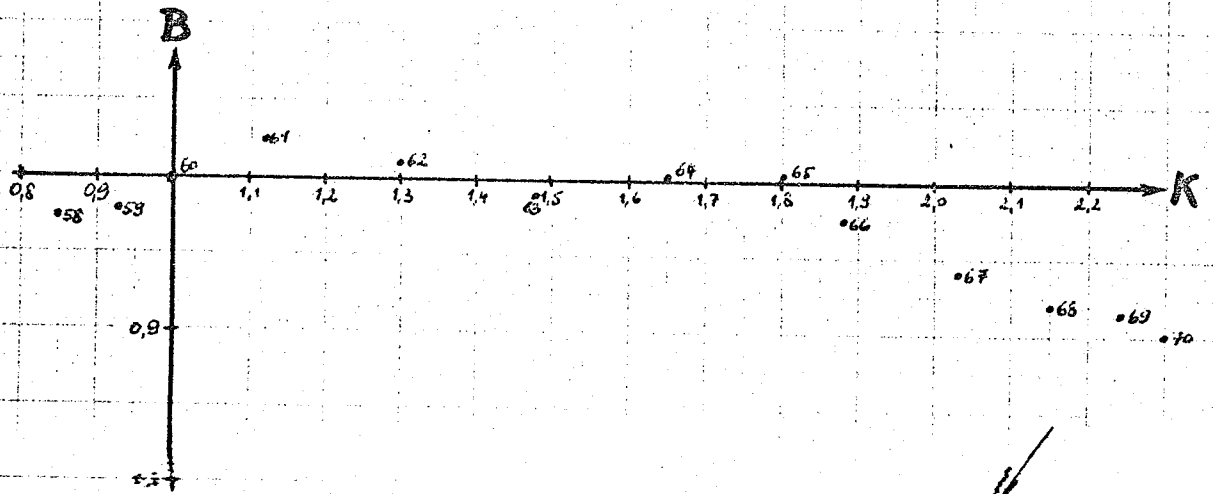






- 84 -





Der Industriebereich Keramik/Glas hatte - gemessen an der Nettoproduktion - im Jahre 1960 einen nur wenig geringeren Anteil als die Branche Holz/Papier, also etwas unter 8% (4 053 Mio. S); in den Jahren danach wuchs sie aber nur unterdurchschnittlich, und so fiel ihr Anteil auf etwa 6,5% im Jahr 1970. Die beiden "Subindustrien" wiesen ein etwa gleich starkes Wachstum auf, sodaß ihr Anteil annähernd konstant blieb (Steine, Keramik : Glas = 5 : 1). Erst in den letzten Jahren (ab 1971) kam es im Zuge des Baubooms zu einer starken Produktionssteigerung beider Industrien.

Die Beschäftigten gingen zwischen 1960 und 1970 im Aggregat von ca. 41 600 auf 37 500 (7% bzw. 6% der Industriebeschäftigten) zurück, was darauf zurückzuführen ist, daß im Industriezweig Keramik ein starker Rückgang (von 31 600 auf 27 400) zu beobachten ist, während die Beschäftigtenzahl in der Glasindustrie praktisch stagnierte.

a) Tatsächliche Produktion

Trotz des Verlaufes nahe dem linearen Trend und der sehr geringen Streuung der Daten für Energieverbrauch und Lohn- und Gehaltsumme, was Identifikationsprobleme erwarten ließ, ergaben die Schätzungen für die keramische Industrie eine "schöne" Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas-Typ mit plausiblen, signifikanten Koeffizienten (Skalenerträge unter 1). Ein Vergleich mit dem linearen Trend zeigt jedoch, daß die Paßform nur unwesentlich besser ist.

Für die Glasindustrie konnten keine annehmbaren Funktionen gefunden werden. Die SCD-Funktion wurde nur angeführt, um überhaupt eine Funktion anzugeben, jedoch ist der Fit ausgesprochen schlecht, obwohl die teilweise großen Abweichungen vom Trend einen großen Erklärungsspielraum für die beiden Produktionsfaktoren ermöglicht hätten. Der Hauptgrund dafür dürfte sein, daß sich die Lohn- und Gehaltsumme doch zu langsam an Produktionsschwankungen anpaßt¹⁾.

1) wegen der starken Abhängigkeit von der Bestandsgröße Beschäftigtenzahl

Die Produktion des Aggregats Keramik/Glas ist wieder stark trendbehaftet. Die Produktionsfunktionen (CD, CES) ergeben daher eine kaum bessere Anpassung an die Produktionsdaten als der lineare Trend. Ebenfalls aus diesem Grund dürften die Koeffizienten der CD-Funktion insignifikant sein.

b) Maximalproduktion

Diese Variante zeigt für die keramische Industrie gute Ergebnisse. Alle drei Funktionstypen (lineare, CD, CES) sind theoretisch zulässig, wenn auch der Koeffizient des Faktors Kapital bei den ersten beiden insignifikant ist. Die Skalenelastizität bei CD- und CES-Funktion liegt bei 1.

Die größte Schwierigkeit bei der Glasindustrie war die Tatsache, daß die Beschäftigtenzahl praktisch konstant blieb, sodaß der Einfluß dieses Faktors auf die Produktion im Rahmen einer Zeitreihenanalyse nicht festgestellt werden kann. Demgemäß fiel auch das Ergebnis aus: nur die SCD-Funktion ohne technischen Fortschritt erwies sich als zulässig¹⁾. Allerdings ist die Anpassung schlechter als die des linearen Trends.

Im Aggregat dominiert die Keramikindustrie, sodaß die Ergebnisse diesen mehr ähneln als jenen der Glasindustrie. Die Koeffizienten für das Kapital sind dementsprechend klein und insignifikant. Die Skalenelastizität liegt sowohl bei der CD- als auch bei der CES-Variante knapp unter 1. Auffällig ist, daß sich beide Funktion fast decken, obwohl die Substitutionselastizität eher auf eine lineare Funktion hinweist (die übrigens nicht paßt).

¹⁾ Diese Funktion zeigt eine fast lineare Abhängigkeit zwischen Kapazität und Kapital.

4 HOLZ/PAPIER

=====

Papierherzeugung

<u>Tatsächliche Nettoproduktion (N)</u>		R^2
LT	: N = .688 + .038 ZEIT	.940
ET	: N = .733 e ^{.036 ZEIT}	.961
SCD _{TF} ^E	: N = .803 e ^{.028 ZEIT} E ^{.690}	.975

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .522 + .054 ZEIT	.927
ET	: M = .669 e ^{.045 ZEIT}	.960
SCD _{TF} ^B	: M = .580 e ^{.066 ZEIT} B ^{.985}	.979

Papierverarbeitung

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

LT	: N = .323 + .086 ZEIT	.990
CD	: N = .918 E ^{1.239} L ^{.606}	.963
CES _{TF}	: N = e ^{.065 (ZEIT (.207 E^{.551} + .271 L^{.551}))} .423/.551	

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .262 + .096 ZEIT	.961
ET	: M = .501 e ^{.081 ZEIT}	.995
SCD ^K	: M = .959 K ^{1.450}	.963

Holzverarbeitung

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

LT	: N = .400 + .080 ZEIT	.985
LE _{TF}	: N = -.079 + .046 ZEIT + .585 E + .121 L	.992
CD _{TF}	: N = .717 e ^{.038 ZEIT} E ^{.437} L ^{.847}	.993

Maximale Nettoproduktion (M)

LT	: M = .397 + .078 ZEIT	.982
----	------------------------	------

R²

$$\begin{aligned} LF_{TF} : M &= .211 + .065 ZEIT + .134 K + .149 B & .982 \\ CD : M &= .901 K^{.747} L^{1.010} & .982 \end{aligned}$$

Holz/Papier

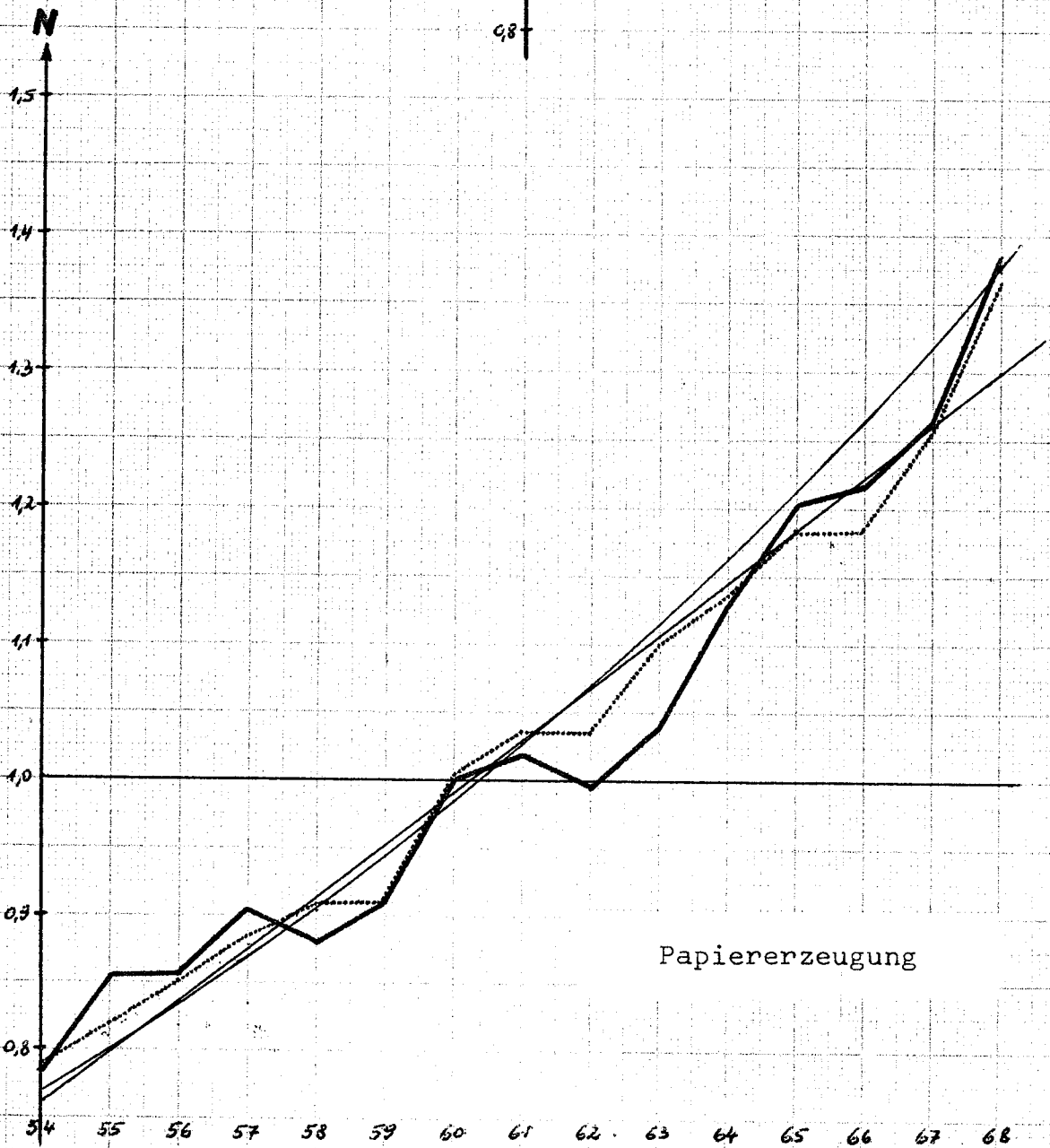
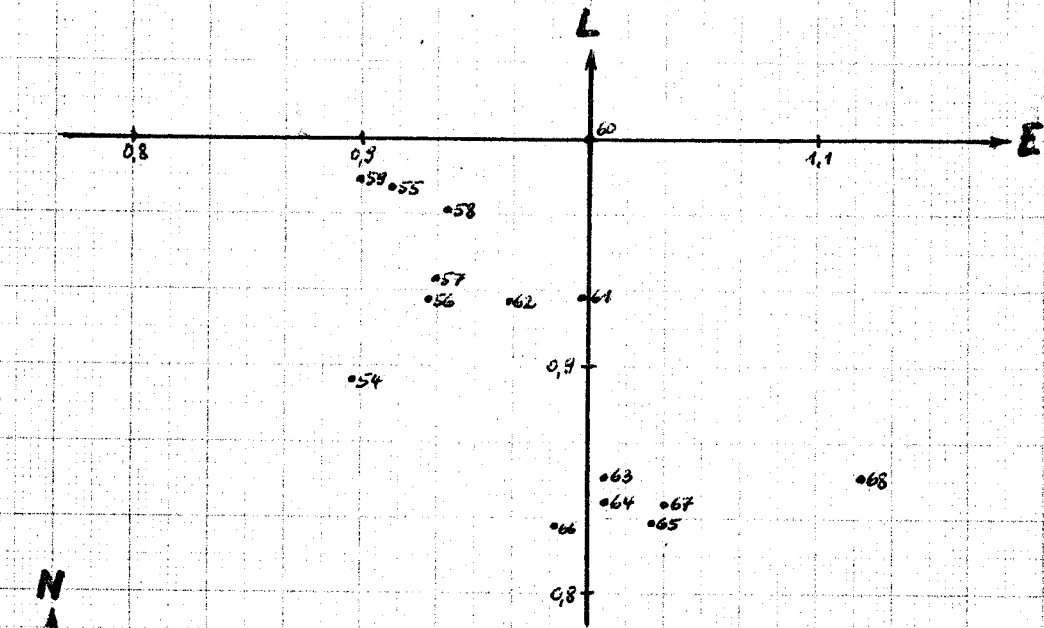
Tatsächliche Nettoproduktion (N)

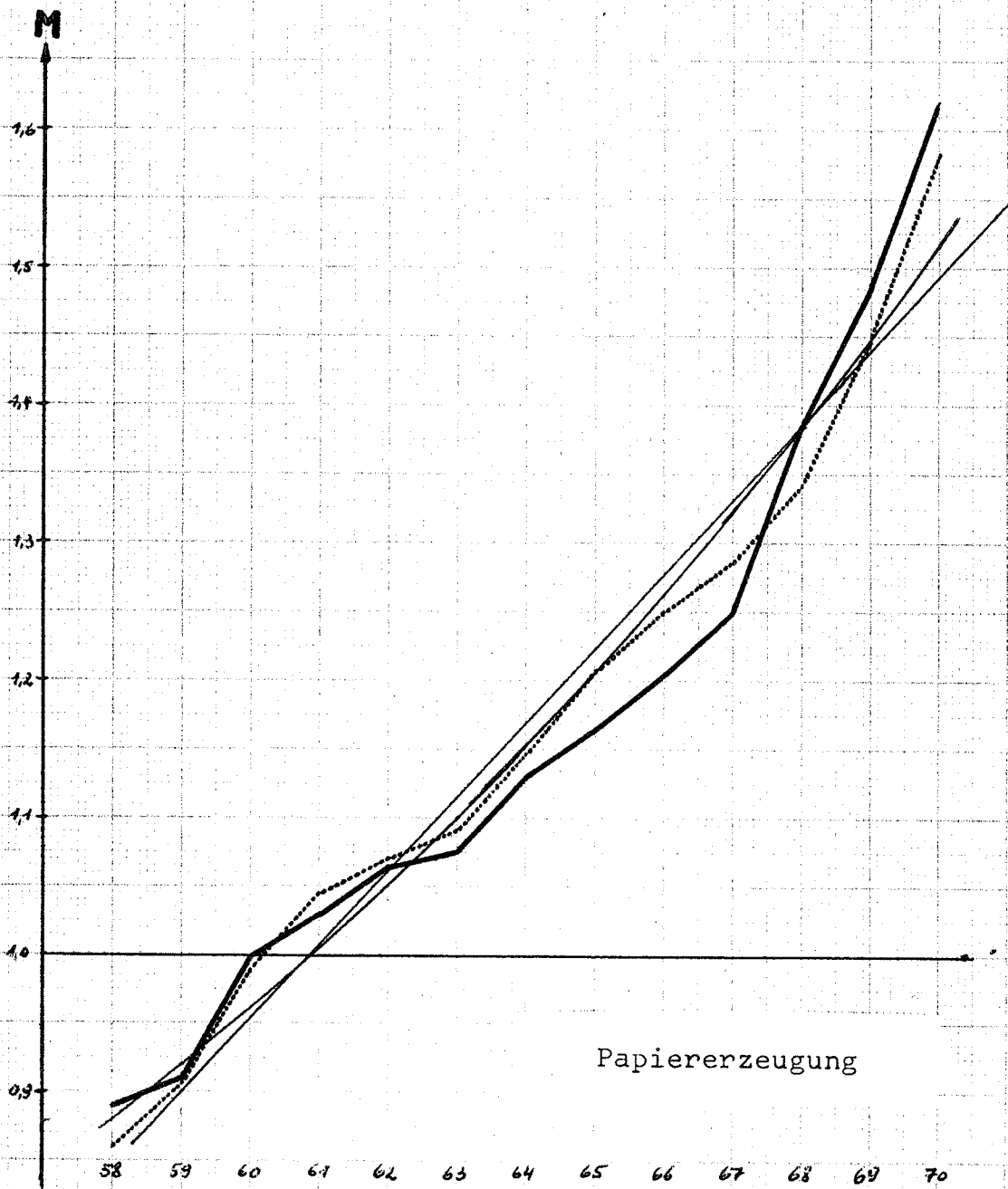
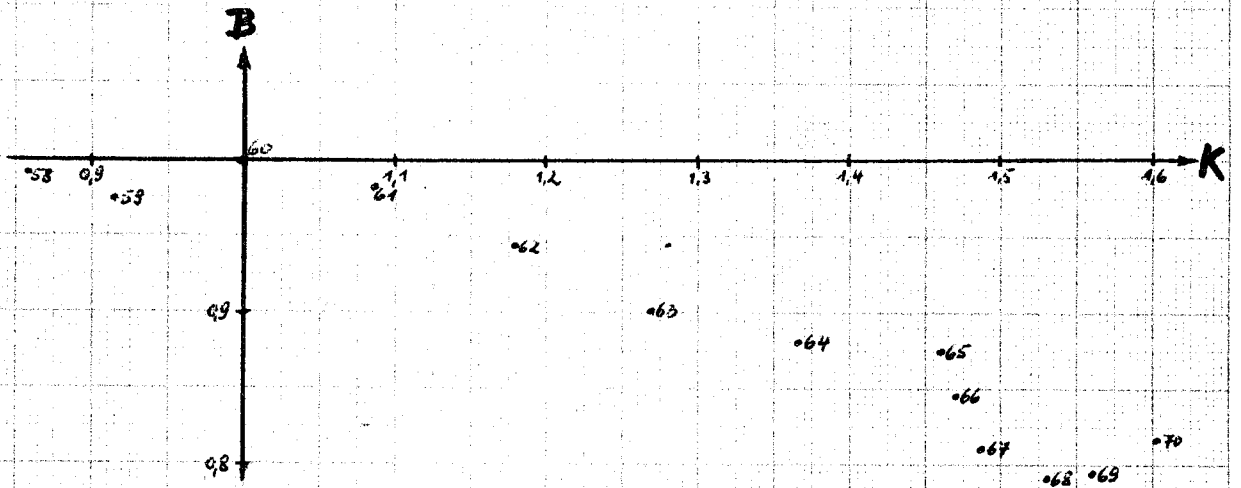
$$\begin{aligned} LT : N &= .529 + .060 ZEIT & .985 \\ CD_{TF} : N &= .690 e^{.046 ZEIT} E^{.529} L^{.221} & .993 \\ CES_{TF} : N &= e^{.048 ZEIT} (.395 E^{.935} + .164 L^{.935}) \cdot 615 / .935 \end{aligned}$$

Maximale Nettoproduktion (M)

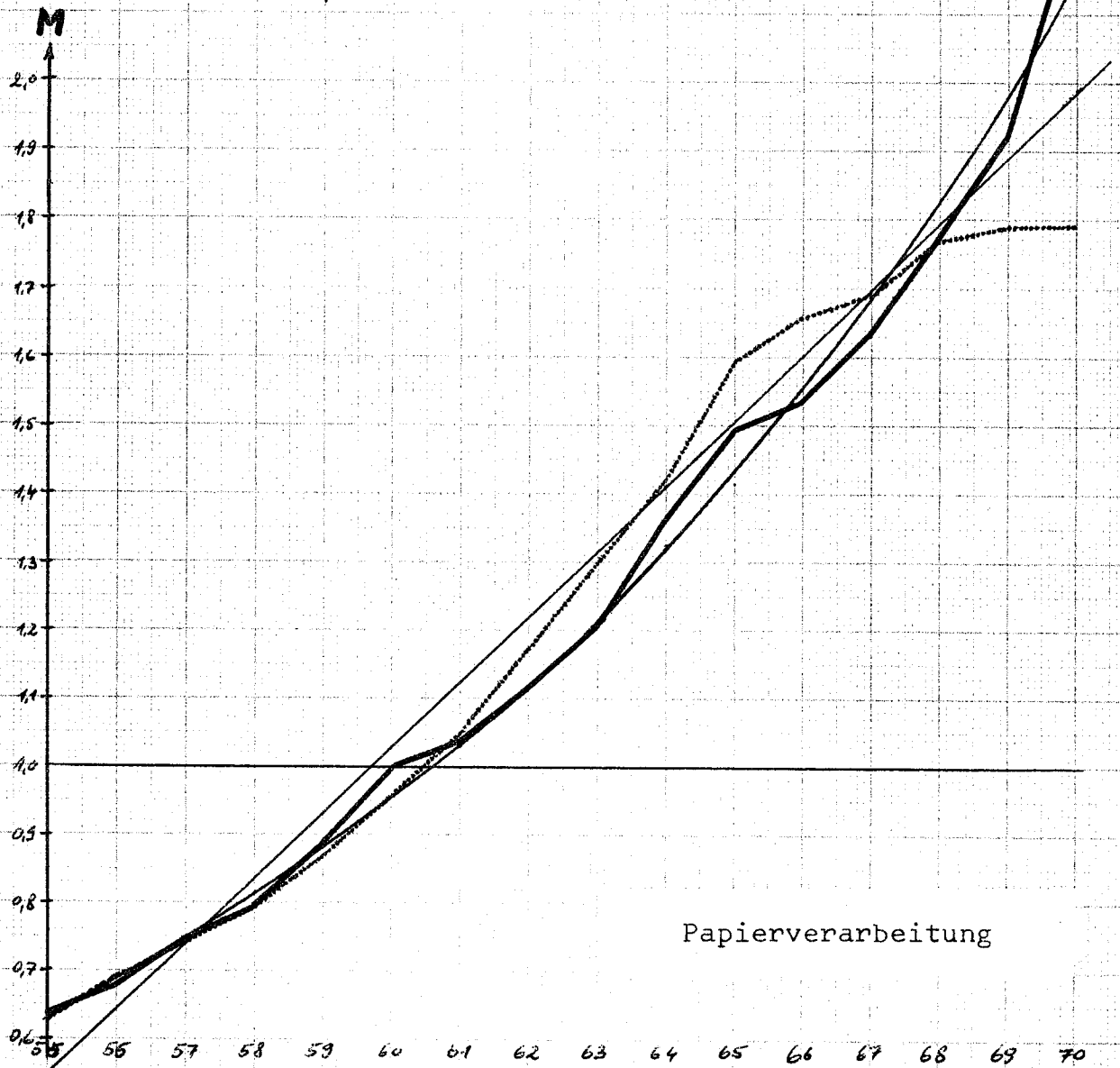
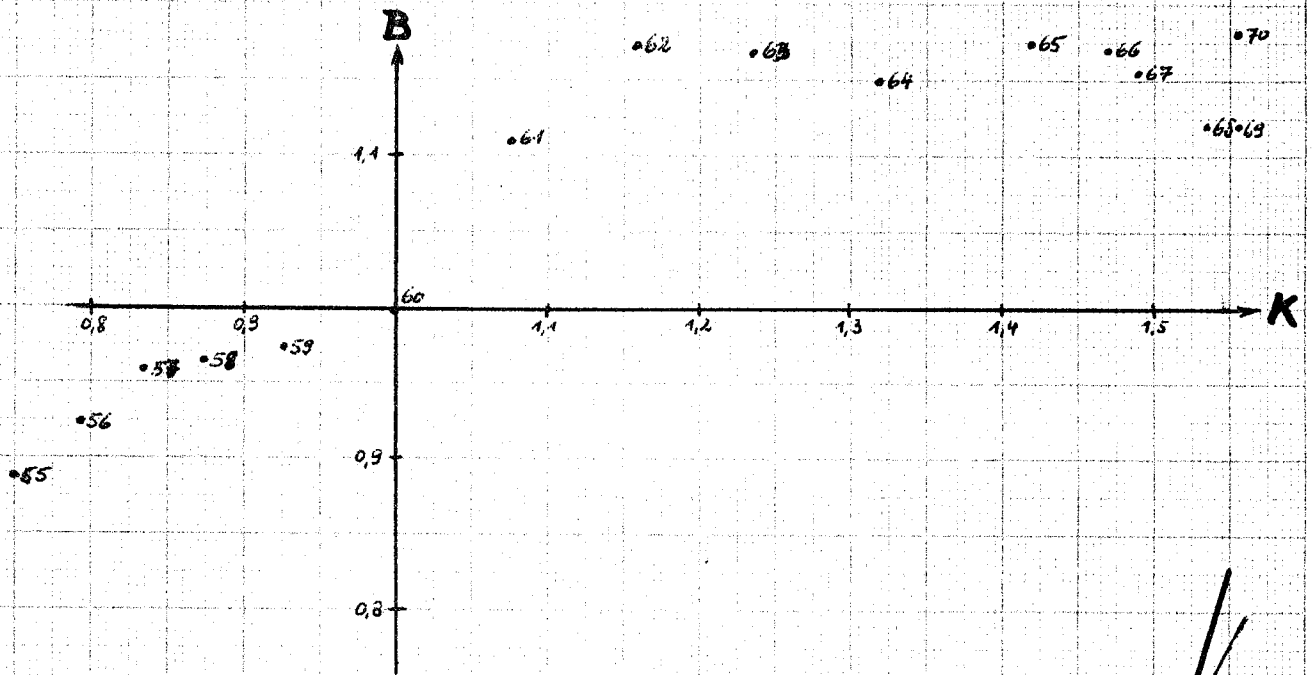
$$\begin{aligned} LT : M &= .384 + .074 ZEIT & .961 \\ SCD_{TF}^B : M &= .616 e^{.057 ZEIT} B^{.470} & .989 \end{aligned}$$

- 90 -



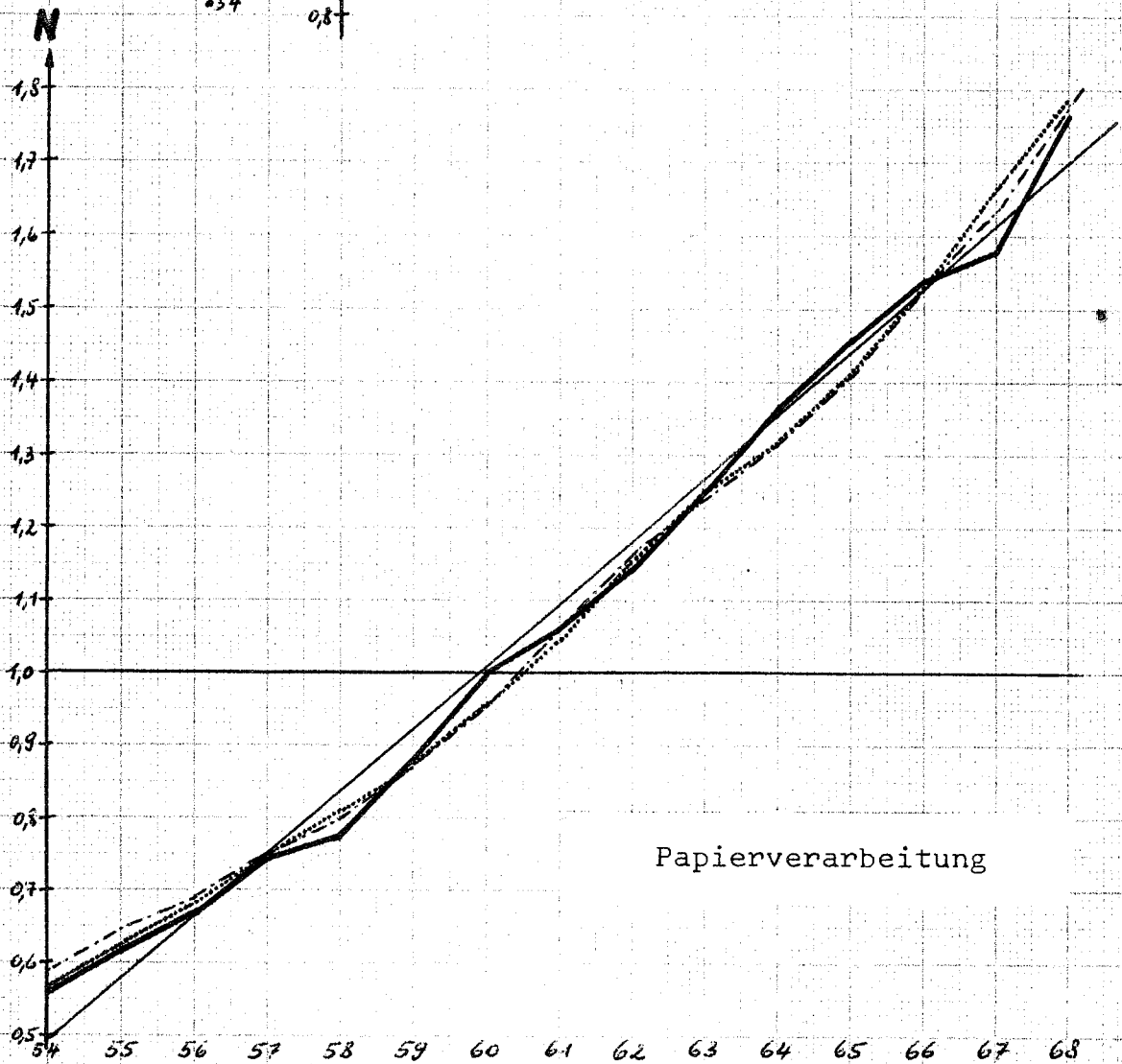
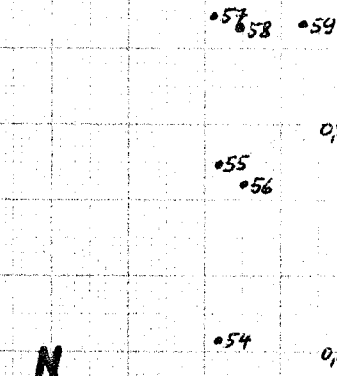
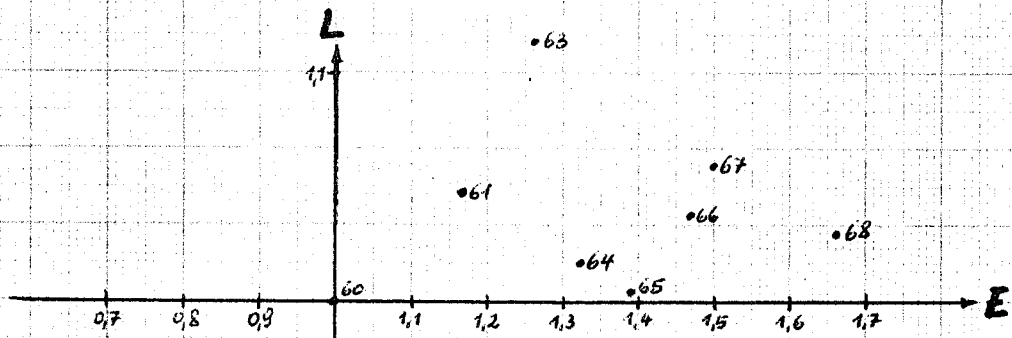


Papiererzeugung

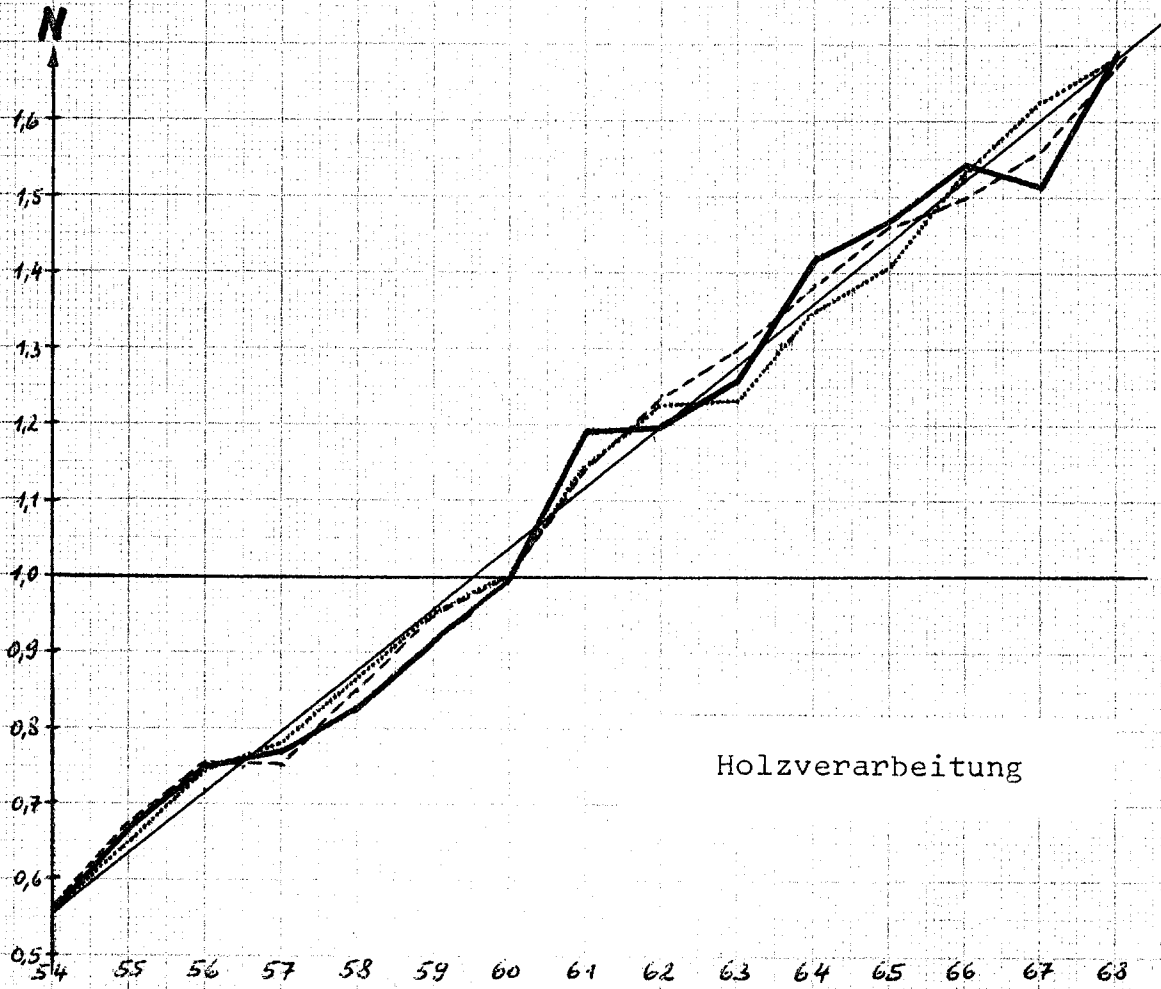
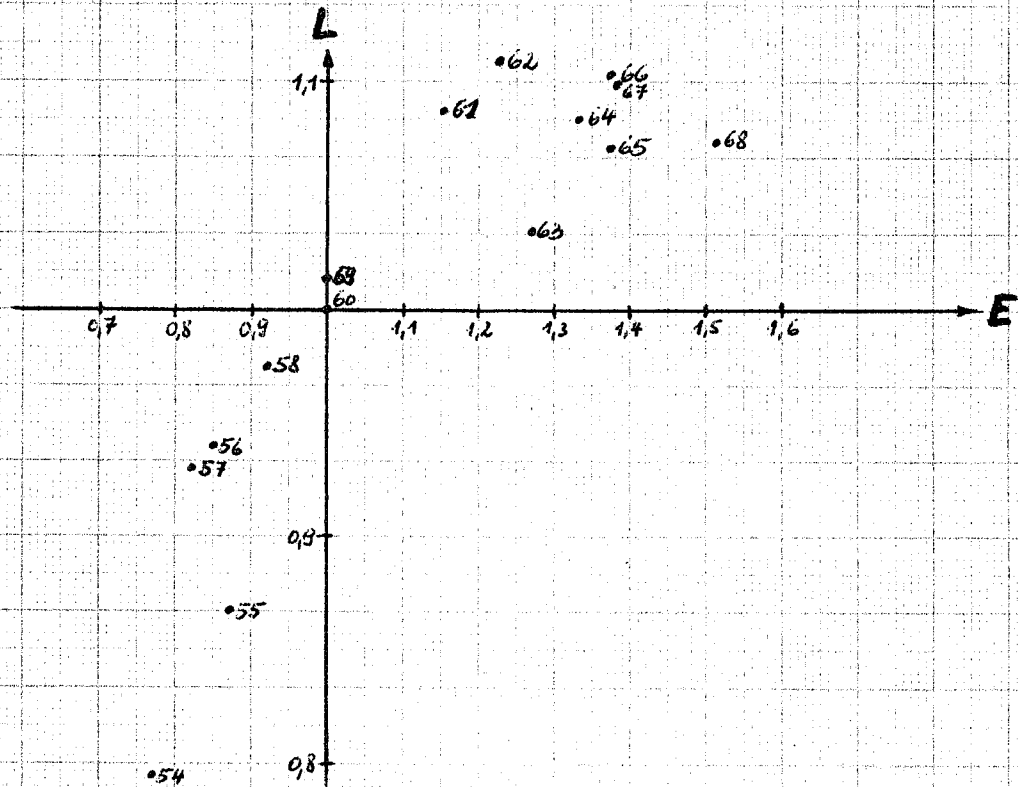


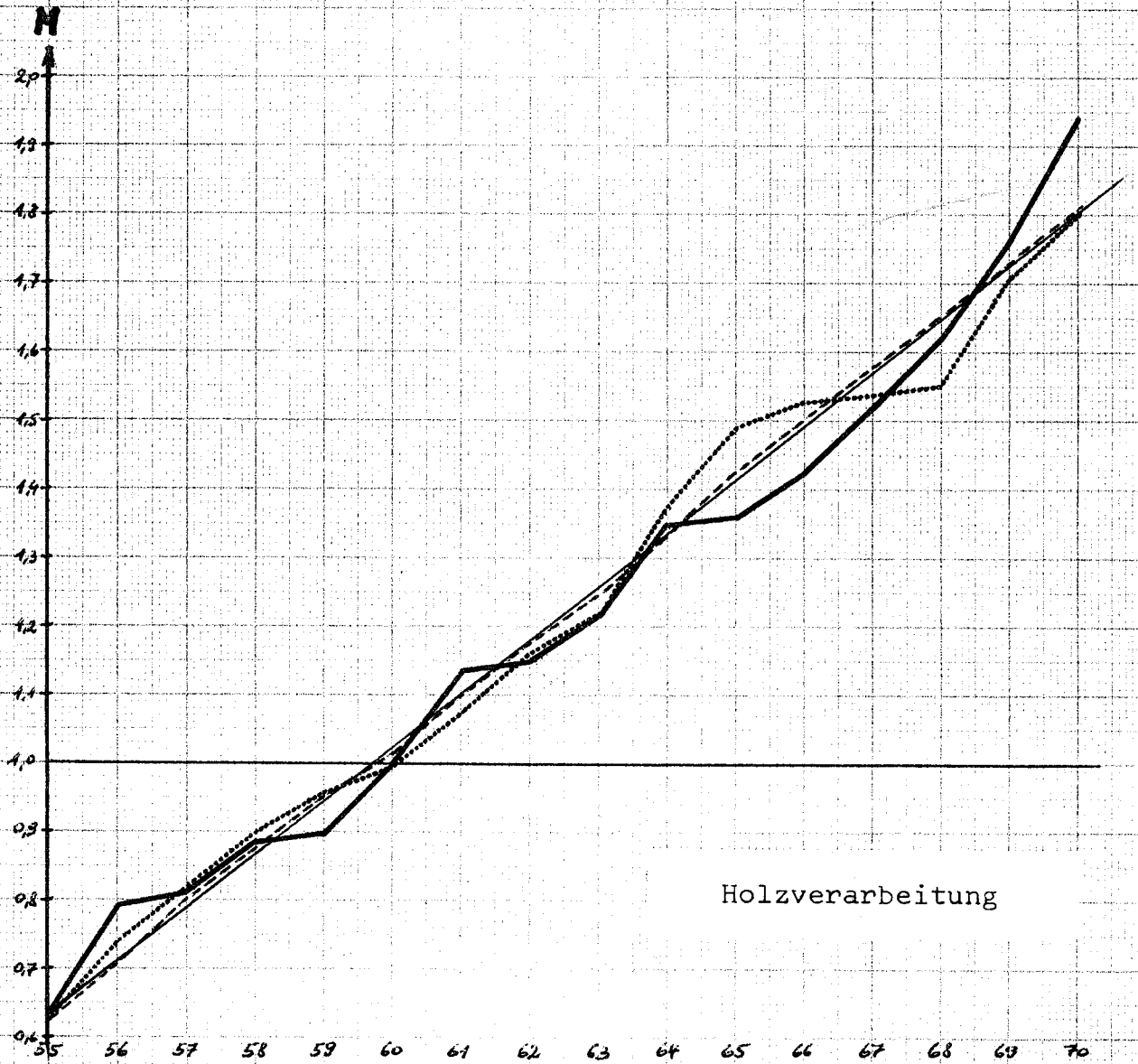
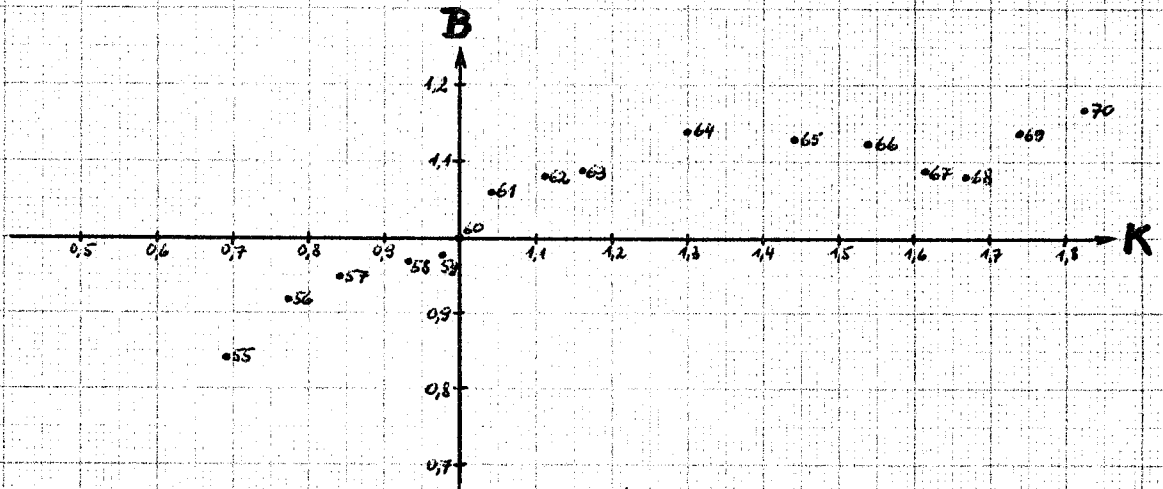
Papierverarbeitung

- 93 -



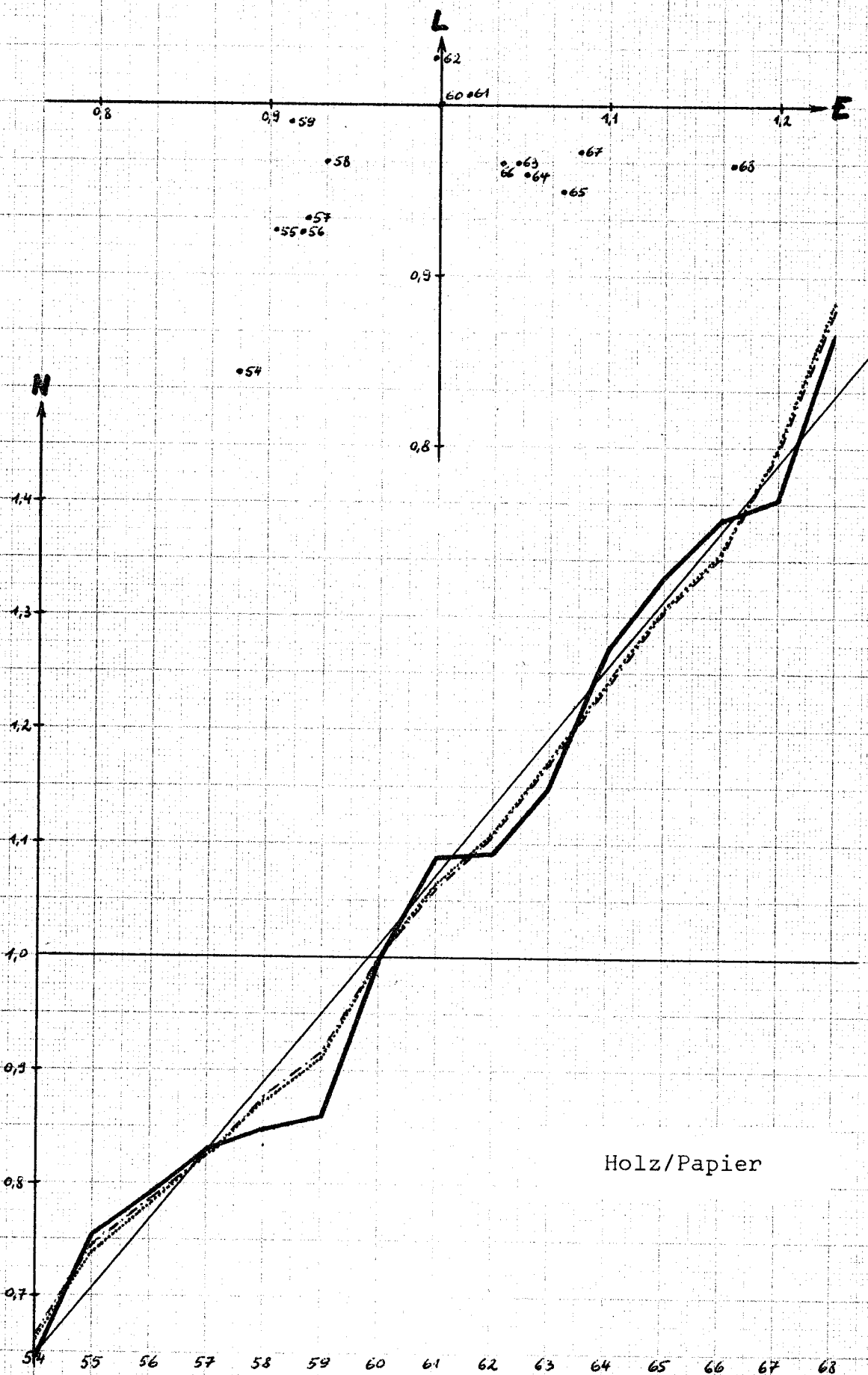
- 94 -

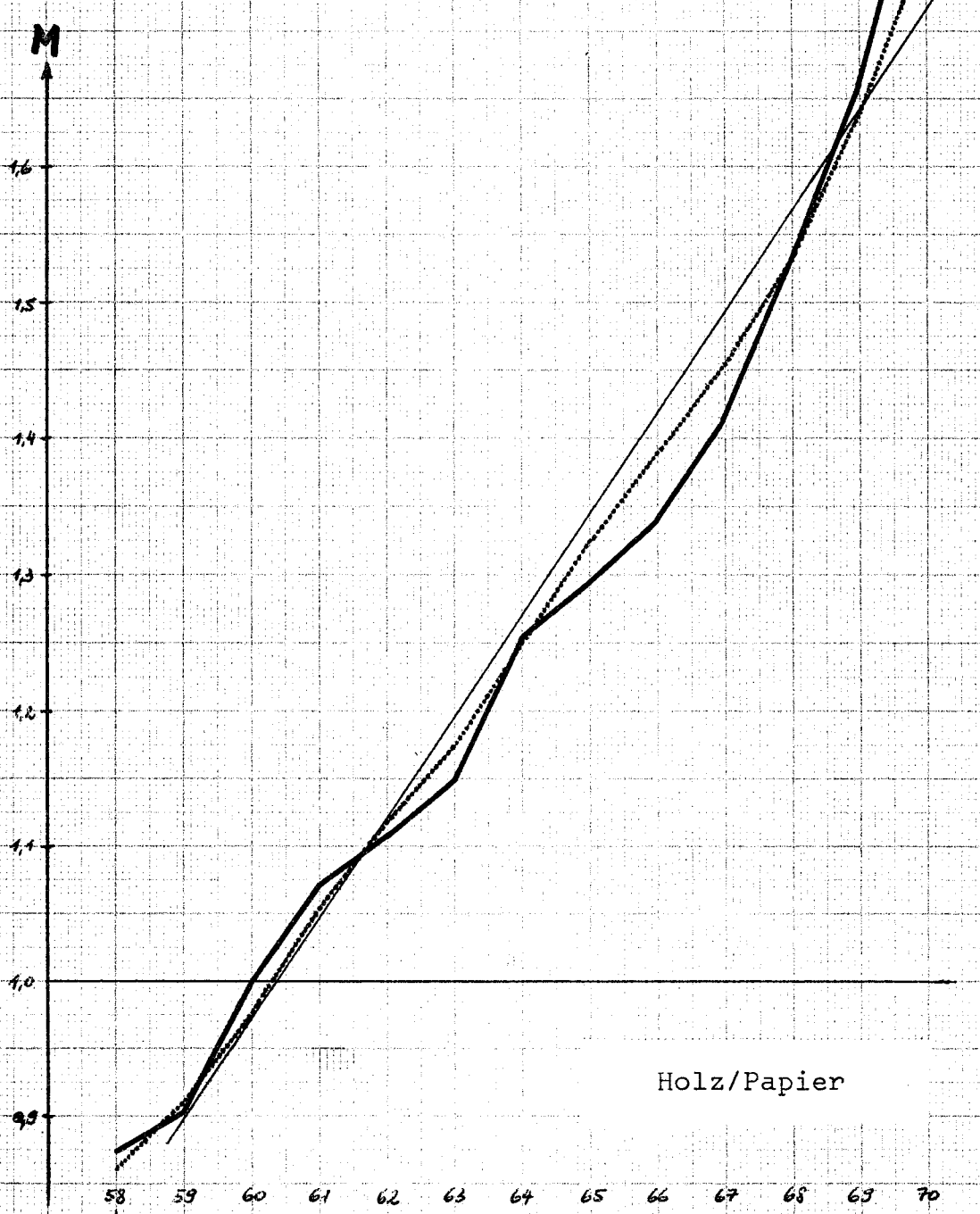
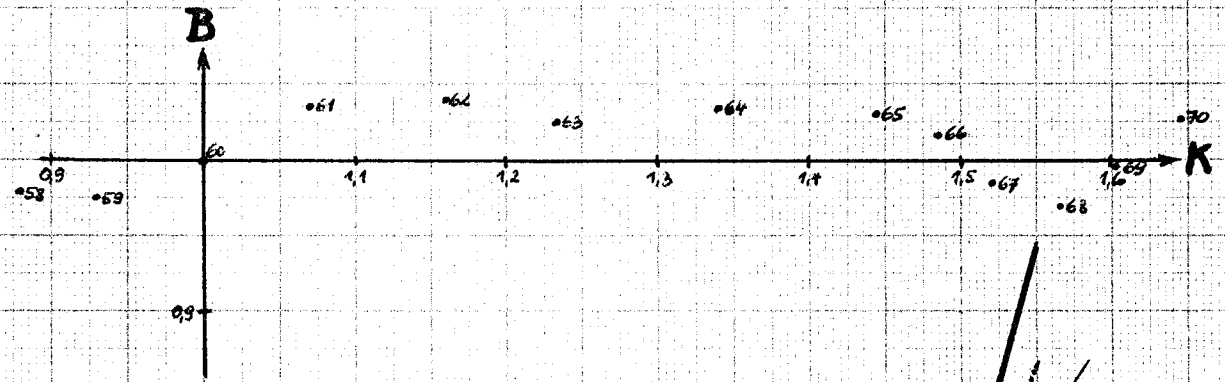




Holzverarbeitung

- 96 -





Holz/Papier

Holzverarbeitende und Papierindustrie stellen nicht ganz 10% der Industriebeschäftigten (1960: 52 200, 1970: 53 700), wobei eine starke Verschiebung zur Holzverarbeitung festzustellen ist, die ihren Anteil von ca. 2/5 auf ungefähr die Hälfte steigerte, während die Papierverarbeitung nur schwach steigende und die Papiererzeugung sogar sinkende Beschäftigtenzahlen aufwies (1960: 2/5, 1970: 1/3).

Der Anteil an der realen Wertschöpfung der Industrie blieb zwischen 1960 und 1970 mit ca. 8% ungefähr gleich, wobei sich auch diesbezüglich eine Verschiebung von der Papiererzeugung zur Holzverarbeitung zeigte.

a) Tatsächliche Produktion

Die Produktion der Branche Papiererzeugung ist stark trendbehaftet, sodaß der Trend (vor allem der exponentielle) schon einen hohen Erklärungswert" hat. Eine weitere Schwierigkeit bei den Schätzungen war die starke Kollinearität zwischen den Produktionsfaktoren. So war es nicht verwunderlich, daß sich keine guten Schätzungen für komplette Funktionen ergaben. Was blieb, war eine Semi-Cobb-Douglas-Funktion mit technischem Fortschritt.

Nicht viel bessere Ergebnisse zeigten sich bei der Papierverarbeitung, obwohl sowohl die CD- als auch die CES-Funktion theoretisch richtige - vom Vorzeichen her gesehen - Ergebnisse brachten. Jedoch ist bei beiden die Skalenelastizität ziemlich weit von einem plausiblen Wert entfernt, wobei sie kurioserweise bei der CD-Variante zu hoch und bei der CES-Funktion zu niedrig ist.

Besser schaut es bei der Holzverarbeitung aus. Dies gilt besonders für die CD-Funktion (bei der linearen Funktion ist der Koeffizient des Faktors Arbeit zu niedrig und nicht signifikant), die neben annehmbaren Koeffizienten auch eine gute Anpassung zeigt.

Auch die aggregierte Branche (Holz/Papier) zeigt gute Ergebnisse. Auffallend ist jedoch, daß zwar die CD-Funktion nicht jedoch die lineare Funktion richtige Vorzeichen aufweist, obwohl die CES-Funktion eher auf eine solche hinweist. Der Grund dafür dürfte wohl darin liegen, daß die Skalenelastizität doch ziemlich weit unter 1 liegt.

b) Maximalproduktion

Was die Papiererzeugung betrifft, läßt sich feststellen, daß die Semi-Cobb-Douglas-Funktionen kaum zu vertreten sind, da einmal (tatsächliche Produktion) das Kapital (Energie), das anderemal (Maximalproduktion) jedoch die Arbeit (Beschäftigung) der dominierende Faktor sind.

Auch alle übrigen Funktionen dieser Variante sind nicht besonders gut. Die SCD-Funktion der Papierverarbeitung liegt in ihrer "Paßform" sogar beträchtlich unter der des exponentiellen Trends, während die holzverarbeitende Industrie zwar zwei Funktionen mit richtigen Vorzeichen aufweist, jedoch die Koeffizienten der linearen Funktion zu niedrig und insignifikant sind und die Skalenelastizität der CD-Funktion zu hoch liegt. Die Semi-CD-Funktion für die Papier/Holz-Branche insgesamt ist ebenfalls nicht imposant.

NG NAHRUNGS- UND GENUSSMITTEL

=====

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

R²

$$LT : N = .599 + .049 \text{ ZEIT} \quad .984$$

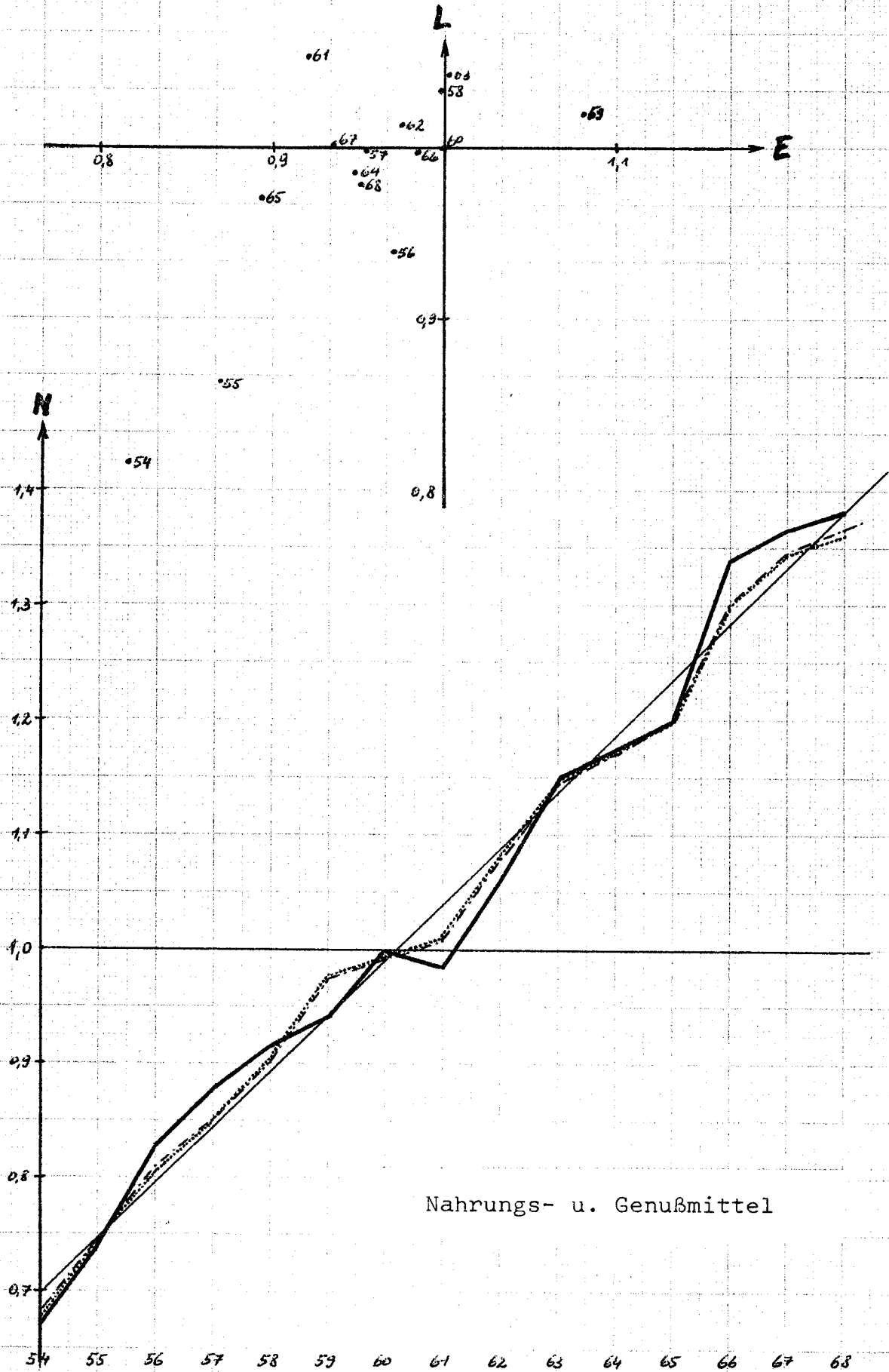
$$CD_{TF} : N = .685 e^{.046 \text{ ZEIT}} E^{.367} L^{.113} \quad .991$$

$$CES_{TF} : N = e^{.047 \text{ ZEIT}} (.400 E^{.935} + .077 L^{.935})^{.615/.935}$$

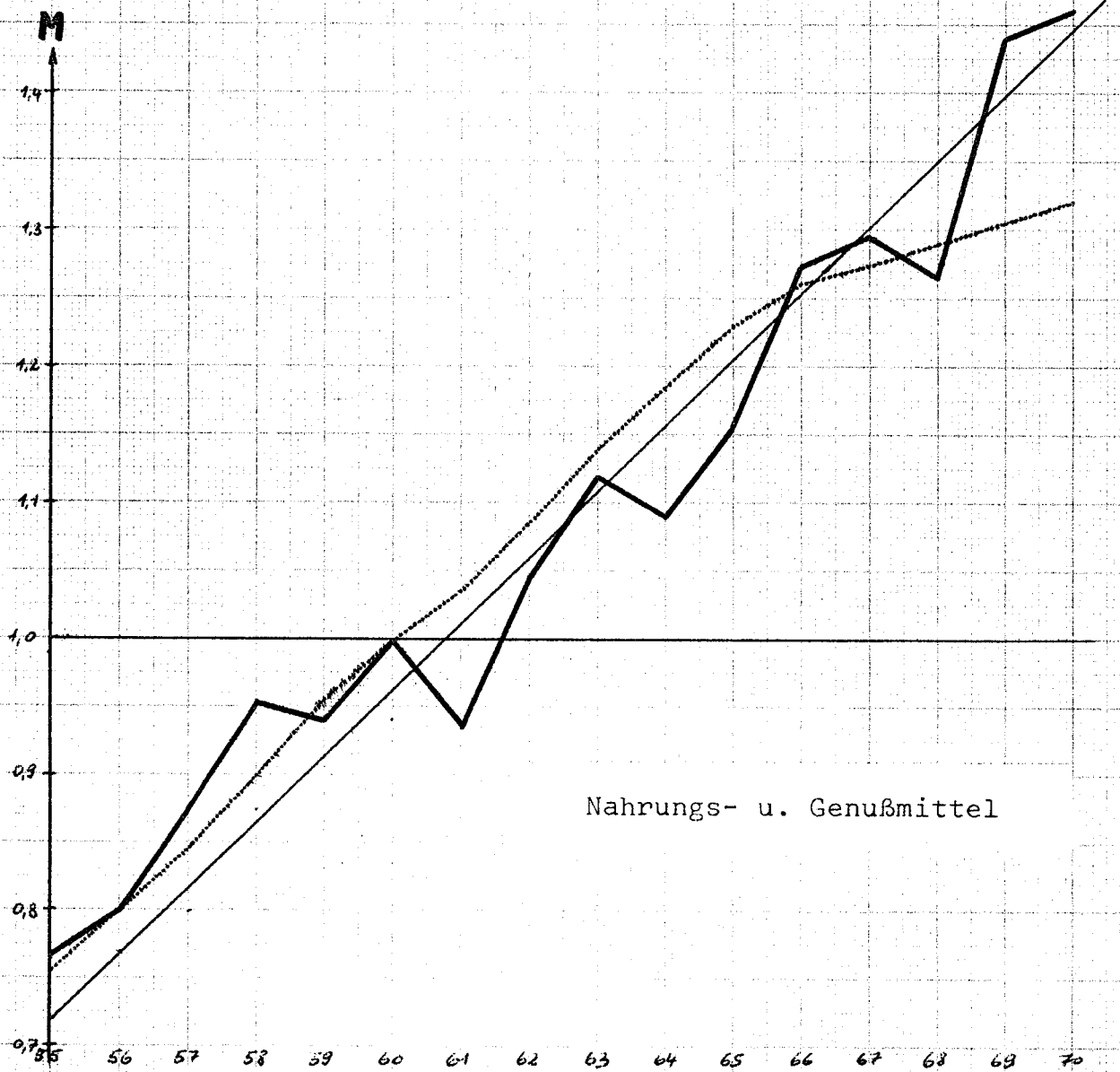
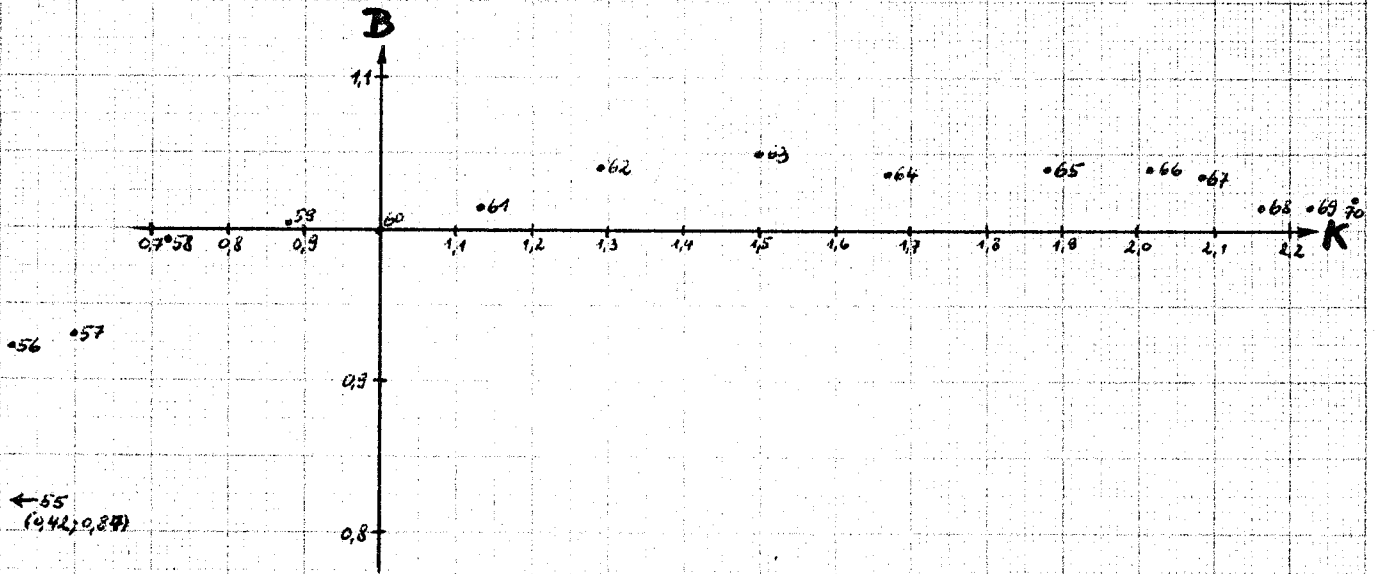
Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M = .631 + .044 \text{ ZEIT} \quad .960$$

$$SCD^K : M = 1.000 K^{.333} \quad .910$$



Nahrungs- u. Genußmittel



Nahrungs- u. Genußmittel

Die Nahrungs- und Genußmittelindustrie hat - sowohl was die Produktion als auch die Beschäftigtenzahl anlangt - einen bedeutenden Anteil an der Gesamtindustrie, wenngleich ihre Bedeutung ähnlich wie die anderer traditioneller Konsumgüterindustrien¹⁾ (Papierverarbeitung, Lederverarbeitung usw.) abgenommen hat. So betrug ihr Anteil an der gesamten Nettoproduktion 1960 noch etwa 13 %, im Jahre 1970 jedoch nur mehr knapp über 11%. Der Beschäftigtenstand war 1960 noch ungefähr gleich hoch wie jener der Elektroindustrie (ca. 48700 bzw. 8%). Er wuchs zwar in den Sechzigerjahren noch über 50 000, sank jedoch im Gefolge der Rezession 1967 wieder unter diese Grenze und betrug im Jahre 1970 ca. 49 600.

Die Nahrungsmittelindustrie ist verhältnismäßig konjunktur-unabhängig, dafür teilweise ziemlich witterungsabhängig²⁾ (z.B. Zucker, Getränke). Das Produktionsprogramm umfaßt viele Erzeugnisse und ist äußerst inhomogen. Die Aggregation einer derartigen Vielzahl von verschiedensten Produktionsprozessen macht natürlich die Schätzung einer umfassenden Produktionsfunktion problematisch.

a) Tatsächliche Produktion

Da der Energieeinsatz in voneinander stark verschiedenen Produktionsverfahren auch einen sehr ungleichen Aussagewert als Indikator des Kapitalverbrauches hat (so wird z.B. bei Produktionsprozessen, die wenig Energie verbrauchen, ein bestimmter Energieeinsatz auf einen größeren Kapitalverzehr hinweisen als bei einem energieintensiven Verfahren), war zu erwarten, daß der Energieverbrauch nicht viel erklären würde. Dies ist jedoch nicht der Fall. Stattdessen ist der Koeffizient der Lohn- und Gehaltssumme in der CD-Funktion insignifikant. Wie das R^2 zeigt, bringt diese Funktion nicht viel Gewinn gegenüber dem Trend. Obwohl die Form der CES-Funktion auf eine lineare Produktionsfunktion hinweisen würde (ρ liegt nahe -1), ist diese nicht zulässig, was wahrscheinlich auf die niedrige Skalenelastizität zurückzuführen ist.

¹⁾ vgl. Österr. Volkseinkommen 1969 und 1970; Beilage zu den Statistischen Nachrichten des ÖStZA und zu den Monatsberichten des WIFO, März 1972, S 9

²⁾ vgl. K. Aiginger, B. Bayer u. W. Schenk: a.a.O.

b) Maximalproduktion

Diese Variante brachte keine besonders guten Resultate. Keine Funktion außer der angeführten Semi-CD-Beziehung mit dem Faktor Kapital ohne technischen Fortschritt paßt; der Fit dieser Funktion ist jedoch schlechter als jener des linearen Trends.

5 LEDER

=====

Ledererzeugung

Tatsächliche Nettoproduktion

R²

$$LT : N = 1.065 + .003 \text{ ZEIT}$$

.022

$$CES_{TF} : N = e^{.012} (.695 E^{.474} + .313 L^{.474}) .408 / .474$$

Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M =$$

$$SCD_{TF}^B : M = .1835 e^{.029 \text{ ZEIT}} B^{1.311}$$

.375

Lederverarbeitung

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$$LT : N = .1563 + .057 \text{ ZEIT}$$

.946

$$LF_{TF} : N = -.121 + .028 \text{ ZEIT} + .701 E + .250 L$$

.985

$$CD_{TF} : N = .811 e^{.032 \text{ ZEIT}} E^{.555} L^{.479}$$

.985

Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M = .734 + .060 \text{ ZEIT}$$

.895

$$LF : M = .697 + 1.272 K + .532 B$$

.937

$$CD : M = .915 K^{1.155} B^{.607}$$

.949

$$CES_{TF} : M = e^{.009 \text{ ZEIT}} (.465 K^{.324} + .539 L^{.324})^{1.813 / .324}$$

Leder

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$$LT : N = .652 + .047 \text{ ZEIT}$$

.930

$$LF_{TF} : N = -.123 + .046 \text{ ZEIT} + .729 E + .087 L$$

.969

$$CD_{TF} : N = .732 e^{.045 \text{ ZEIT}} E^{.582} L^{.345}$$

.974

Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M = .799 + .047 \text{ ZEIT}$$

.890

$$LF : M = -.224 + .788 K + .529 B$$

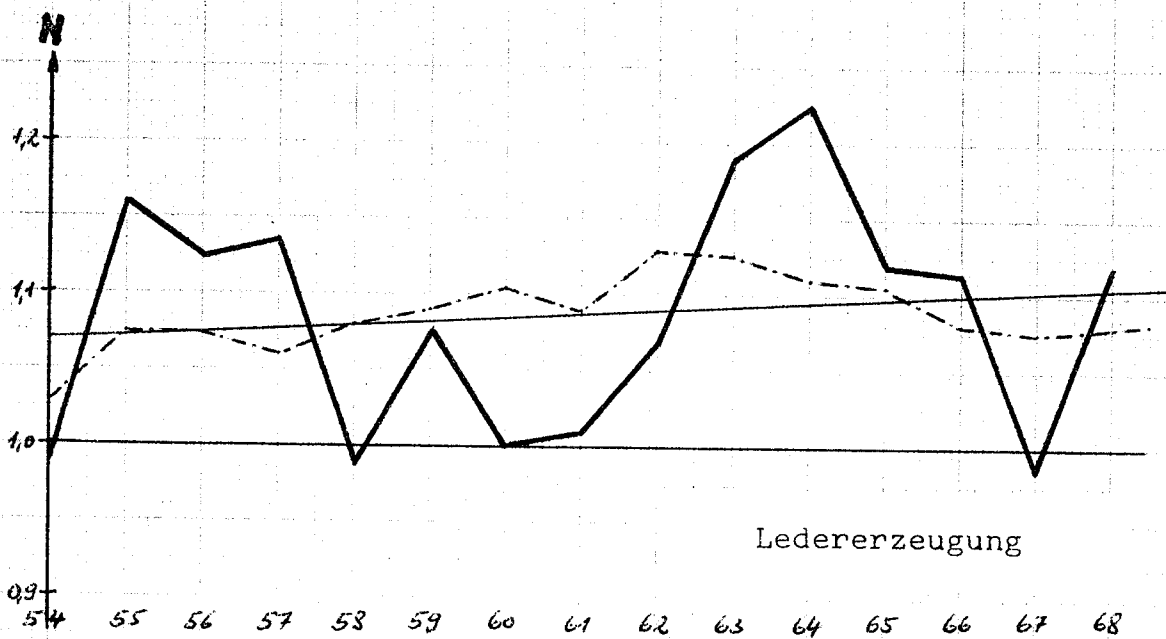
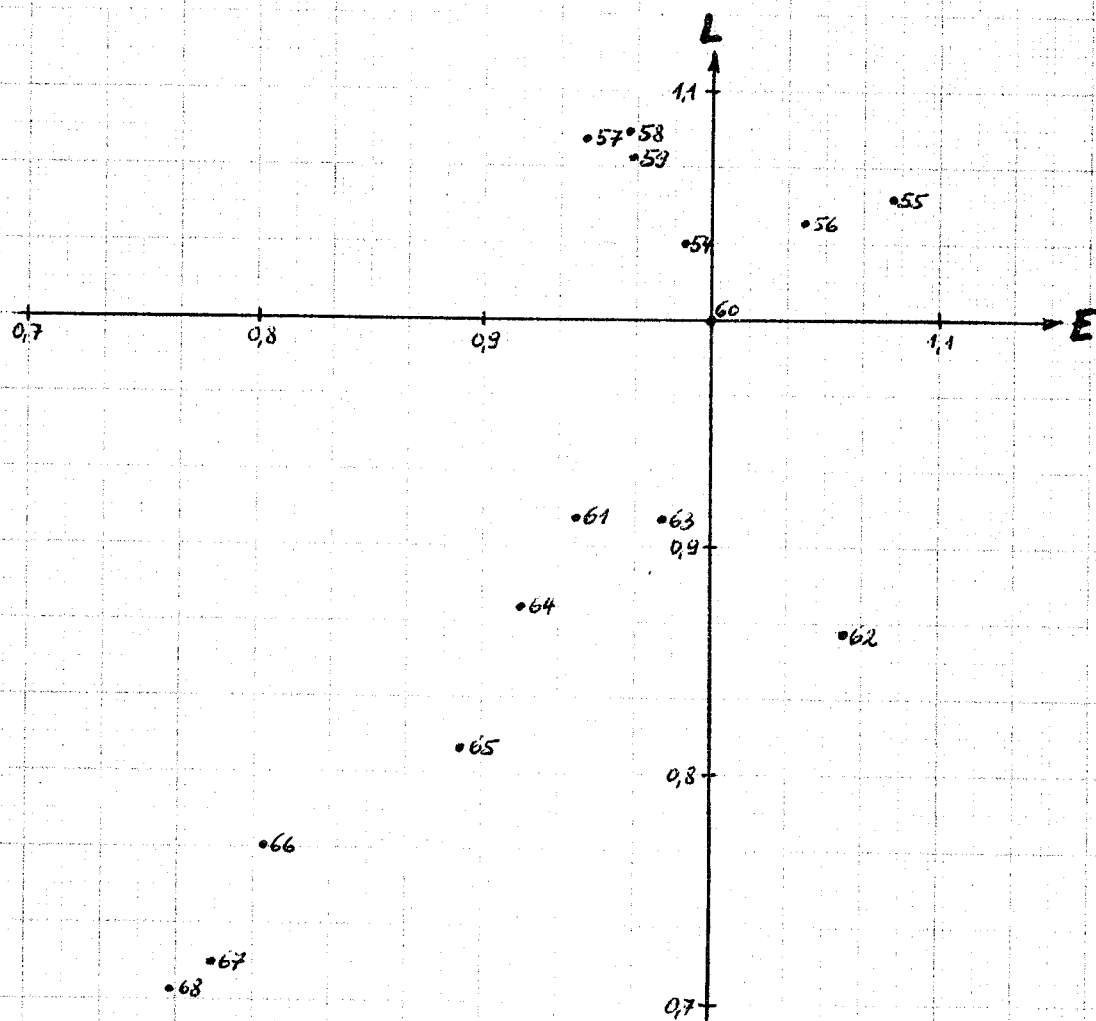
.925

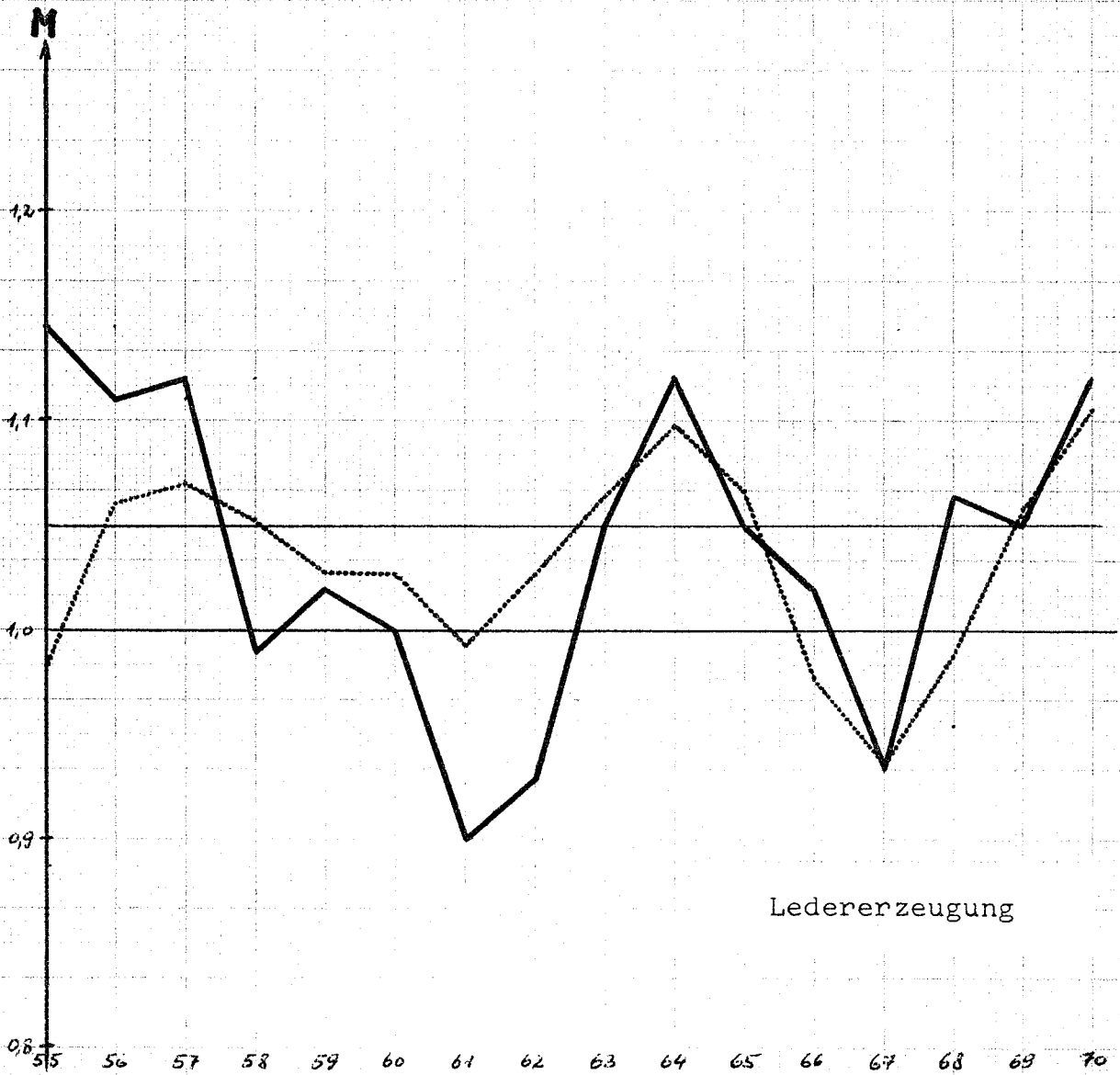
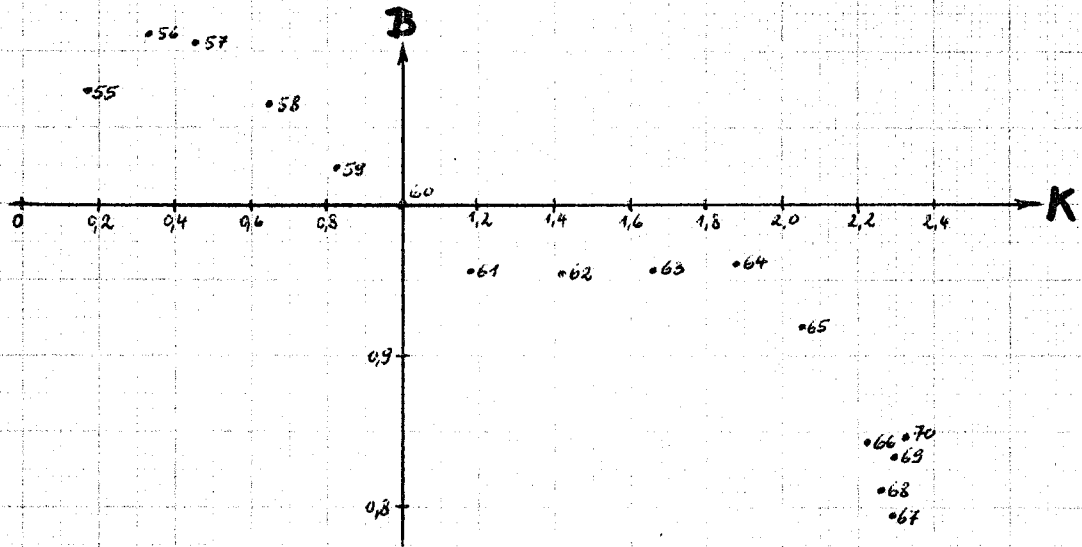
R^2

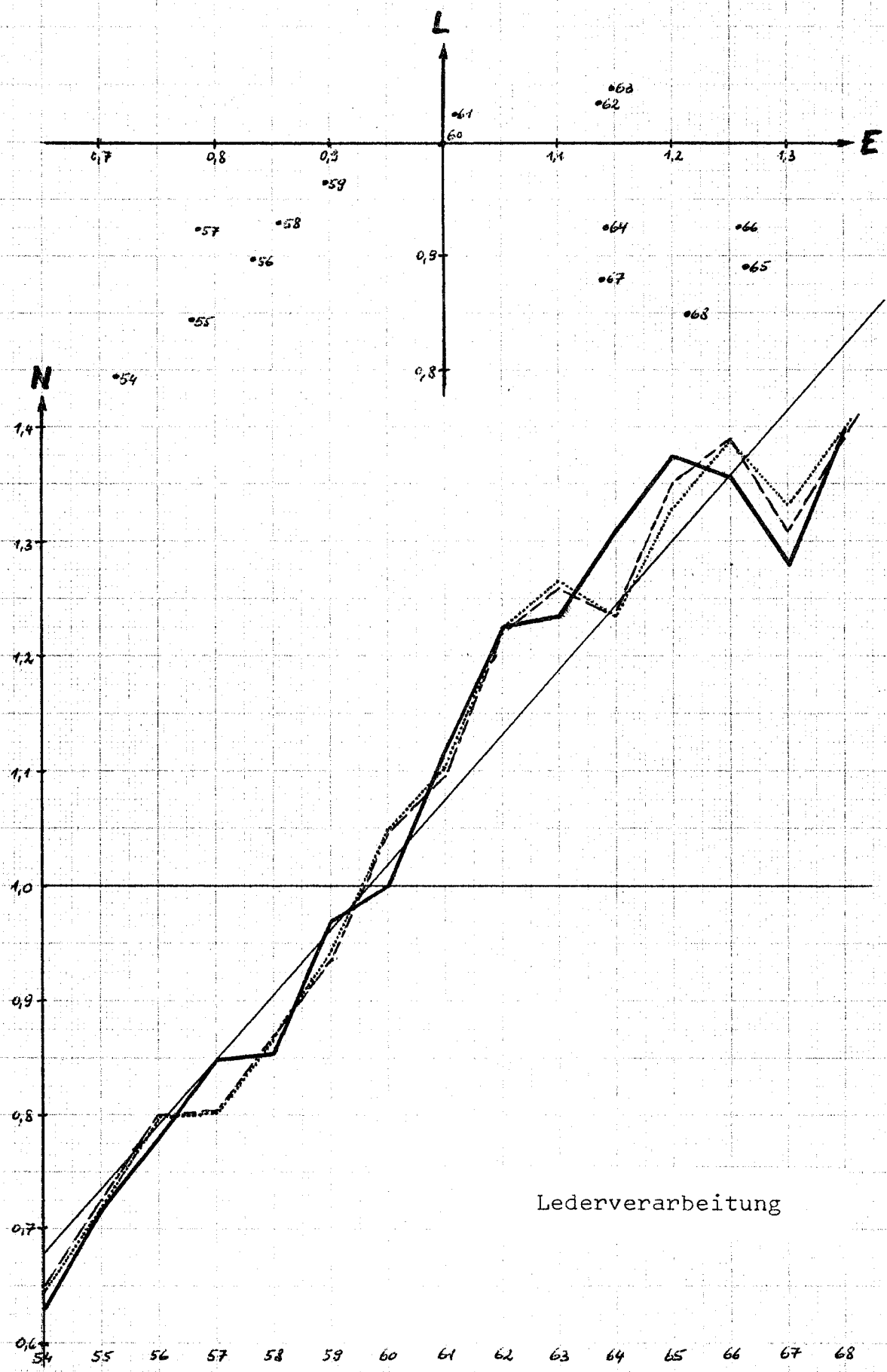
$$C.D : M = .919 K^{.756} B^{.383}$$

.925

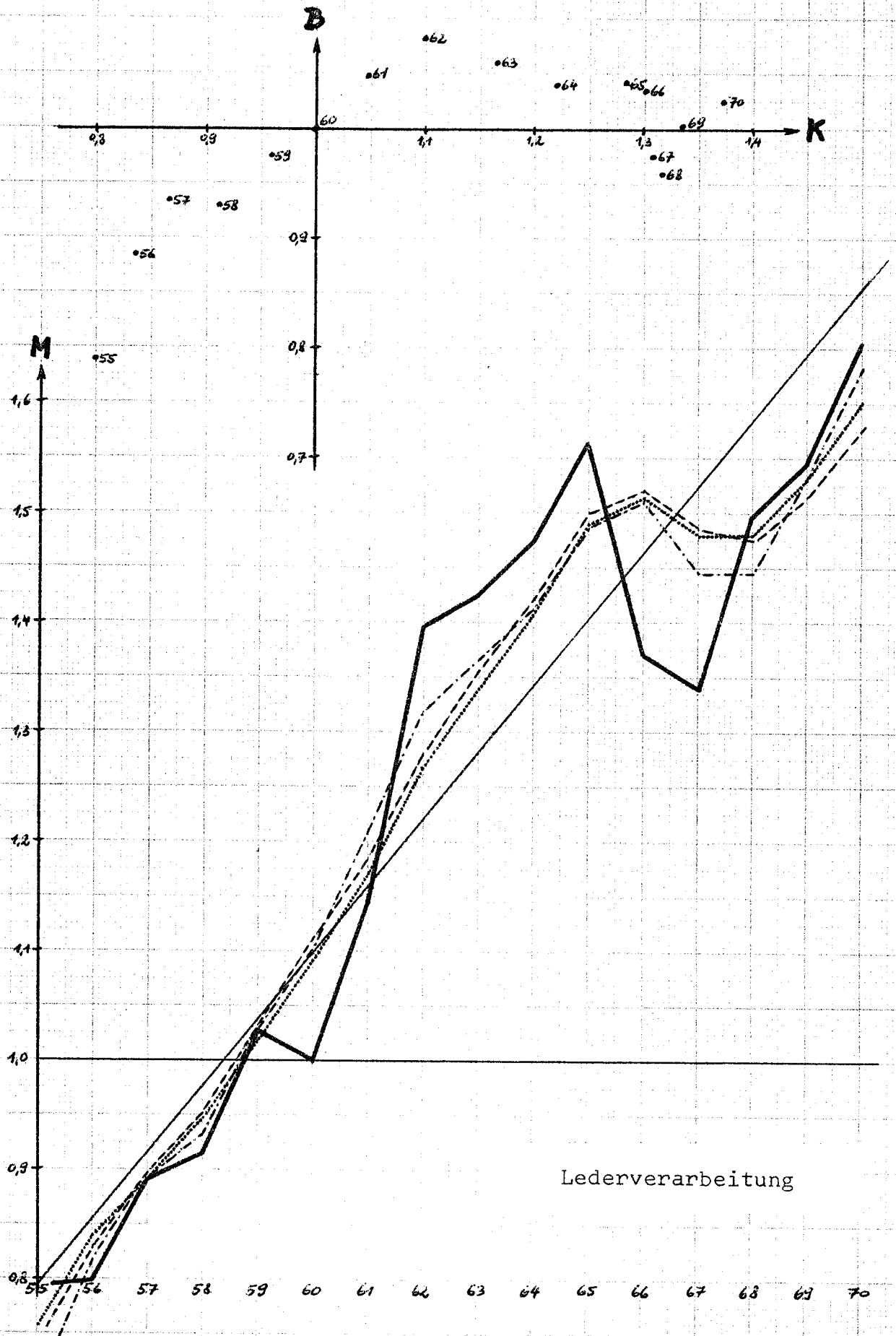
$$CES_{TF}: M = e^{.016 ZEIT} (.276 K^{.911} + .695 B^{.911})^{1.329/.911}$$





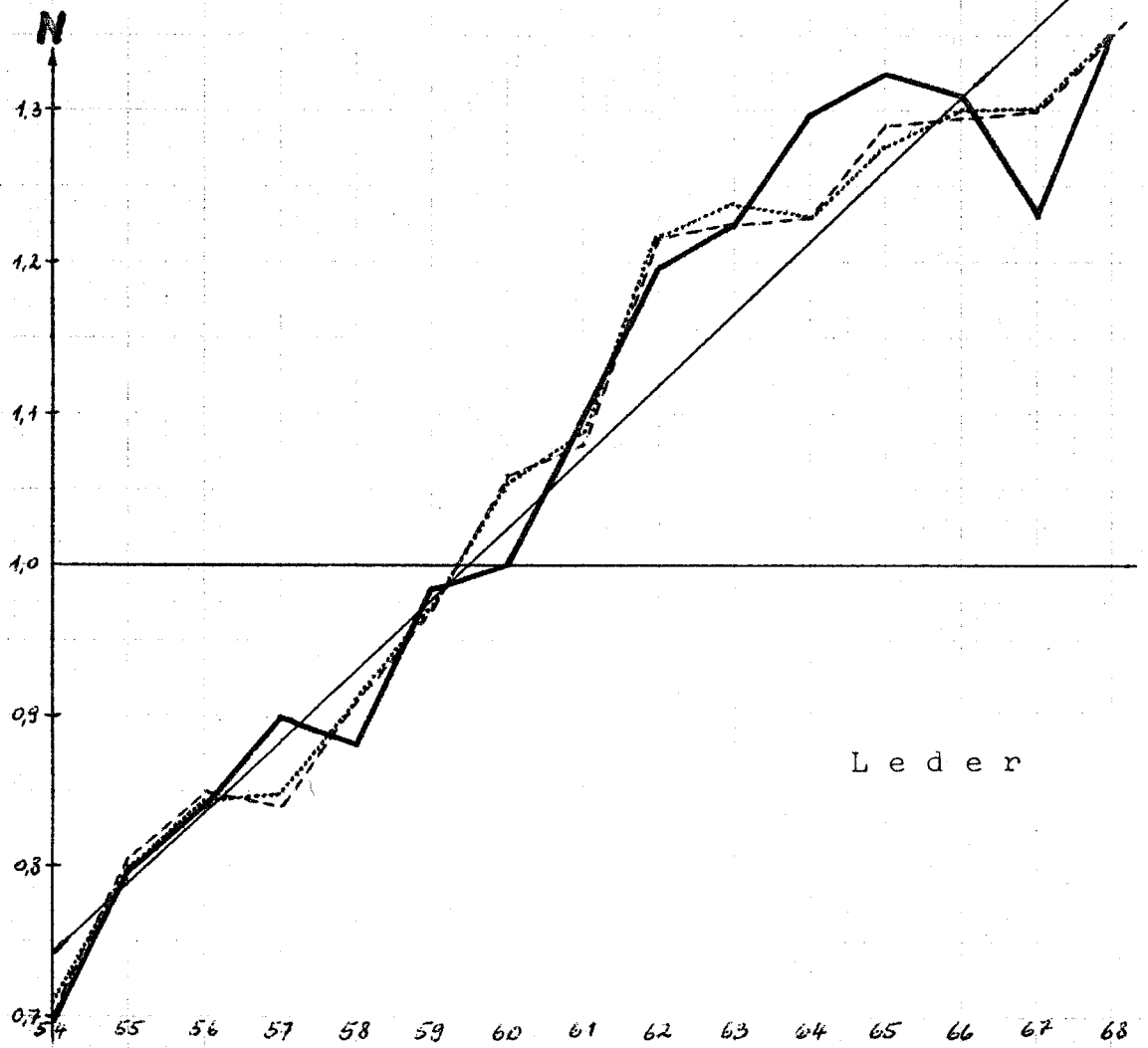
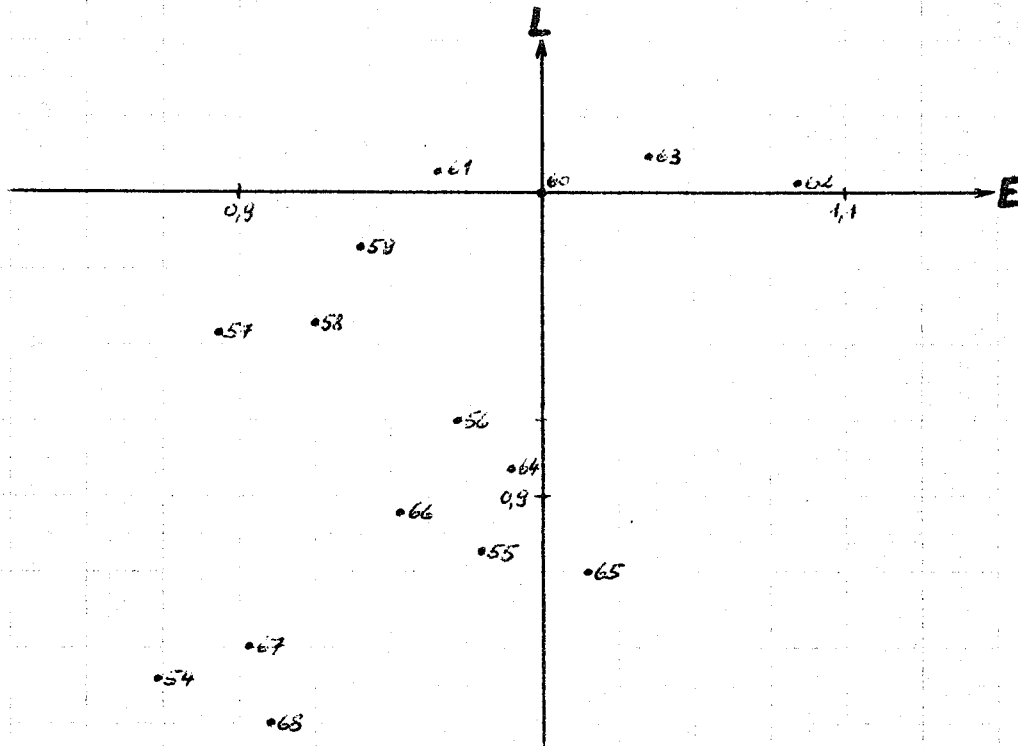


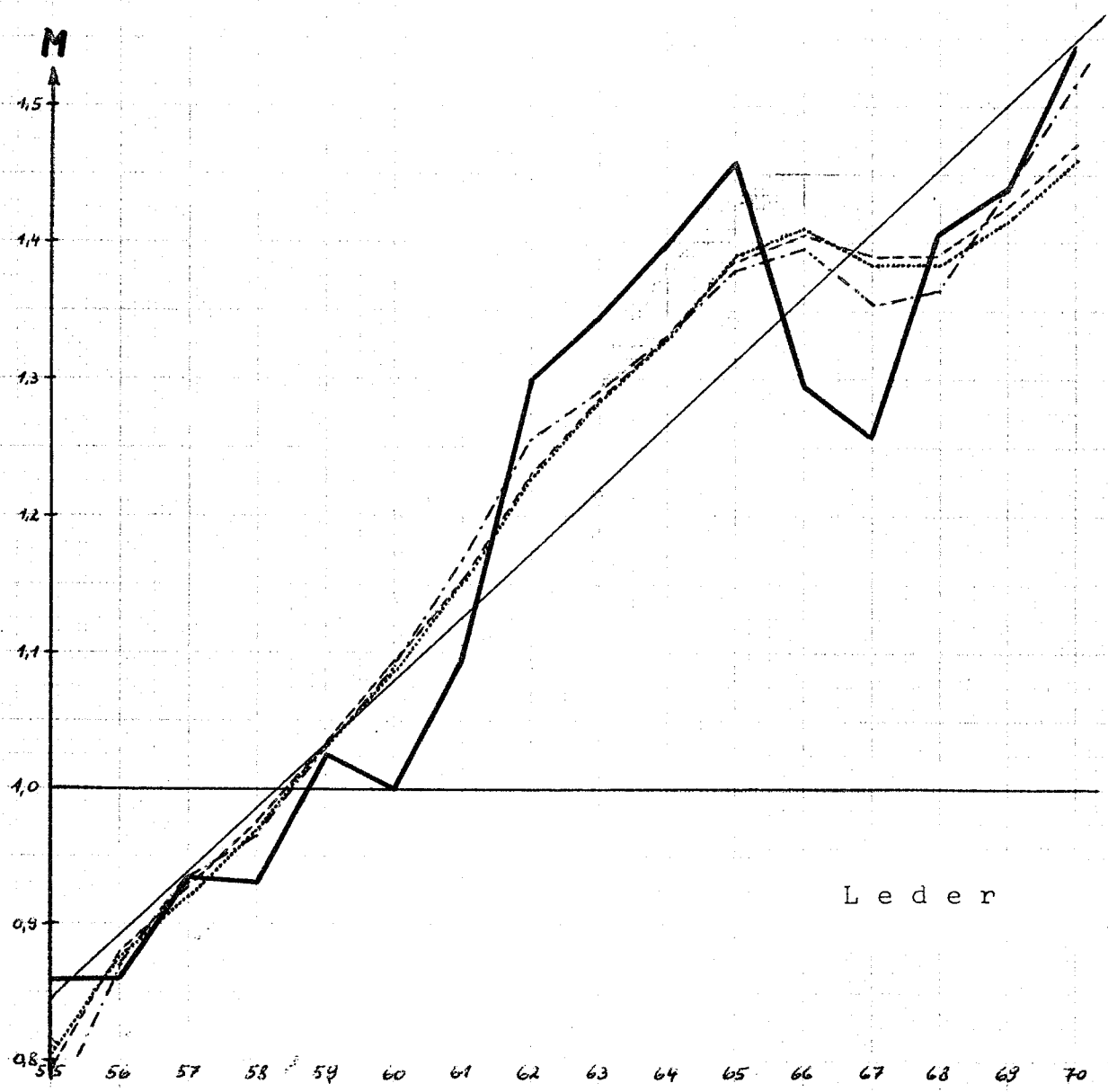
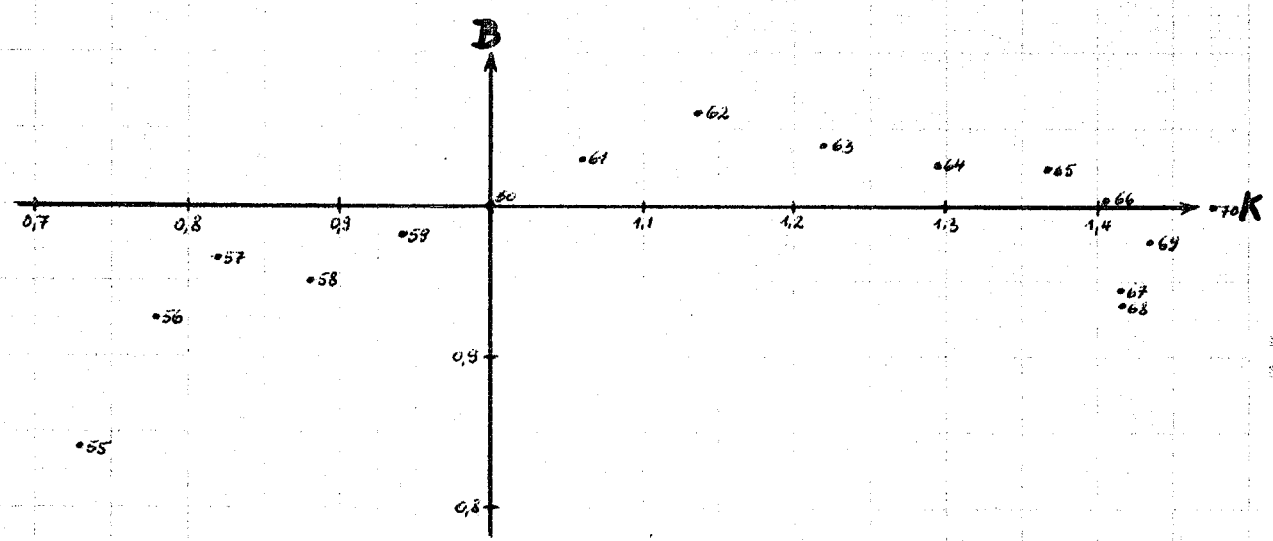
Lederverarbeitung



Lederverarbeitung

- 111 -





Die Lederindustrie ist ein verhältnismäßig kleiner Industriezweig. So betrug die Zahl der Beschäftigten 1960 nur knapp mehr als 3% der Industriebeschäftigten und sank bis 1970 sogar unter diese Marke. Die Zahl blieb in diesem Zeitraum etwa konstant (etwas über 18 000), wobei die Ledererzeugung abnehmende Tendenz zeigte (1960: 3 100, 1970: 2 600).

Noch geringer ist der Anteil der Lederbranche gemessen an der Nettoproduktion. Er betrug 1960 etwa 2% und sank bis 1970 auf ca. 1,8%¹⁾, was vor allem auf die Stagnation in der Ledererzeugung zurückzuführen ist. Auch die Lederverarbeitung wuchs nach 1960 schwächer als vorher. Beide Industriezweige weisen relativ starke Produktionsschwankungen auf, was für die Schätzung von Produktionsfunktionen sicher ein Vorteil ist.

a) Tatsächliche Produktion

Die CES-Funktion für die ledererzeugende Industrie schaut zwar - was die Koeffizienten betrifft - recht gut aus (nur die Skalenelastizität ist etwas niedrig); sie ist jedoch nicht annehmbar, da sie eher zufällig um den Trend schwankt und die tatsächlichen Produktionsschwankungen nicht wiedergibt. Übrigens ist der Ausdruck Trend in diesem Fall eine starke Übertreibung, da es sich dabei eher um eine Konstante handelt.

Bei der Lederverarbeitung waren die Ergebnisse besser. Sowohl die lineare als auch die Cobb-Douglas-Funktion sind annehmbar, wobei der linearen Funktion der Vorzug zu geben wäre, da die Schätzung für die CES-Funktion auf eine vollständige Substitutionsmöglichkeit hinweist. Die CES-Funktion wurde verworfen, weil ρ unter -1 lag (nicht zulässiger Bereich); jedoch ist der Wert nur knapp unter -1, sodaß die Hypothese $\rho = -1$ (lineare Funktion) praktisch erfüllt ist.

Da die Lederverarbeitung einen weit größeren Anteil als die

¹⁾ Davon kann die ledererzeugende Industrie nur etwa 1/6 (1960 noch 1/5) für sich beanspruchen.

Ledererzeugung hat, sind die Produktionsfunktionen der gesamten Lederindustrie jenen der lederverarbeitenden Industrie sehr nahe. Ihr Fit ist etwas schlechter¹⁾, was daher rührt, daß die Addition der Ledererzeugung einer Vergrößerung des Störterms gleichkommt.

b) Maximalproduktion

Die Kapazitätsentwicklung der ledererzeugenden Industrie schwankt praktisch um eine Konstante. Zwischen den Produktions- und Beschäftigungsschwankungen besteht - wie die Zeichnung zeigt - ein verhältnismäßig fester Zusammenhang, obwohl das niedrige R^2 der SCD-Funktion (375) eher dagegen spricht.

Die Lederverarbeitung zeigt sowohl für die lineare als auch für die CD- und CES-Funktion gute Resultate ($\sigma \approx 1,5$), wenn auch die Skalenelastizität ziemlich hoch ist. Auffällig ist, daß die Produktion fast ausschließlich durch die Produktionsfaktoren bestimmt wird, d.h. der technische Fortschritt ist vernachlässigbar.

Für die Kapazität der gesamten Lederindustrie gilt wie oben, daß die Funktionen jenen der Lederverarbeitung sehr ähnlich sind. Die "Addition" der Ledererzeugung hat neben der negativen Auswirkung auf die Anpassung (niedrigeres R^2) auch einen (zufälligen) positiven Aspekt: Die Skalenelastizität wird auf einen realistischeren Wert gedrückt. Dieser positive Einfluß besteht allerdings nur scheinbar, wie die Vergrößerung des Annahmeintervalls für die Koeffizienten zeigt (z.B. wird der Koeffizient der Beschäftigtenzahl bei der CD-Funktion insignifikant).

¹⁾ Im allgemeinen wird die Anpassung bei aggregierten Daten besser.

6 METALLVERARBEITUNG

=====

Gießerei

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

R²

$$LT : N = .813 + .013 \text{ ZEIT} \quad .295$$

$$LF_{TF} : N = .188 + .012 \text{ ZEIT} + .426 E + .297 L \quad .878$$

$$CD_{TF} : N = .906 e^{.012 \text{ ZEIT}} E^{.446} L^{.249} \quad .905$$

$$CES_{TF} : N = e^{.012 \text{ ZEIT}} (.546 E^{.713} + .357 L^{.713}) \cdot 712 / .713$$

Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M = .819 + .014 \text{ ZEIT} \quad .441$$

$$SLF_{TF}^B : M = .586 + .015 \text{ ZEIT} + .248 B \quad .553$$

Maschinen-, Stahl- und Eisenbau

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$$LT : N = .436 + .070 \text{ ZEIT} \quad .979$$

$$CD_{TF} : N = .628 e^{.057 \text{ ZEIT}} E^{.306} L^{.278} \quad .982$$

Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M = .401 + .078 \text{ ZEIT} \quad .963$$

$$SCD^K : M = 1.014 K^{.846} \quad .907$$

Fahrzeuge

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$$LT : N = .876 + .003 \text{ ZEIT} \quad .026$$

$$LF : N = -.207 + .477 E + .758 L \quad .845$$

$$CD : N = 1.034 E^{.494} L^{.777} \quad .865$$

Maximale Nettoproduktion (M)

$$LT : M = .926 + .005 \text{ ZEIT} \quad .103$$

$$SLF^B : M = -.753 + 1.772 B \quad .883$$

Eisen- und Metallwaren

<u>Tatsächliche Nettoproduktion (N)</u>		R ²
LT	: N = .598 + .045 ZEIT	.954
LF _{TF}	: N = .143 + .030 ZEIT + .227 E + .379 L	.971
CD _{TF}	: N = .815 e ^{.024 ZEIT} E ^{.235} L ^{.653}	.967
CES _{TF}	: N = e ^{.025 ZEIT} (.252 E ^{.874} + .550 L ^{.874}) ^{.830/.874}	

Maximale Nettoproduktion (M)

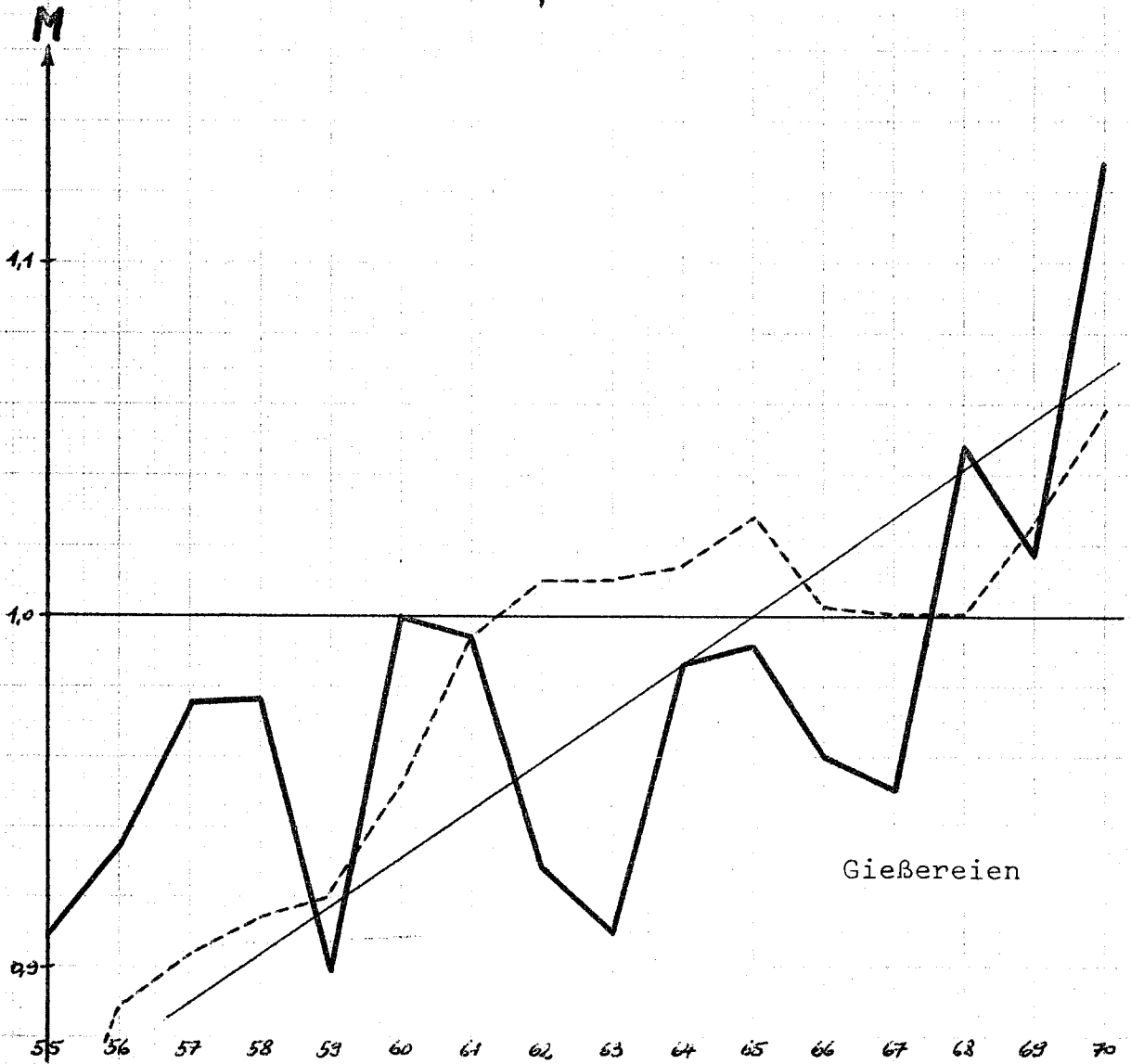
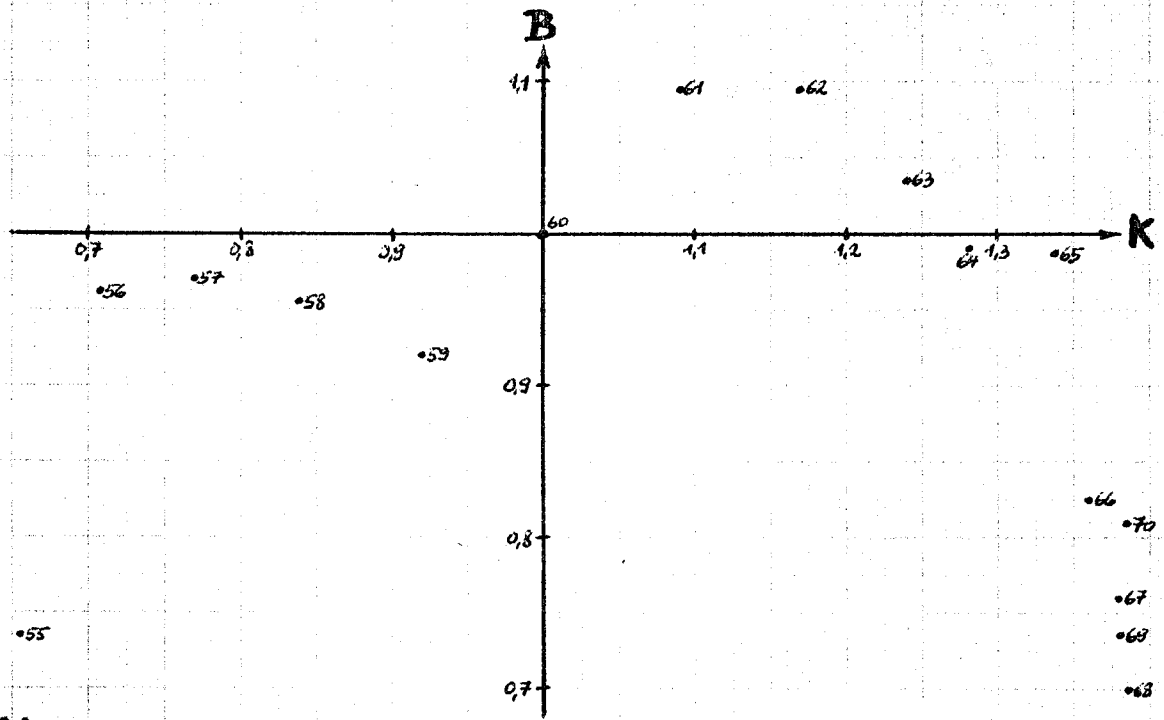
LT	: M = .614 + .052 ZEIT	.970
LF _{TF}	: M = .176 + .036 ZEIT + .033 K + .555 B	.977
CD	: M = 1.050 K ^{.427} B ^{.598}	.970

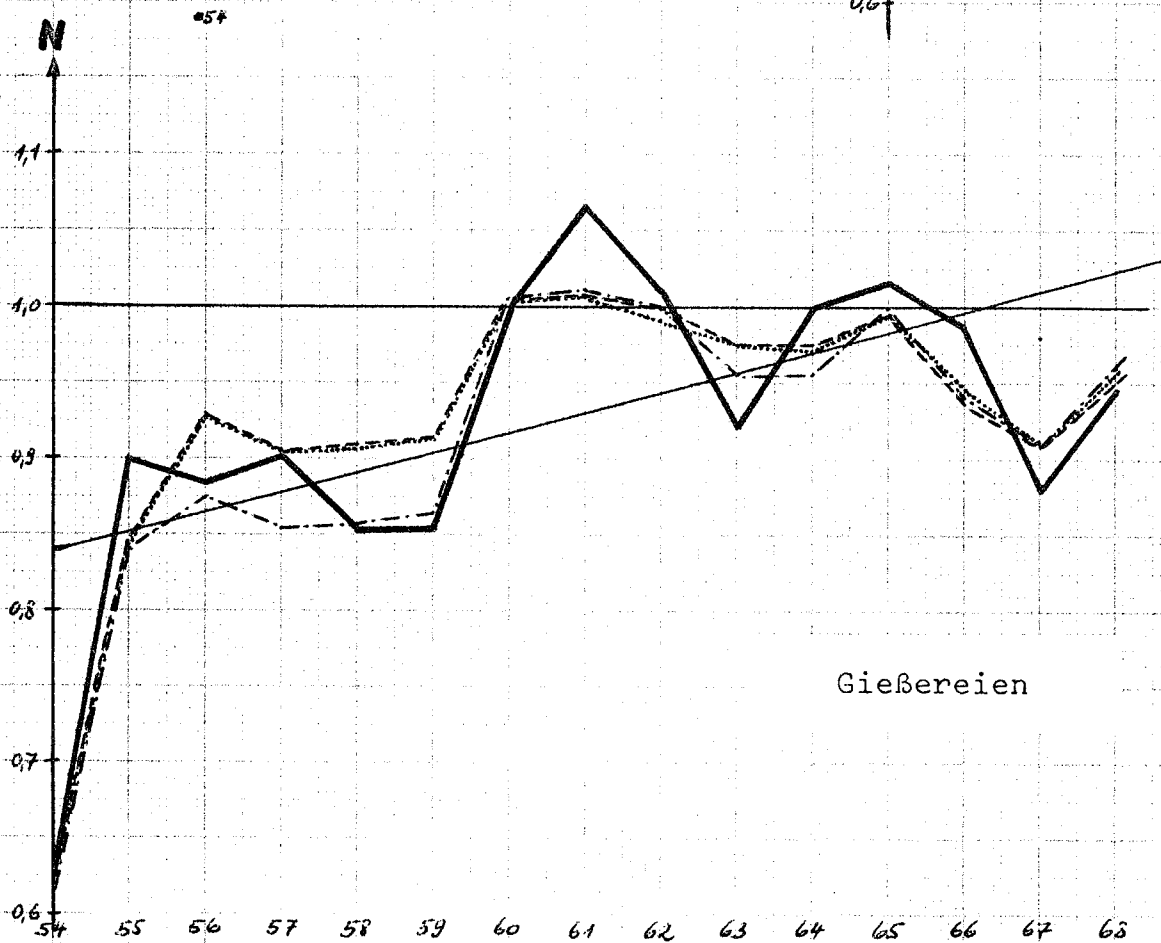
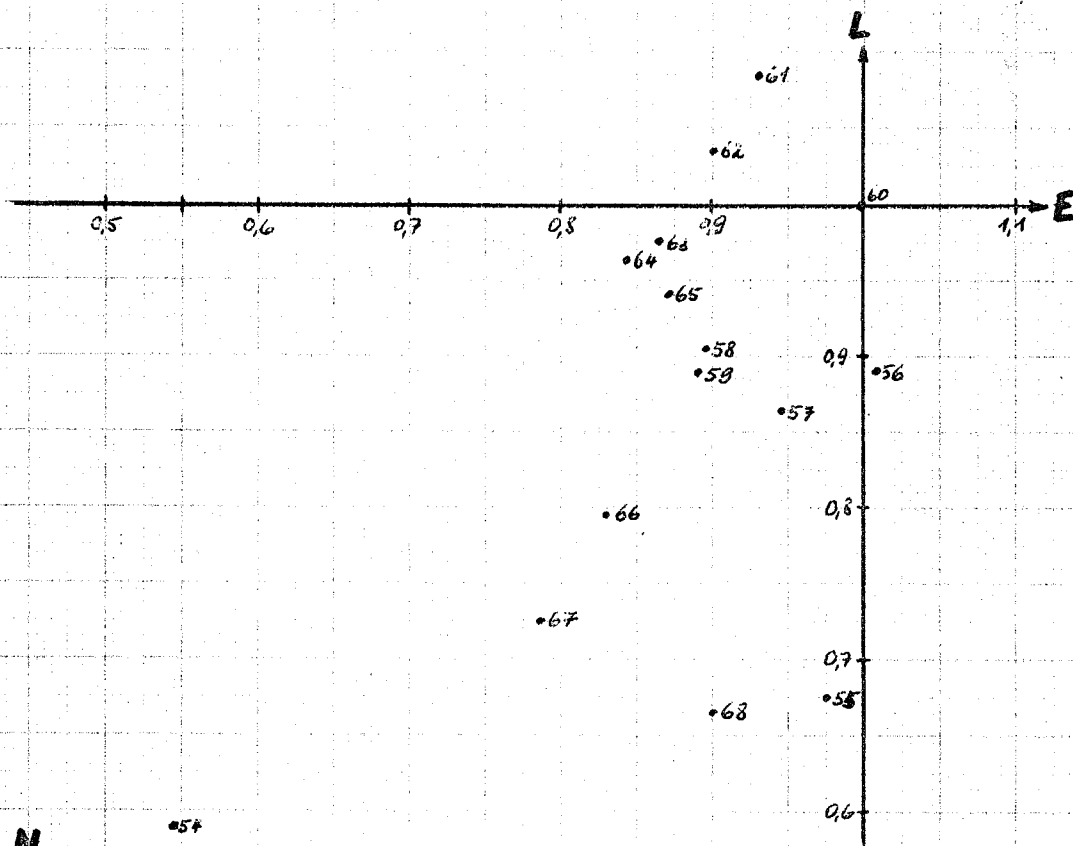
Metallverarbeitung

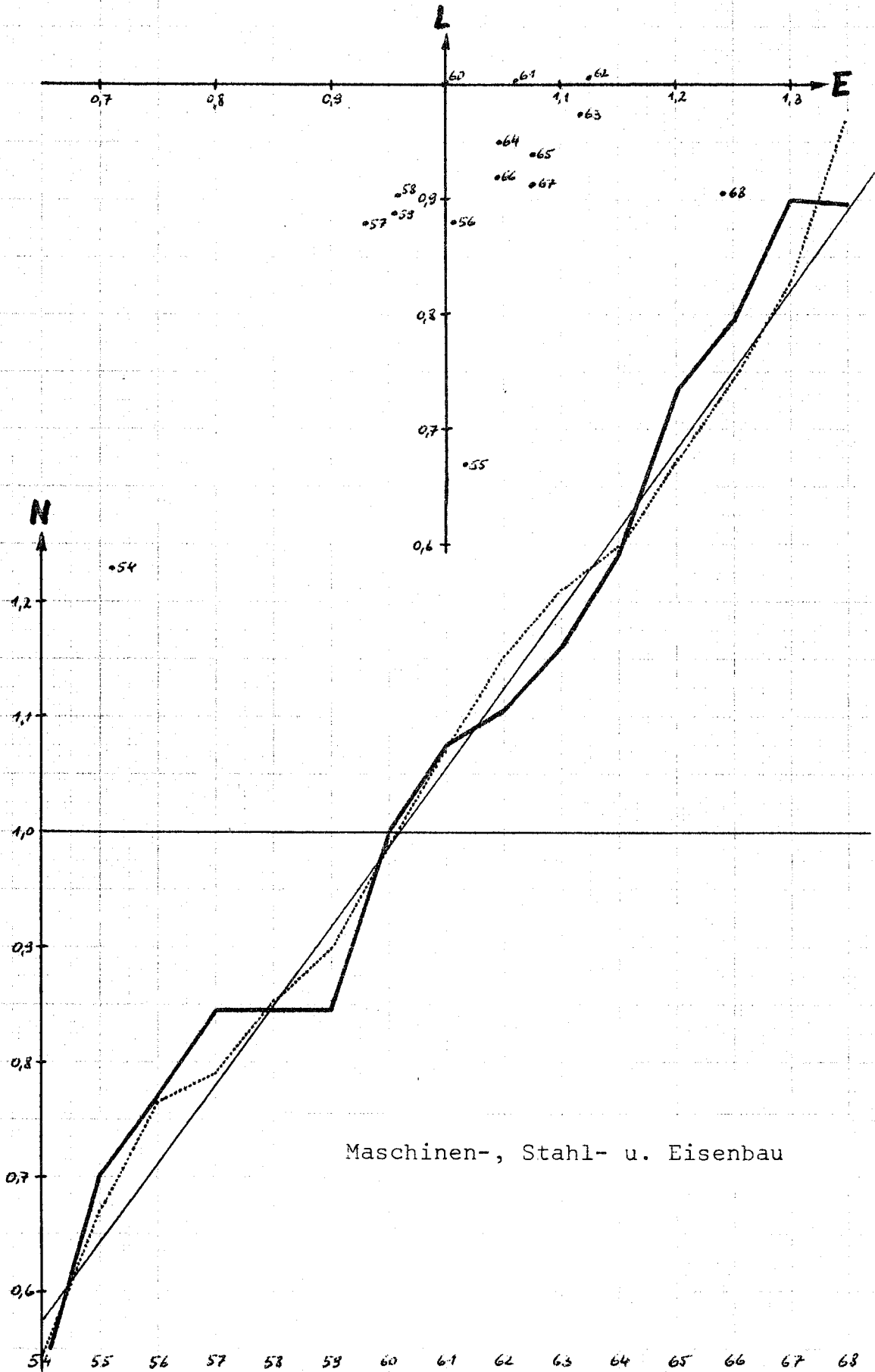
<u>Tatsächliche Nettoproduktion (N)</u>		
LT	: N = .601 + .045 ZEIT	.959
LF _{TF}	: N = .188 + .037 ZEIT + .410 E + .100 L	.982
CD _{TF}	: N = .767 e ^{.033 ZEIT} E ^{.536} L ^{.245}	.981
CES _{TF}	: N = e ^{.036 ZEIT} (.327 E ^{.697} + .397 L ^{.697}) ^{.623/.697}	

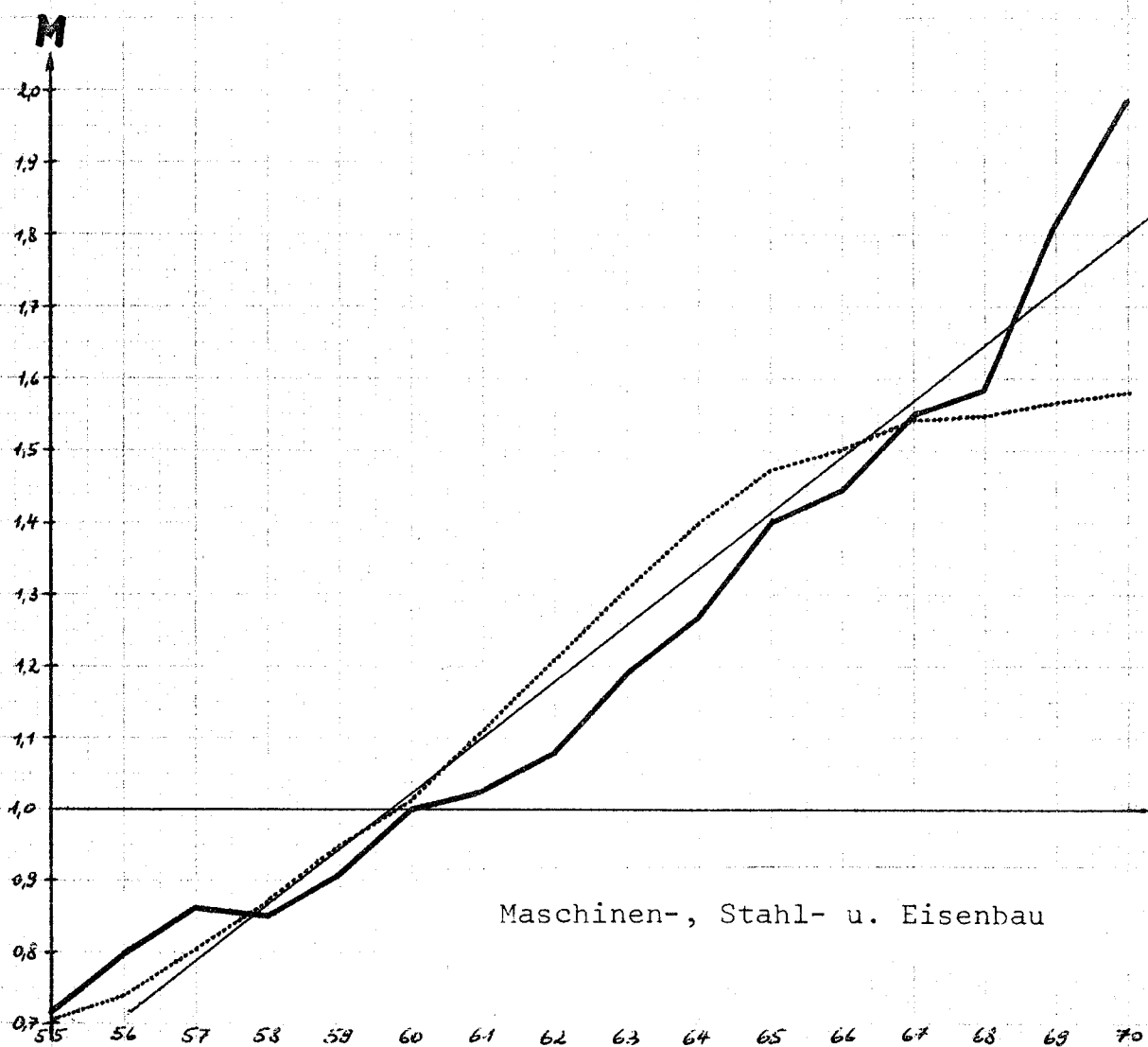
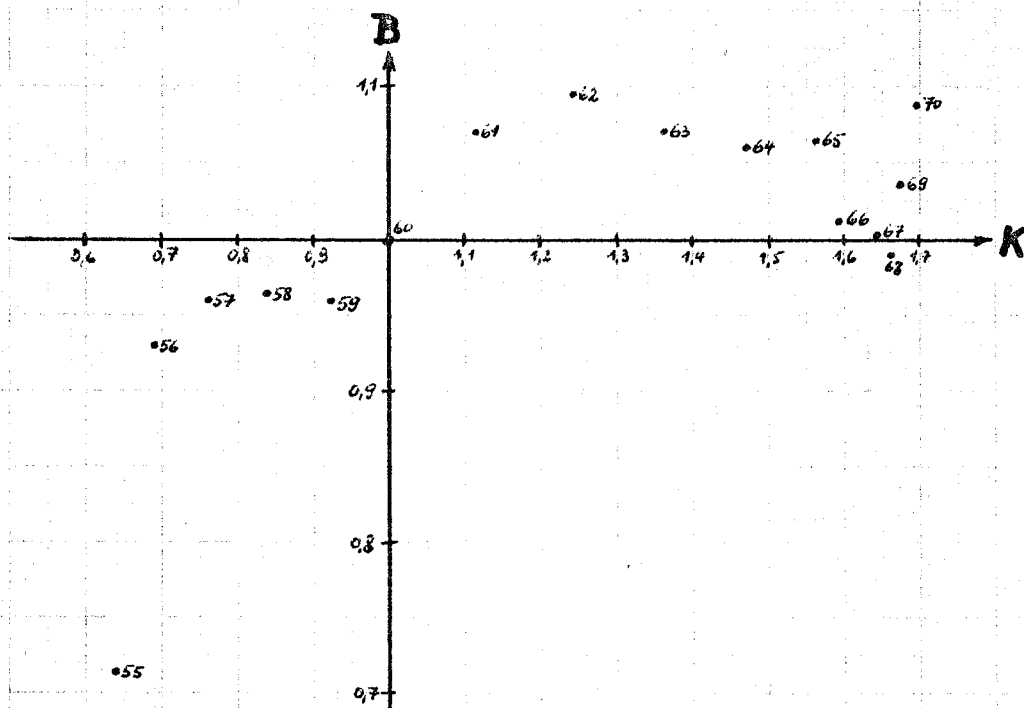
Maximale Nettoproduktion (M)

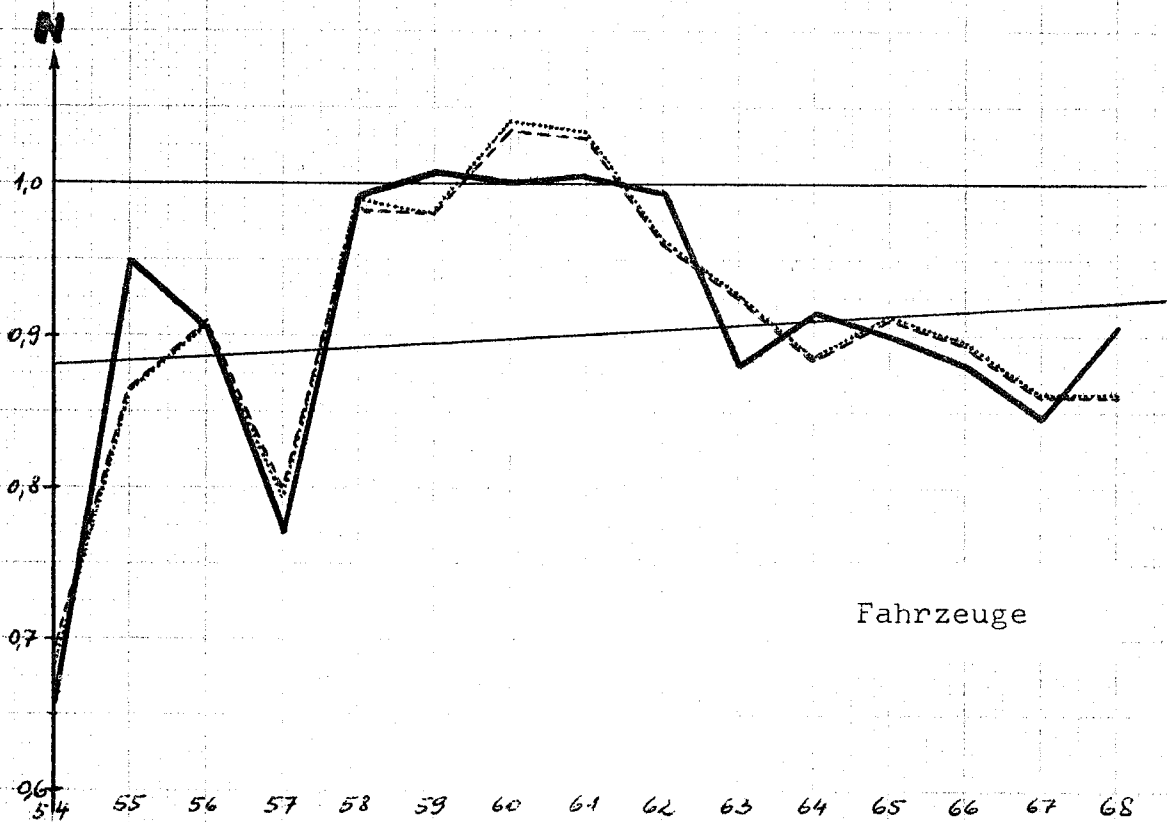
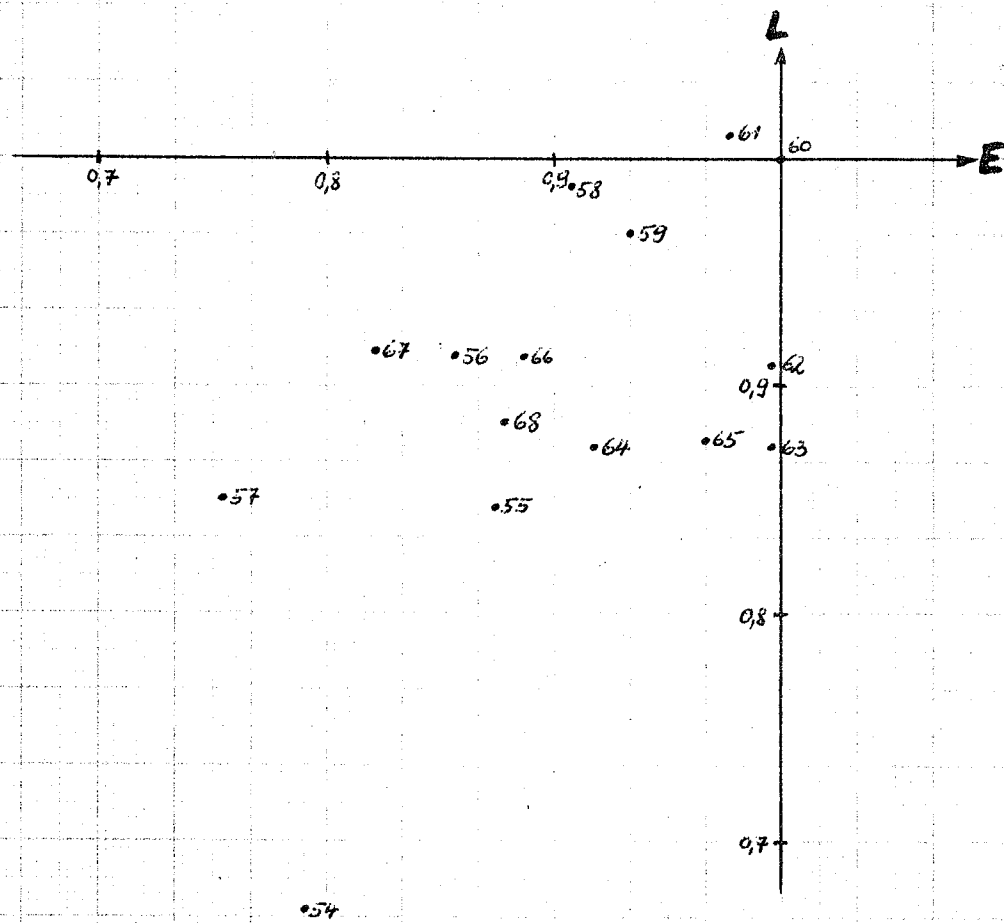
LT	: M = .583 + .052 ZEIT	.952
CD	: M = 1.016 K ^{.568} B ^{.016}	.897

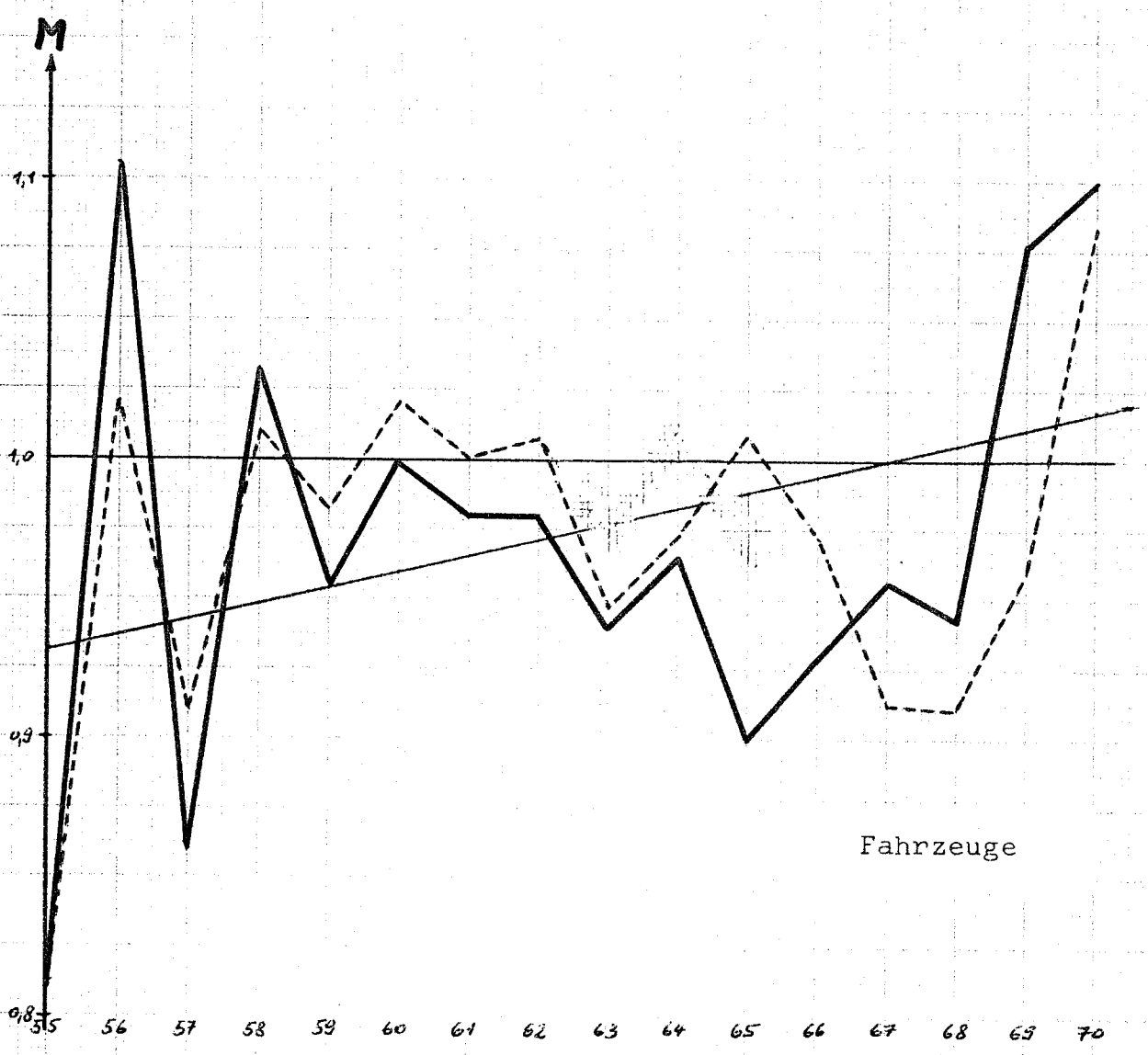
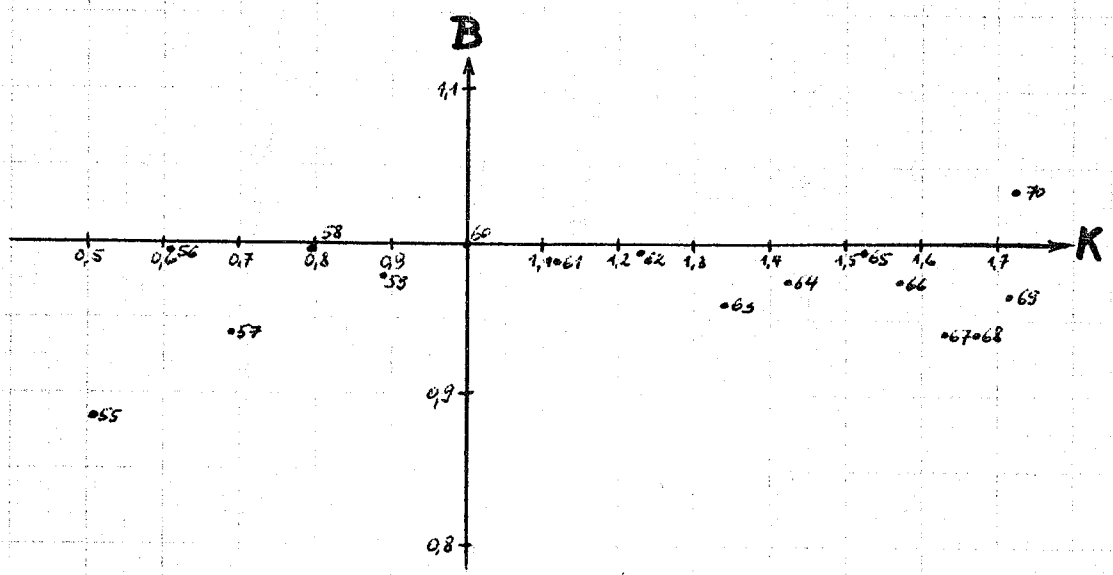


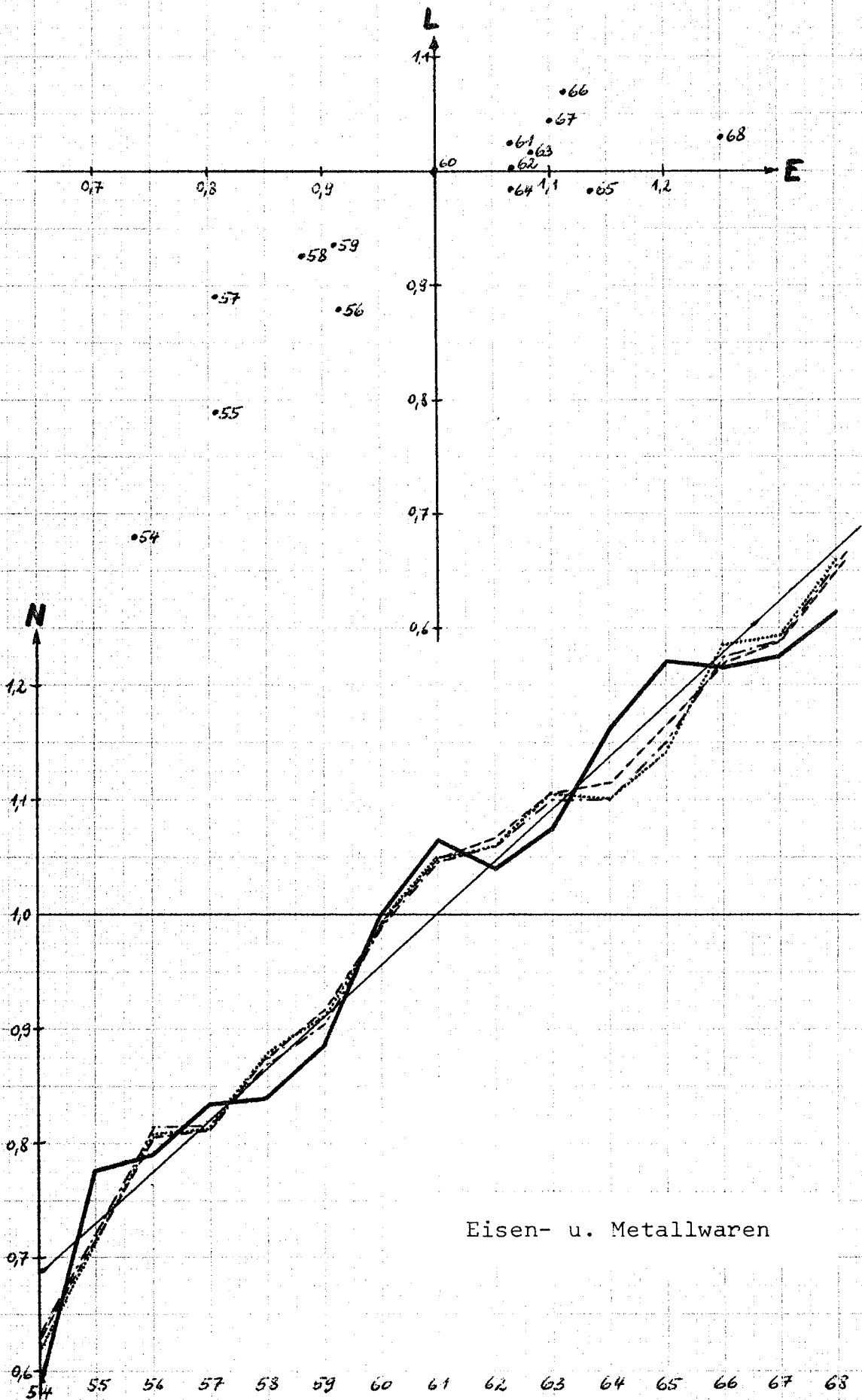


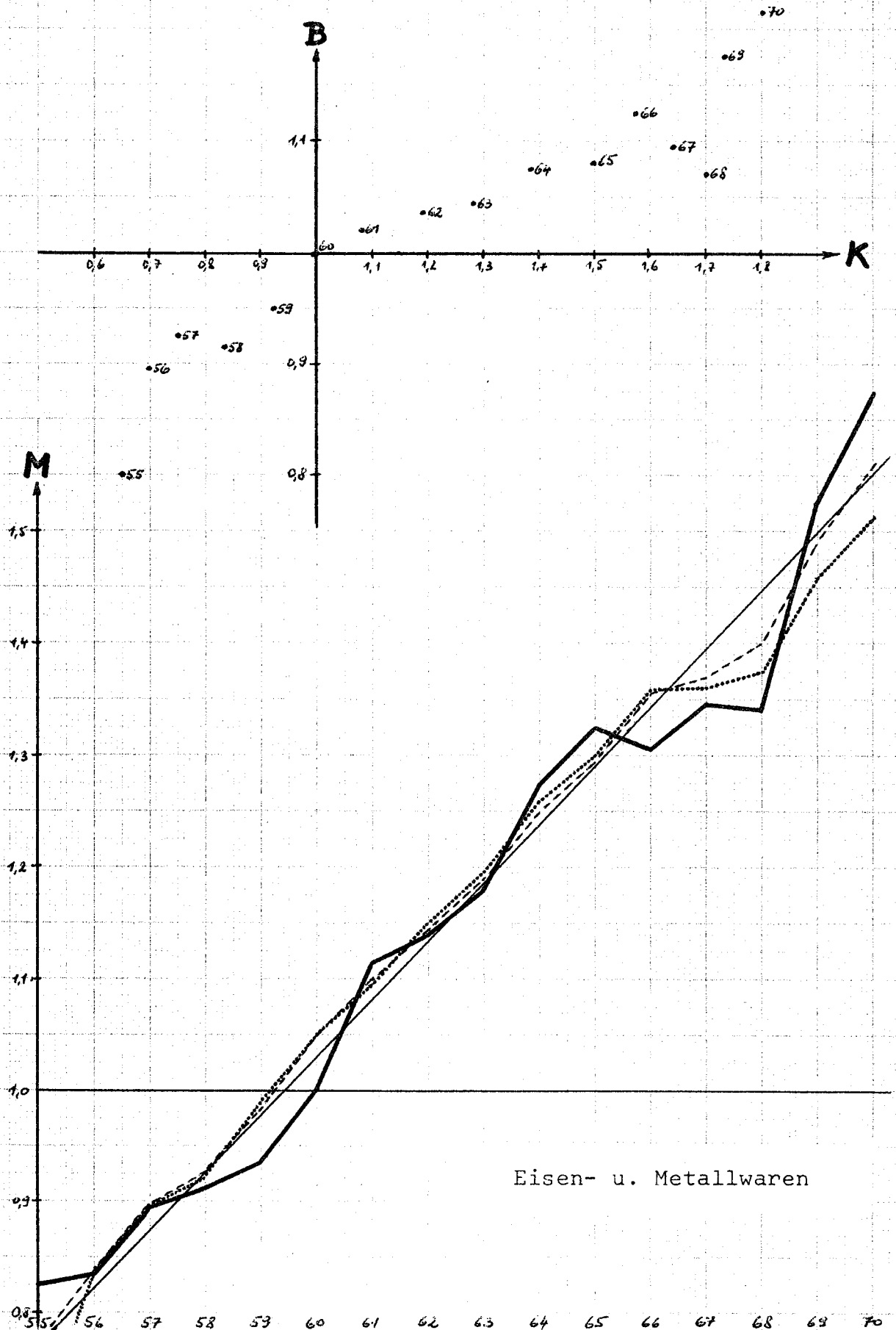


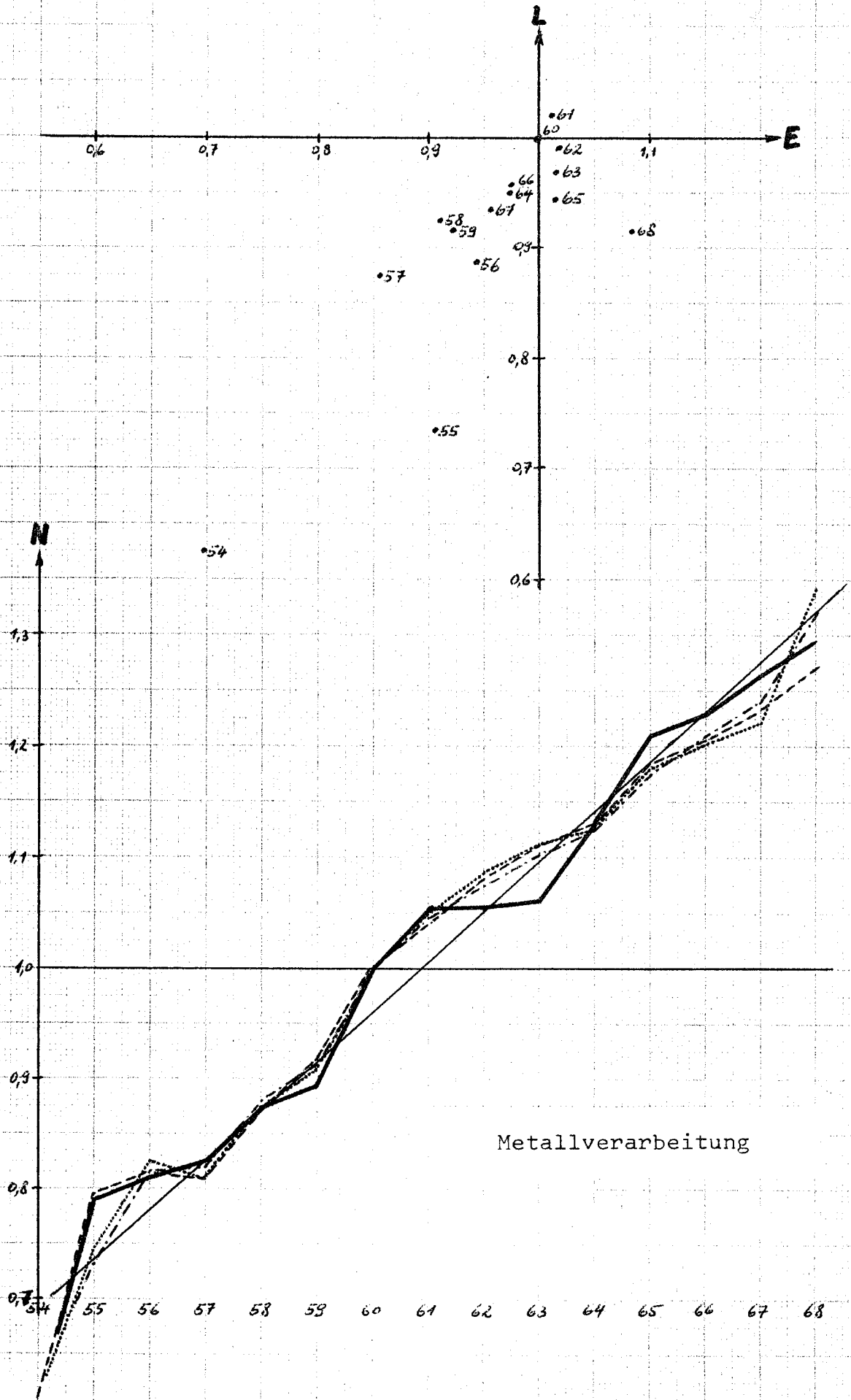


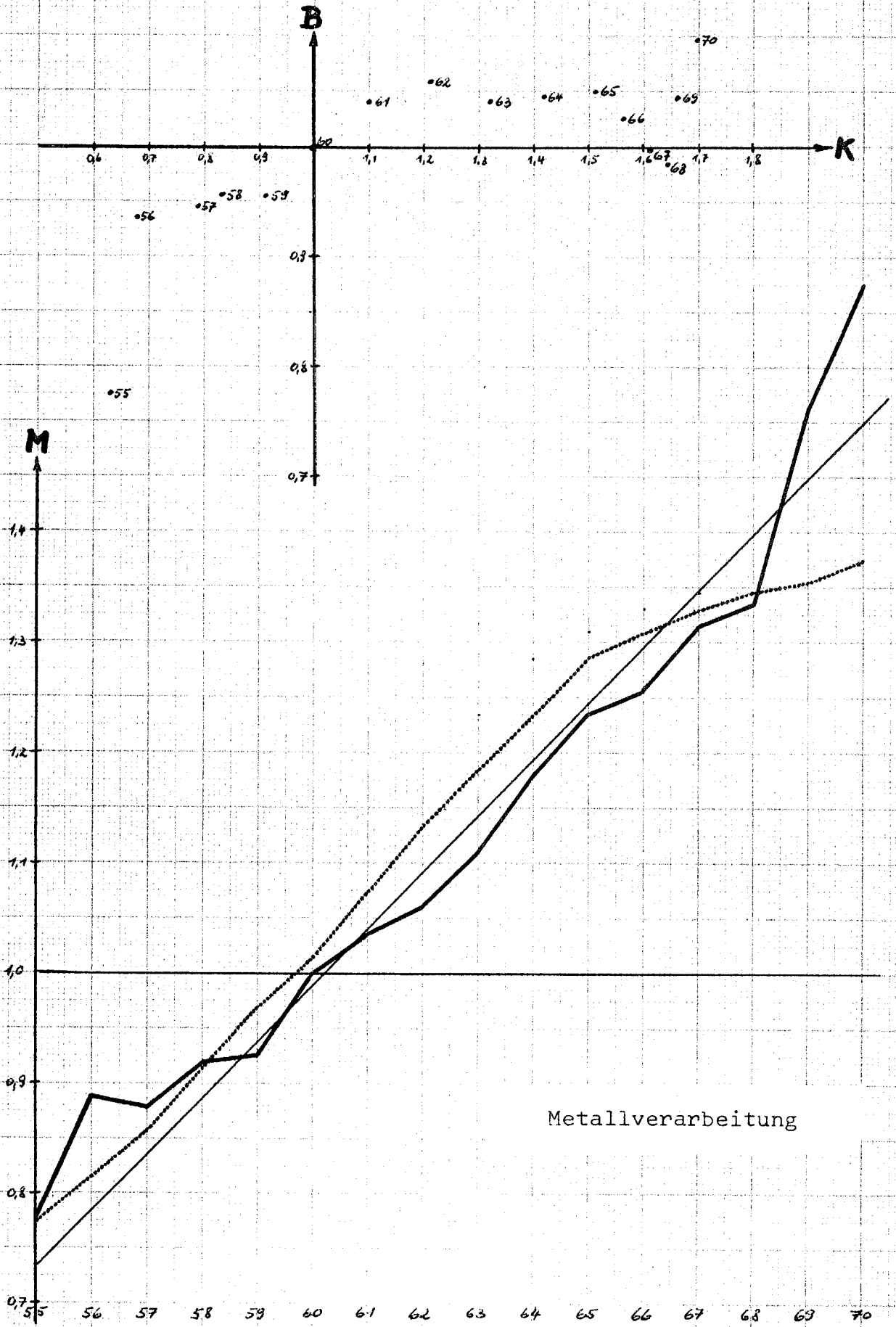












Die Metallverarbeitung ist die bedeutendste Branche der österreichischen Industrie. Folgende Aufstellung soll ihren Anteil und die Stellung der enthaltenen vier Industriezweige Gießereien, Maschinen-, Stahl- und Eisenbau, Fahrzeugindustrie und Eisen- und Metallwarenerzeugung verdeutlichen:

Industrie	Anteil an der Industrieproduktion		Anteil an den Industriebeschäftgt.	
	1960	1970	1960	1970
Gießereien	1,5%	1 %	2 %	1,5%
Maschinen	9,5%	11 %	10,5%	11 %
Fahrzeuge	5 %	3,5%	4 %	4 %
Eisen-u. Metallw.	6 %	5,5%	8 %	9 %
Metallverarb. insg.	22 %	21 %	24,5%	25,5%

Zwischen der Gießereiindustrie und den anderen Industriezweigen besteht insofern ein grundlegender Unterschied, als diese vorwiegend für die Endnachfrage (Konsum, Investitionen) produzieren, während jene vor allem Vorprodukte für andere Wirtschaftszweige (übrige metallverarbeitende Industrien, Baugewerbe) herstellt.

a) Tatsächliche Produktion

Die verhältnismäßig starken Schwankungen um einen nur schwach steigenden Trend sowie die ziemlich homogene Produktionsstruktur (d.h. ähnliche Produktionsprozesse) ließen für die Gießereiindustrie gute Schätzungen für die Produktionsfunktionen erwarten. Dies traf auch ein, denn alle drei Funktionstypen ergaben annehmbare Resultate, wobei die CES-Funktion deutlich besser ist als die lineare und die CD-Funktion. Die Skalenerträge (ca. 0,7) sind etwas niedrig.

Der Maschinenbau zeigt einen sehr trendnahen Zeitverlauf, was dazu führte, daß die einzige passende Produktionsfunktion (CD) kaum bessere Ergebnisse lieferte als der lineare Trend. Die Skalenerträge sind unrealistisch stark abnehmend.

Die Fahrzeugindustrie ist ein stagnierender Wirtschaftszweig. Die lineare und die CD-Funktion ergeben - trotz etwas niedrigem R^2 - eine recht gute Anpassung, wie die Zeichnung zeigt.

Der Zeitverlauf der Nettoproduktion der Eisen- und Metallwarenindustrie ist nahe dem linearen Trend. Die Produktionsfunktionen - lineare, CD- und CES-Funktion passen ähnlich gut - bringen demgemäß nicht viel Gewinn an Erklärungswert. Weitere Negativpunkte sind die niedrige Skalenelastizität und der insignifikante Koeffizient für den Energieeinsatz.

Für die Metallverarbeitung insgesamt gilt ähnliches. Die Zeichnung zeigt, daß die lineare Funktion den besten Fit aufweist, obwohl der Koeffizient für die Beschäftigung insignifikant ist.

b) Maximalproduktion

Die starken Schwankungen der Kapazität der Gießereien lassen den Schluß zu, daß entweder die verwendeten Aussagen über die Kapazitätsauslastung (Investitionstests des WIFO) nicht zutreffen oder aber - was wahrscheinlicher ist - der Zeitpunkt der Aussagen (November) nicht für das ganze Jahr repräsentativ ist. Die Schätzversuche mit kompletten Produktionsfunktionen schlugen alle fehl und auch die einzige passende Beziehung - eine lineare Funktion mit dem Faktor Beschäftigung unter Berücksichtigung eines linearen technischen Fortschritts - paßt nur schlecht.

Für den Maschinenbau und die Fahrzeugindustrie¹⁾ konnten ebenfalls keine passenden kompletten Produktionsbeziehungen gefunden werden. Die angeführte Semi-CD-Funktion für die Maschinenindustrie ist sogar beträchtlich schlechter als der lineare Trend, während die lineare Beziehung Kapazität-Beschäftigung für die Fahrzeugindustrie eine recht gute Anpassung an die tatsächlichen Daten aufweist.

¹⁾ Die starken Schwankungen der Kapazität in der Zeichnung sind auf den feineren Maßstab zurückzuführen.

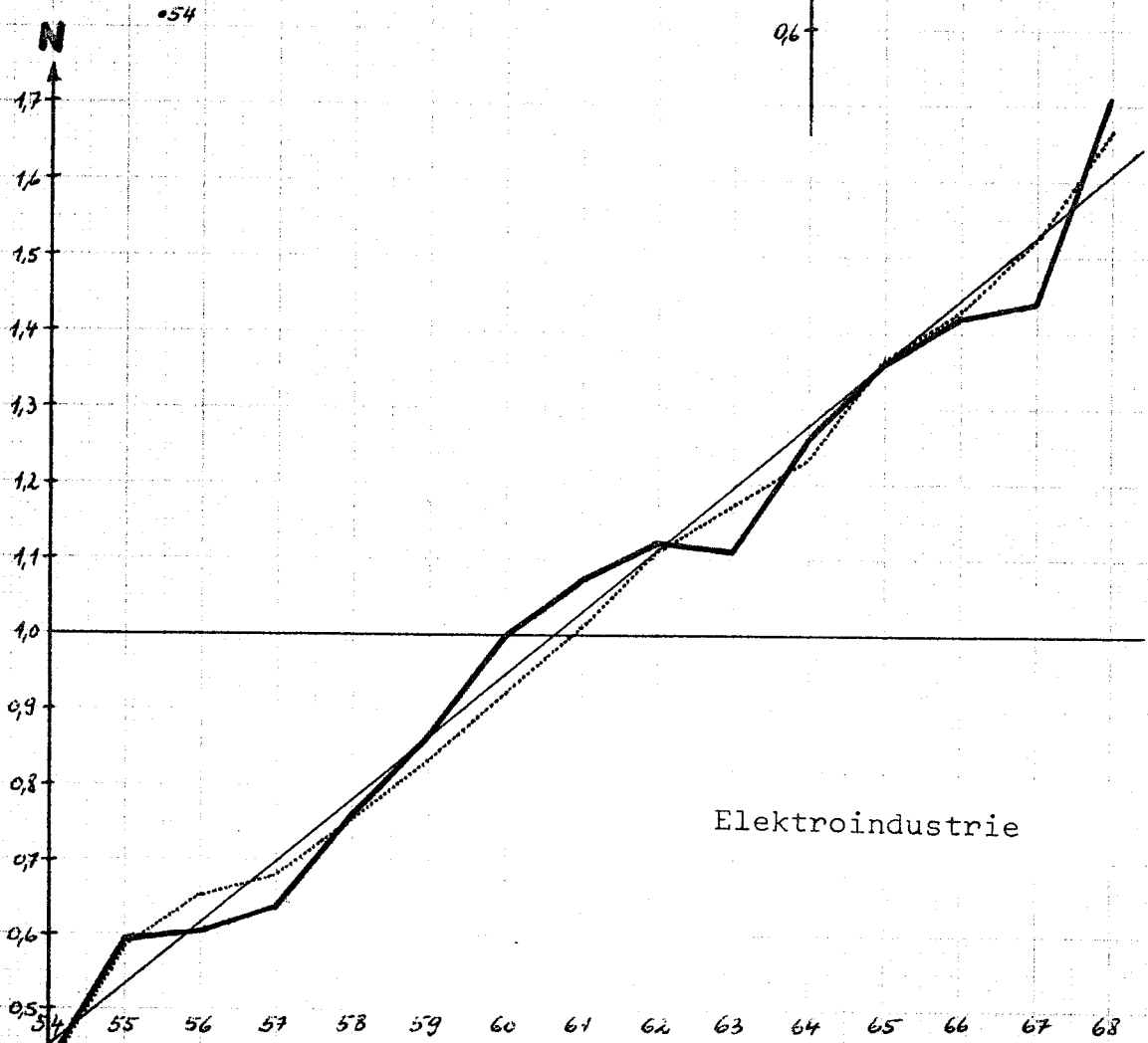
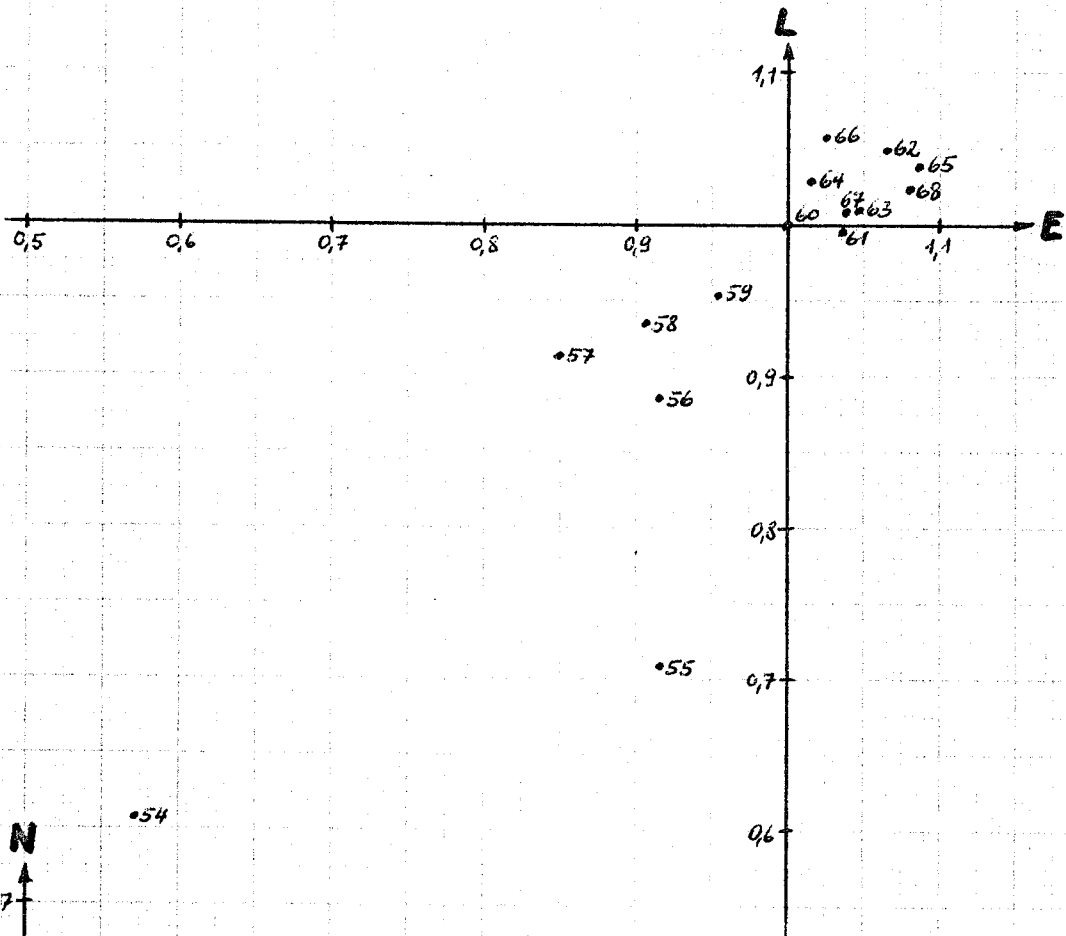
Die Produktionsfunktionen (lineare und CD-Funktion) für die Eisen- und Metallwarenindustrie bringen praktisch keine bessere Anpassung als der lineare Trend. Trotzdem kann die CD-Funktion als gut bezeichnet werden, da sie diesen guten Fit ohne Einbeziehung eines Trendfaktors erreicht und die Koeffizienten denen einer geradezu idealen Cobb-Douglas-Beziehung entsprechen.

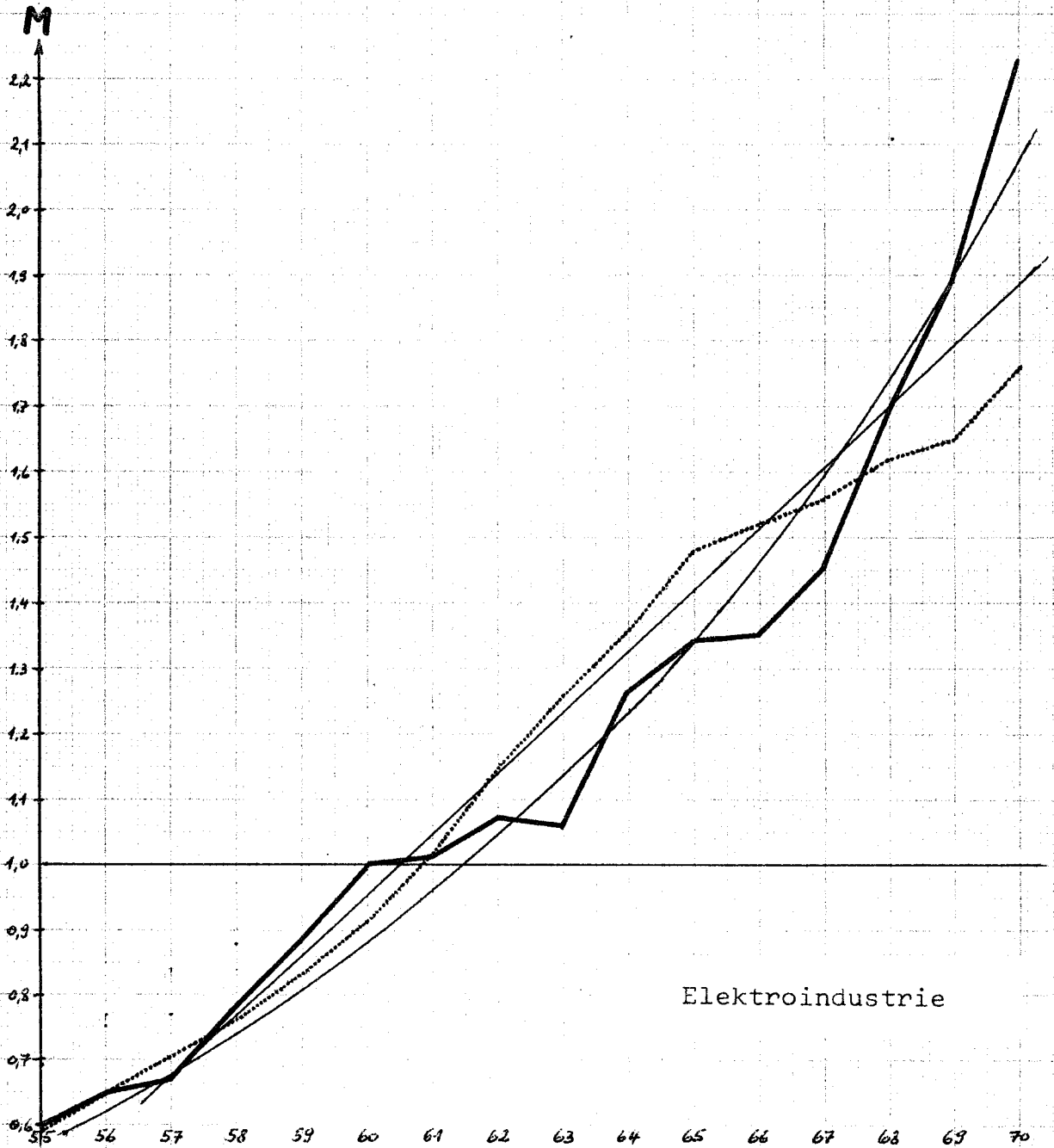
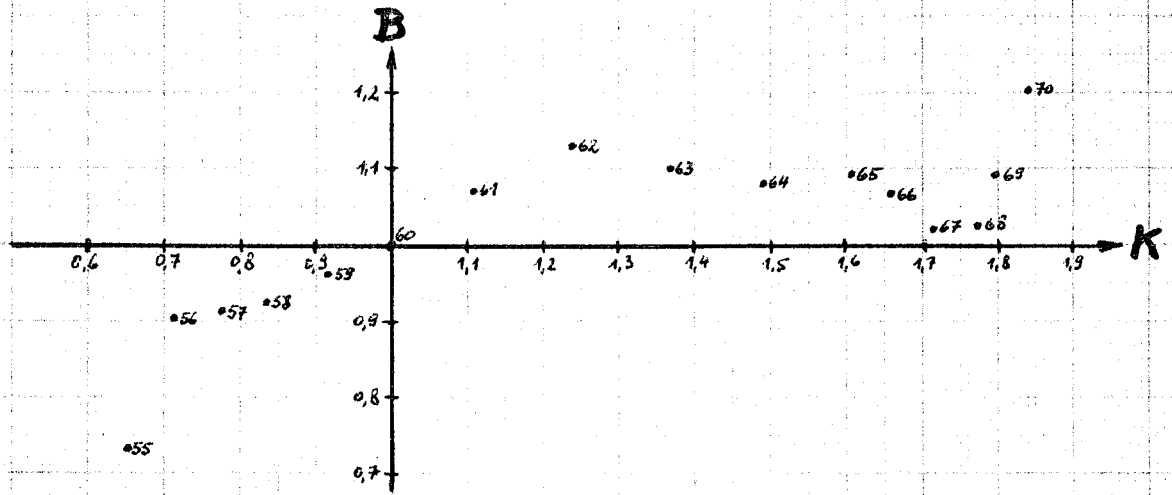
Auch die gesamte Metallverarbeitung zeigt eine Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas-Typ, jedoch ist der Fit um einiges schlechter als der des linearen Trends und außerdem der Koeffizient für die Beschäftigung zu niedrig - wodurch die Skalenelastizität auf eine zu niedrige Zahl gedrückt wird - und nicht signifikant.

EL ELEKTROINDUSTRIE

=====

<u>Tatsächliche Nettoproduktion (N)</u>		R^2
LT	: N = .282 + .083 ZEIT	.980
CD _{TF}	: N = .535 e ^{.068 ZEIT} E ^{.555} L ^{.164}	.986
<u>Maximale Nettoproduktion (M)</u>		
LT	: M = .209 + .093 ZEIT	.935
ET	: M = .477 e ^{.080 ZEIT}	.977
CD	: M = .916 K ^{.993} B ^{.119}	.920





Die Elektroindustrie ist eine Wachstumsbranche, was sich am besten am steigenden Anteil der Produktion an jener der gesamten Industrie zeigt. Betrug die Nettoproduktion 1960 mit 3 940 Mio. S noch knapp über 7% der Industrieerzeugung, so konnte dieser Anteil bis 1970 auf über 9,5% gesteigert werden. Dabei ist zu bedenken, daß bei schnellerer Anpassung an die Änderungen der Nachfragestruktur ein noch größerer Zuwachs hätte erzielt werden können¹⁾.

Diese starke Expansion führt dazu, daß sich durch das Dominieren der Zeit als Erklärungsgröße (Trend) Schwierigkeiten bei der Schätzung der Produktionsfunktion ergeben, d.h. die Einführung der Produktionsfaktoren bringt eine nur unwesentlich bessere Anpassung an die gegebenen Daten.

a) Tatsächliche Produktion

Die Produktion ist verhältnismäßig konjunkturreagibel, d.h. die Zuwachsraten schwanken stärker als bei den meisten anderen Industriezweigen²⁾. Die Produktionsfaktoren lassen sich naturgemäß nicht kurzfristig an die konjunkturelle Entwicklung anpassen. Dies gilt selbverständlich auch für die Lohn- und Gehaltsumme, sodaß sich bei der betrachteten Variante nur ein schwacher Zusammenhang zwischen dem Faktor Arbeit (als Indikator: Lohn- und Gehaltsumme) und der Wertschöpfung ergab. Diese Tatsache wird durch die Insignifikanz des entsprechenden Koeffizienten ersichtlich.

b) Maximalproduktion

Bei der Erklärung der Kapazität ist der Trend noch stärker ausgeprägt. Das führt dazu, daß sich bei der Schätzung mit technischem Fortschritt keine annehmbaren Resultate ergeben. Ohne Zeitkomponente zeigte sich zwar eine theoretisch richtige Cobb-Douglas-Funktion; der Koeffizient des Faktors Arbeit (Beschäftigung) ist jedoch insignifikant und der Fit ist ziemlich schlecht.

¹⁾ vgl. Die Expansion der Elektroindustrie seit Kriegsende; in: Monatsberichte des WIFO Nr. 7/1963, S 264 ff.

²⁾ vgl. G. Thury: Die Marktsituation der Elektroindustrie; in: Monatsberichte des WIFO Nr. 1/1967, S 15 ff.

7 TEXTIL/BEKLEIDUNG (TEXTILIEN)

=====

Textilindustrie

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$$\begin{aligned} \text{LT} &: N = .653 + .044 \text{ ZEIT} && .977 \\ \text{CES}_{\text{TF}} &: N = e^{.042 \text{ ZEIT}} (.415 E^{.385} + .260 L^{.385}) \cdot 334 / .385 \end{aligned}$$

Maximale Nettoproduktion (M)

$$\begin{aligned} \text{LT} &: M = .646 + .051 \text{ ZEIT} && .927 \\ \text{ET} &: M = .725 e^{.043 \text{ ZEIT}} && .960 \\ \text{SCD}_{\text{TF}}^{\text{B}} &: M = .686 e^{.051 \text{ ZEIT}} B^{.525} && .967 \end{aligned}$$

Bekleidung

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

$$\begin{aligned} \text{LT} &: N = .368 + .084 \text{ ZEIT} && .977 \\ \text{CD} &: N = .952 E^{1.560} L^{.302} && .959 \end{aligned}$$

Maximale Nettoproduktion (M)

$$\begin{aligned} \text{LT} &: M = .626 + .065 \text{ ZEIT} && .962 \\ \text{LF} &: M = -.352 + .134 K + 1.240 B && .983 \\ \text{CD} &: M = 1.004 K^{.175} B^{1.168} && .984 \end{aligned}$$

Textil/Bekleidung

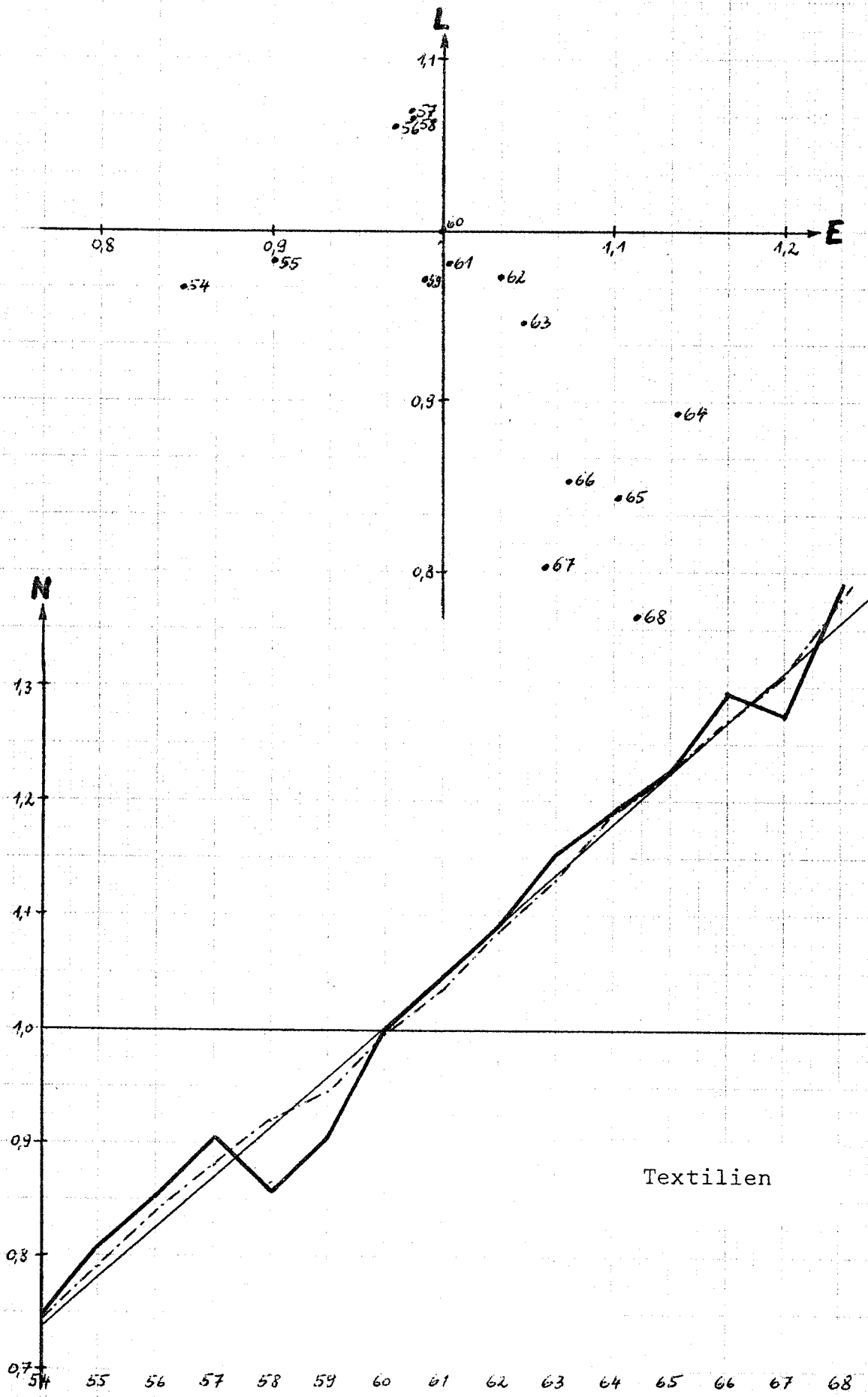
Tatsächliche Nettoproduktion (N)

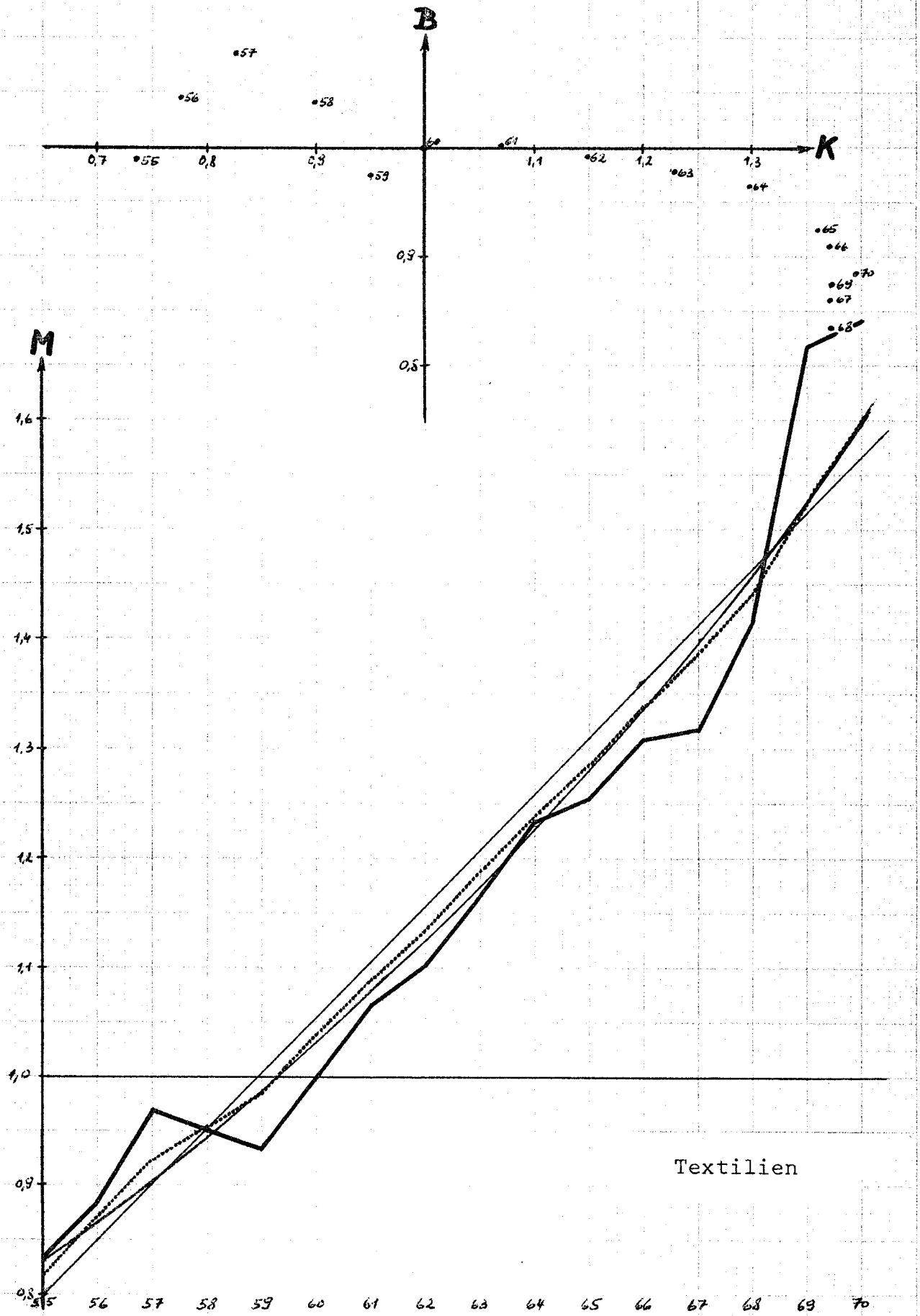
$$\begin{aligned} \text{LT} &: N = .580 + .054 \text{ ZEIT} && .981 \\ \text{CD}_{\text{TF}} &: N = .691 e^{.045 \text{ ZEIT}} E^{.386} L^{.118} && .983 \\ \text{CES}_{\text{TF}} &: N = e^{.046 \text{ ZEIT}} (.407 E^{.830} + .218 L^{.830}) \cdot 647 / .830 \end{aligned}$$

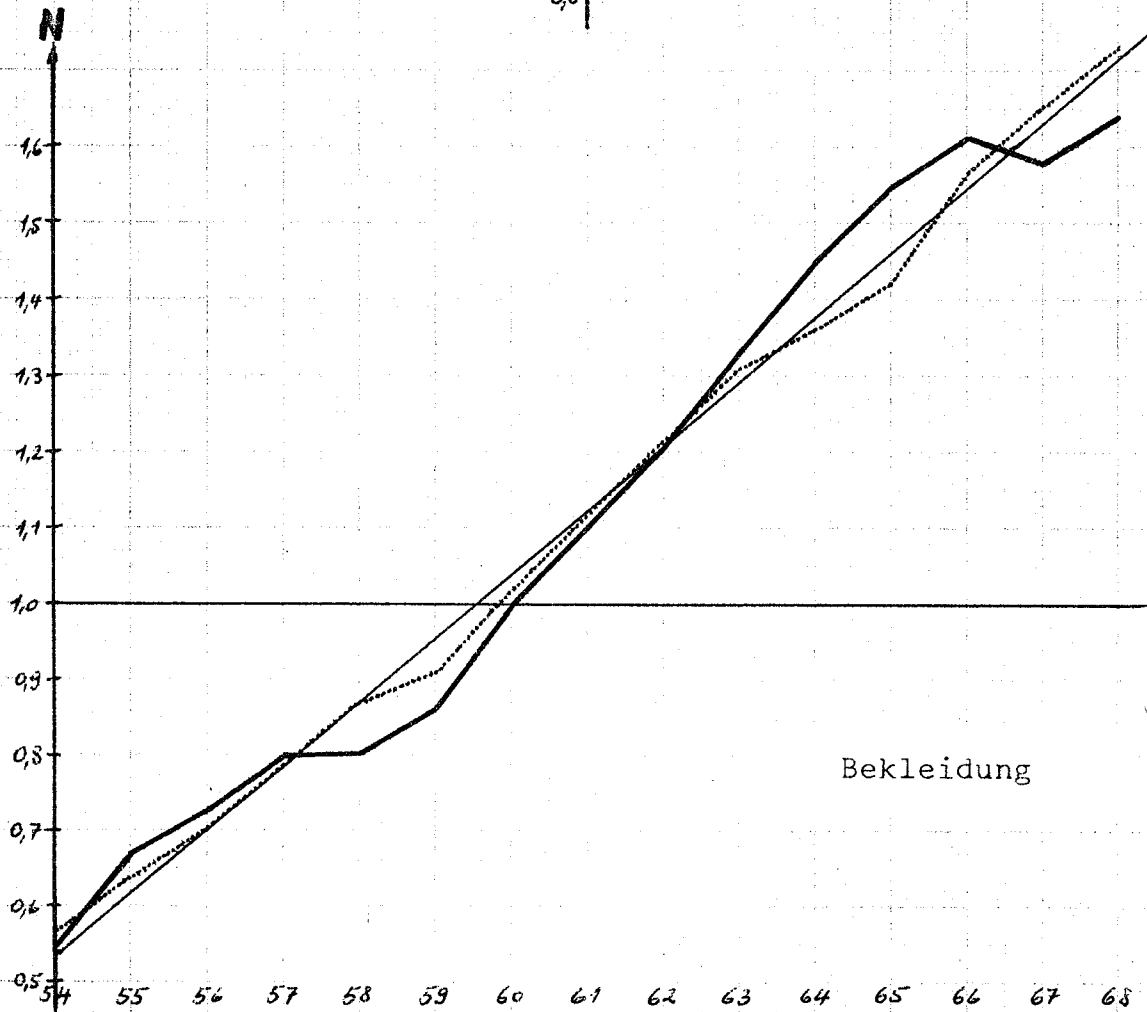
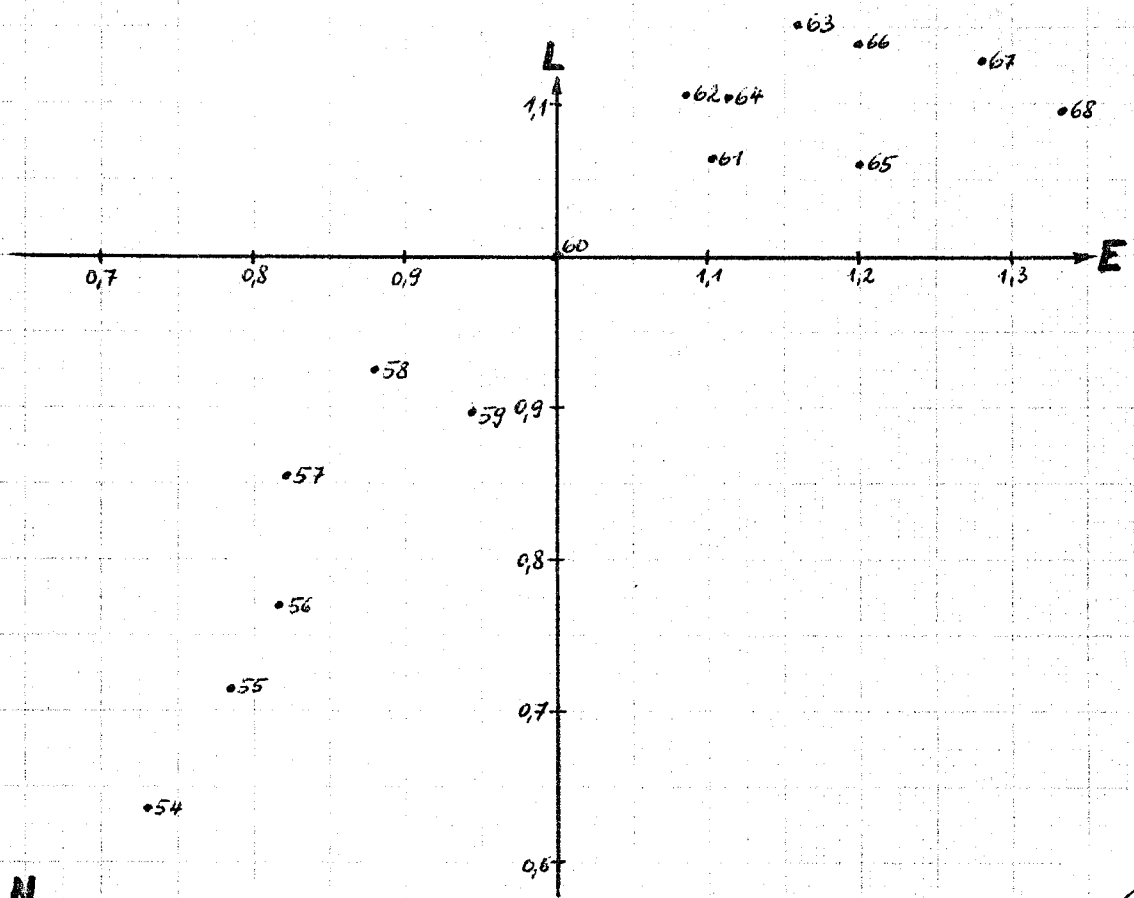
Maximale Nettoproduktion (M)

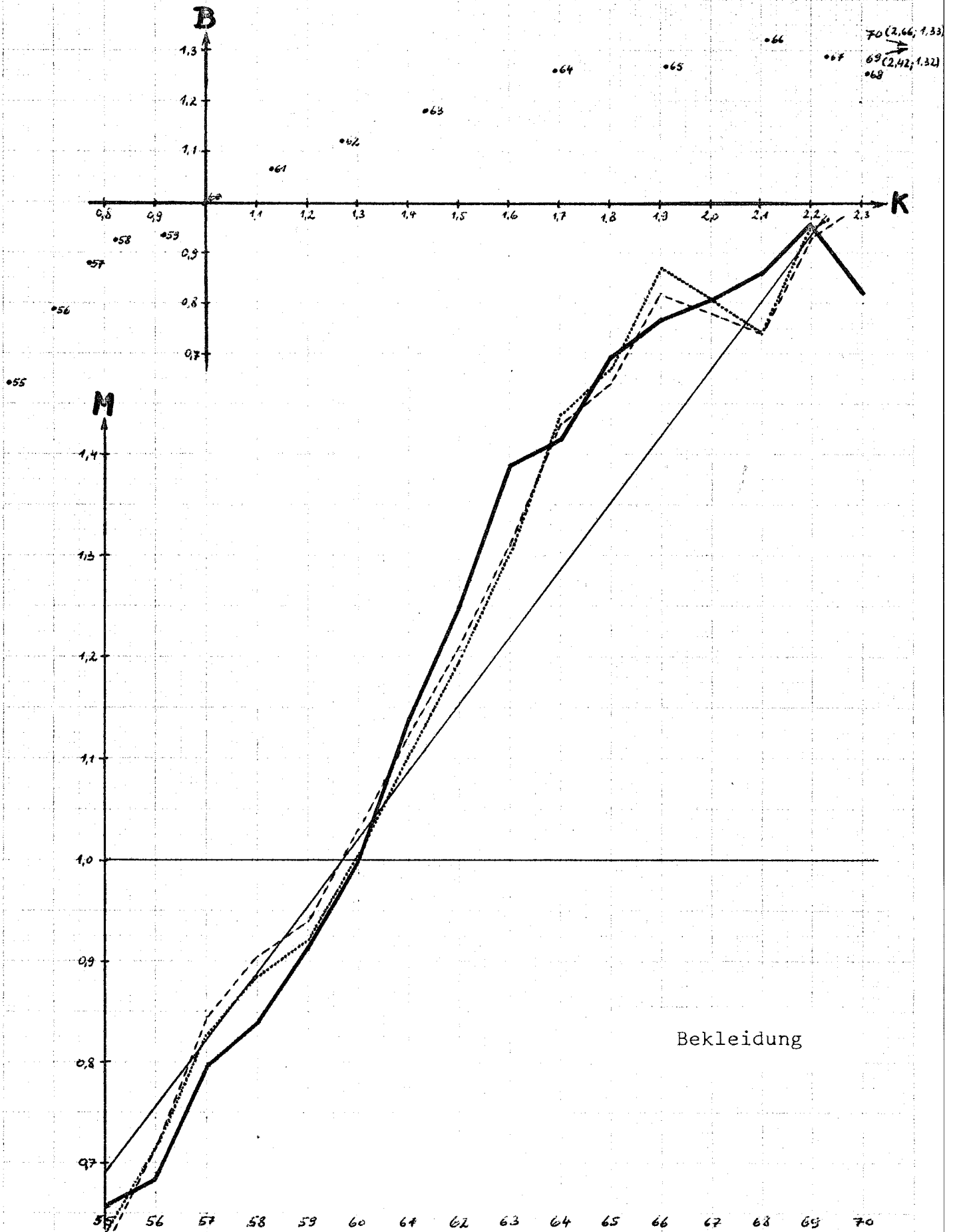
$$\begin{aligned} \text{LT} &: M = .593 + .057 \text{ ZEIT} && .978 \\ \text{SCD}_{\text{TF}}^{\text{B}} &: M = .698 e^{.048 \text{ ZEIT}} B^{.557} && .991 \end{aligned}$$

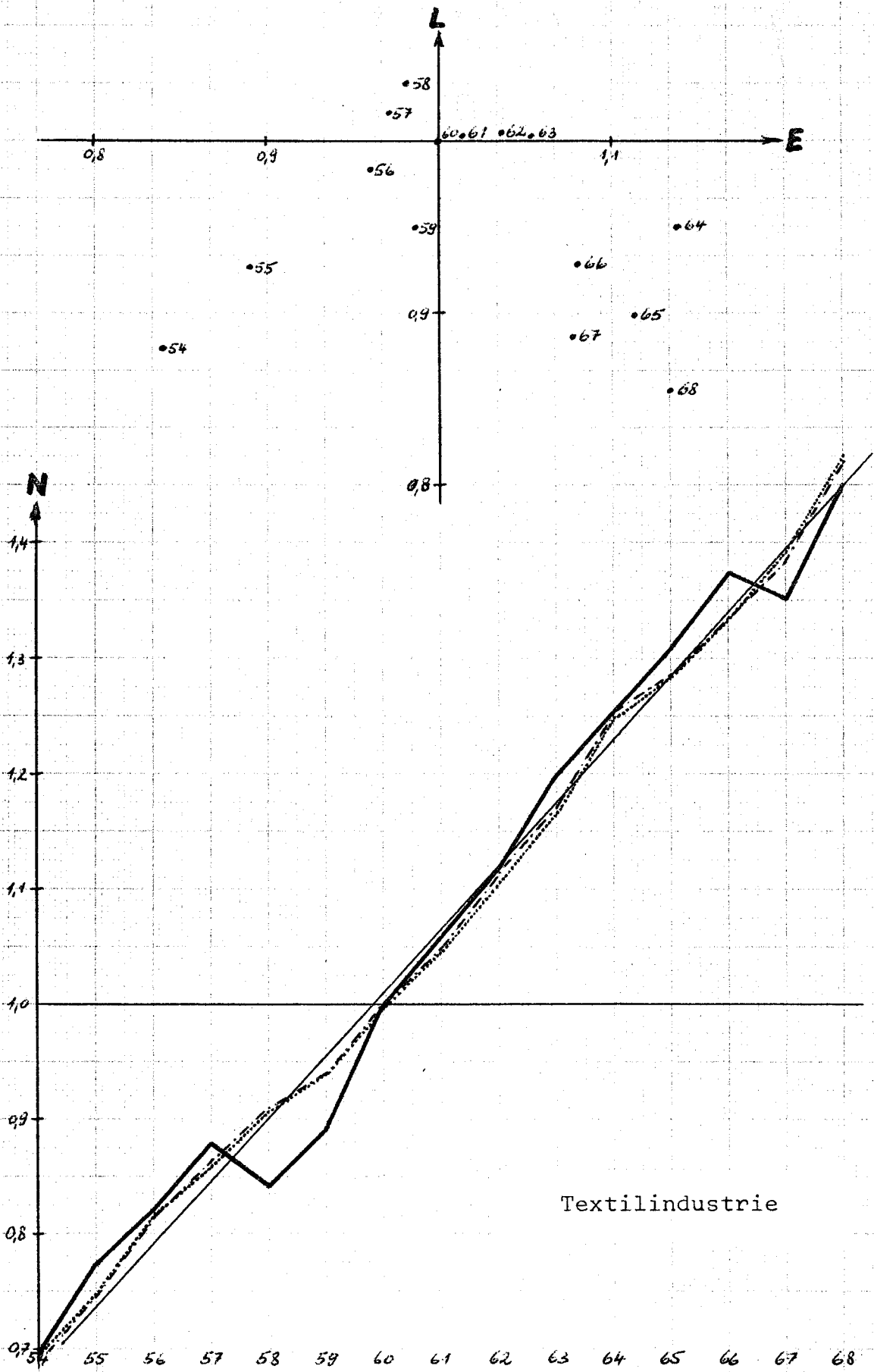
- 135 -

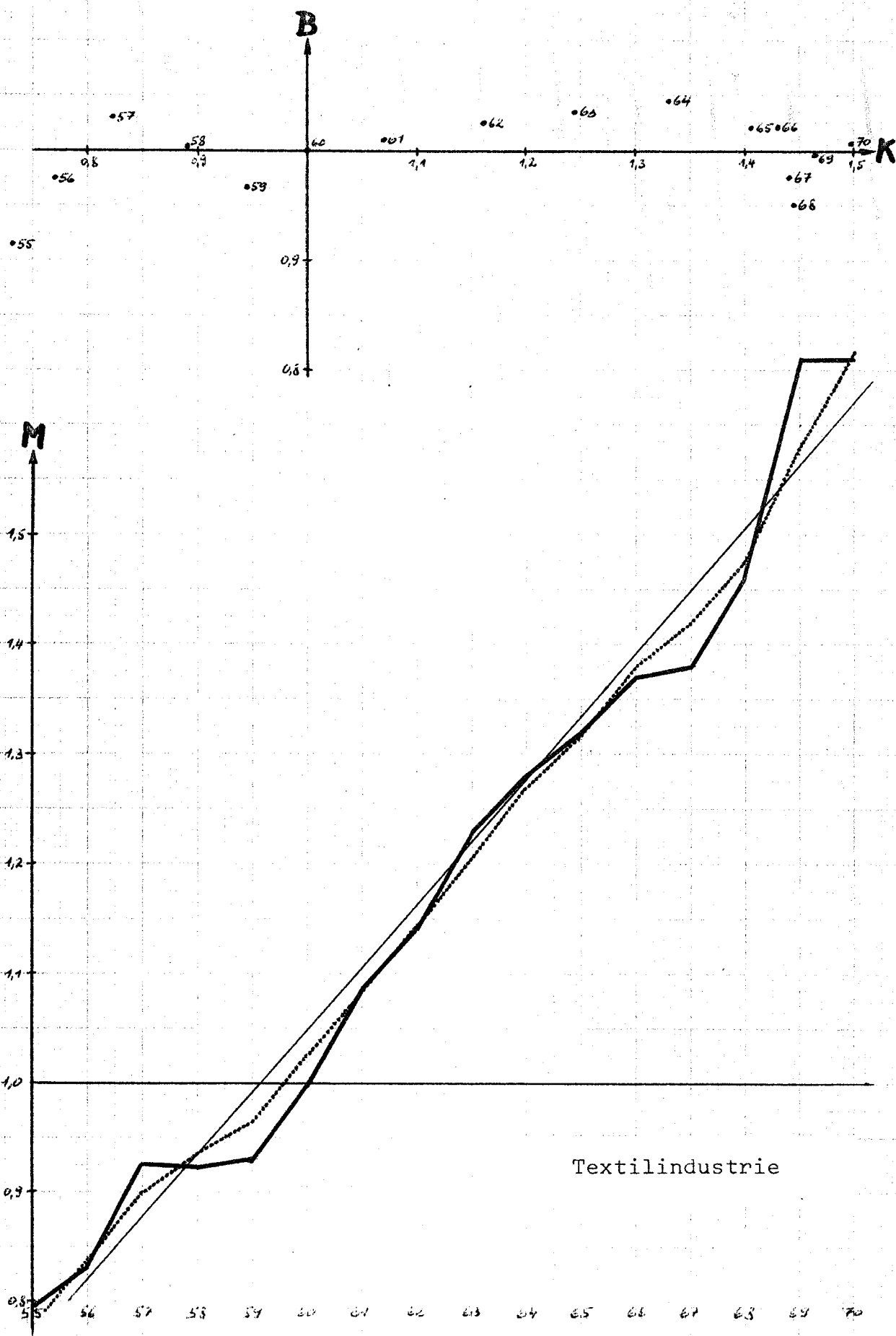












Die Bedeutung der Textilindustrie zeigt sich daran, daß sie etwa 1/6 der in der Industrie insgesamt tätigen Unselbständigen beschäftigt (1960: 101 800) und ihre Nettoproduktion über 10% der Industrieproduktion ausmacht. Bei beiden Größen kann die Textilindustrie i.e.S. (Bezeichnung: Textilien) ca. 3/4 für sich beanspruchen, wobei allerdings zu bemerken ist, daß sich die Beschäftigung in den letzten Jahren zugunsten der Bekleidungsindustrie verschob (1970: 1/3). Auch das Produktionswachstum war in der Bekleidungsbranche stärker. Die Hauptgründe für das überdurchschnittliche Wachstum waren die zunehmenden Käufe von Konfektionswaren und das elastische Angebot an weiblichen Arbeitskräften¹⁾, das den Bau neuer Produktionsstätten anregte.²⁾ Die nur durchschnittliche Expansion der Textilbranche war durch die Stagnation in einigen Teilbereichen³⁾ (vor allem Baumwolle und Bastfasern) bedingt.

a) Tatsächliche Produktion

Die geschätzten Produktionsfunktionen der Textilindustrie insgesamt sind nur mit größten Vorbehalten annehmbar, da die Produktion einen starken Trend aufweist. Daraus ergibt sich, daß sich durch den Übergang vom Trend zu einer kompletten Produktionsfunktion kaum mehr ein Gewinn ergibt, was sich in der Zeichnung deutlich zeigt. Statistisch kommt das dadurch zum Ausdruck, daß die Koeffizienten beider Produktionsfaktoren (CD-Funktion) insignifikant sind.

Ähnliche Probleme ergeben sich in beiden Teilbereichen, wobei außerdem hinzukommt, daß die geschätzten Skalenerträge der Textilindustrie i.e.S. zu niedrig, bei der Bekleidungsbranche jedoch zu hoch sind.

b) Maximalproduktion

Für die Textilindustrie insgesamt paßt hier keine vollständige Produktionsfunktion, sondern nur eine Semi-CD-Variante. Die

¹⁾ Diese Tatsache stellt dem Arbeitsplatzangebot in Österreich nicht gerade ein gutes Zeugnis aus.

²⁾ vgl. Die Dynamik der österreichischen Bekleidungsindustrie; in: Monatsberichte des WIFO Nr. 4/1967, S 127 ff.

³⁾ vgl. E. Supper: Konjunktur und Wachstum der österreichischen Textilindustrie; in: Monatsberichte des WIFO Nr. 1/1966, S 23ff.

allerdings ausgezeichnet, wie sich aus der Zeichnung und auch aus dem hohen Korrelationskoeffizienten (R^2) ablesen läßt. Ähnlich verhält es sich im Teilbereich Textilien, wobei allerdings der Gewinn (bezüglich besserer Anpassung) gegenüber dem exponentiellen Trend sehr gering ist.

Im Bekleidungssektor ist der Trend nicht so stark ausgeprägt, und die Cobb-Douglas-Funktion wie auch die lineare Funktion ohne technischen Fortschritt ergeben einen guten Fit.

INDUSTRIE INSGESAMT

=====

Tatsächliche Nettoproduktion (N)

R^2

LT : N = .583 + .057 ZEIT

.985

SCD_{TF}^L : N = .688 e^{.052 ZEIT} L^{.245}

.979

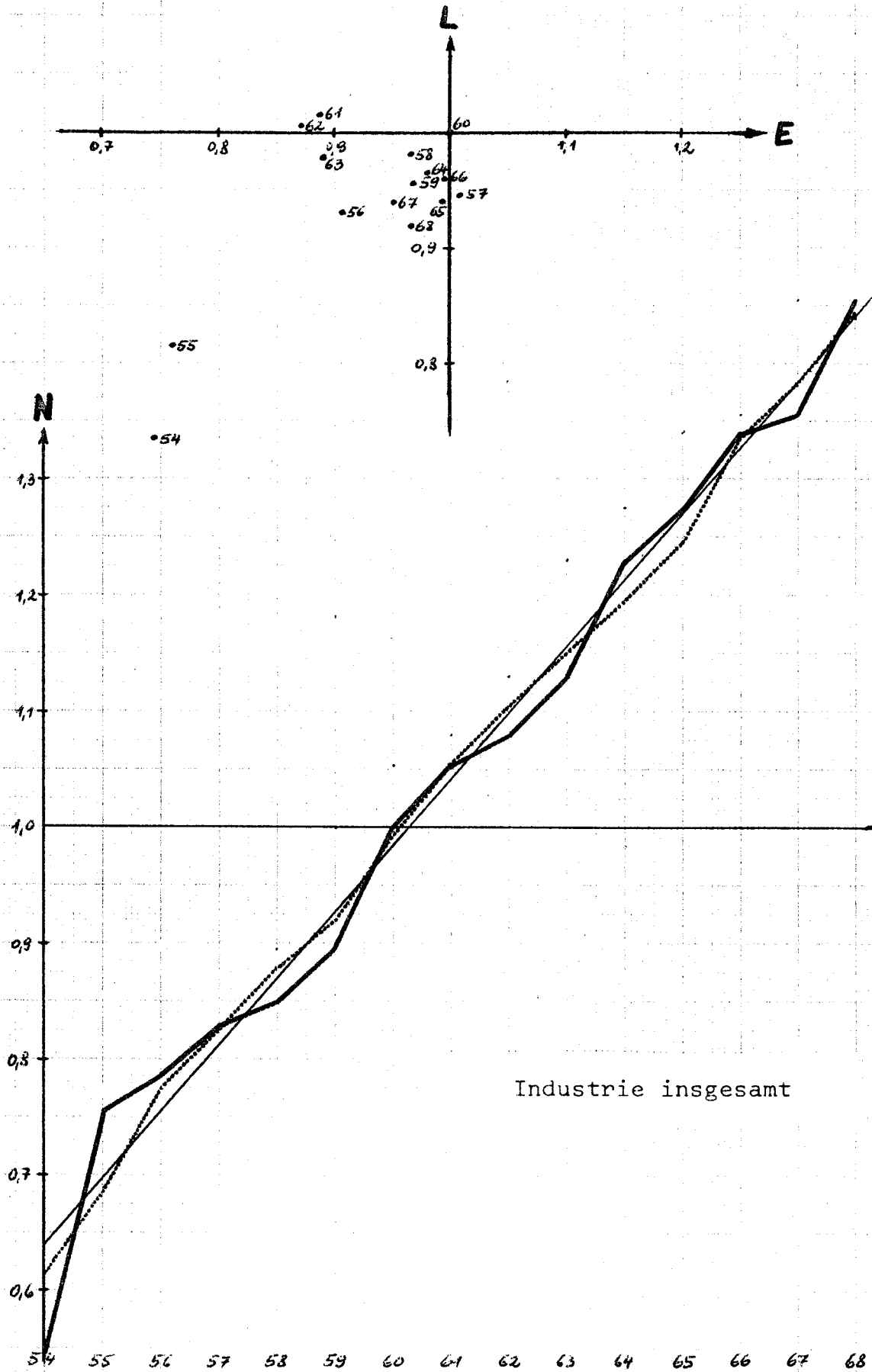
Maximale Nettoproduktion (M)

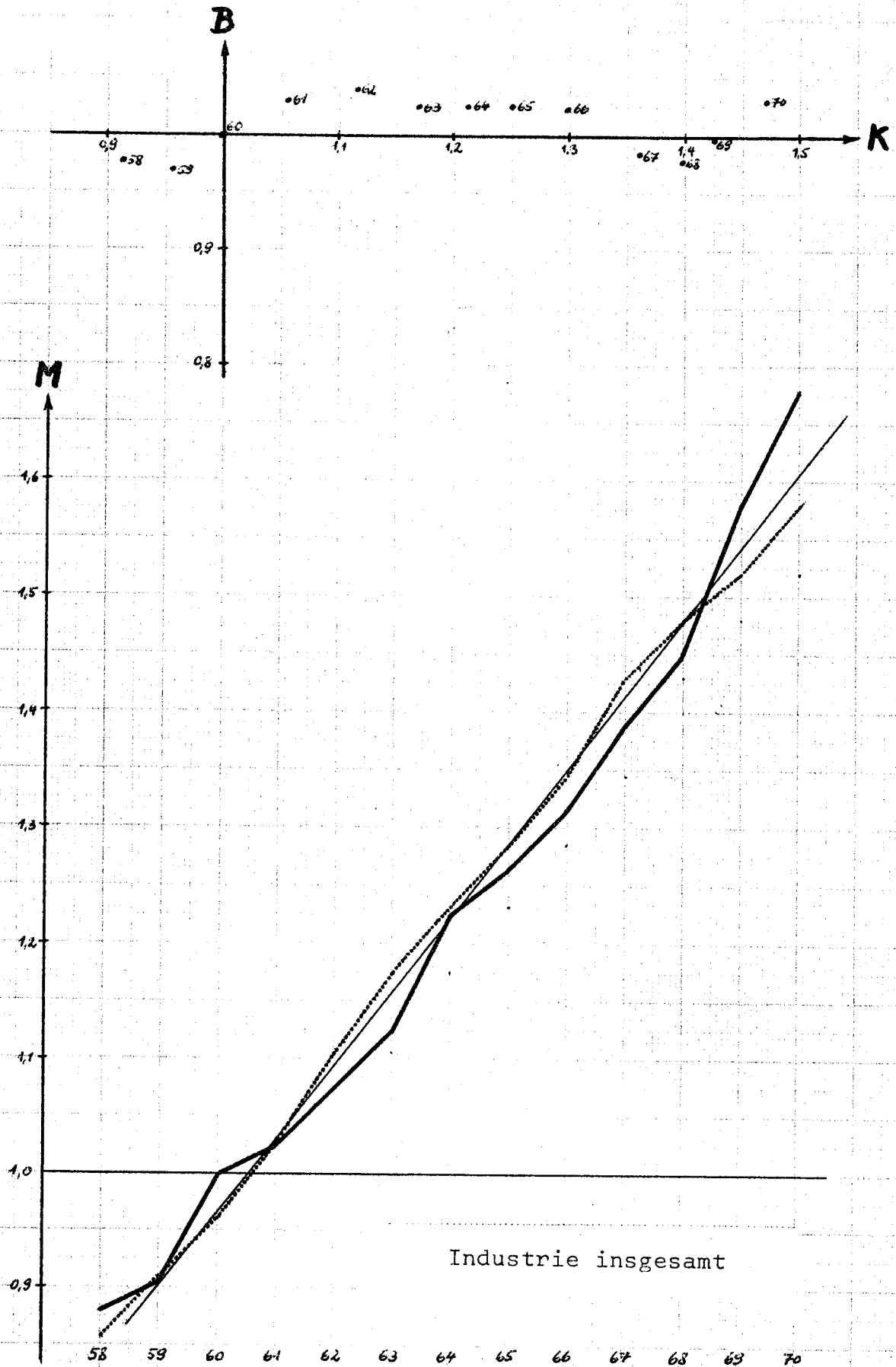
LT : M = .453 + .064 ZEIT

.981

SCD^K : M = .961 K^{1.290}

.976





Die Industrie¹⁾ ist der dominierende Wirtschaftszweig in Österreich. Ihr Anteil am realen Bruttonationalprodukt lag schon 1955 bei fast genau 1/4, nahm im weiteren Verlauf stetig zu und erreichte 1970 fast 30 %. Folgende Tabelle zeigt die Entwicklung des Beitrages der Industrie (absolut und anteilmäßig) zum realen und nominellen BNP in den Jahren 1955 bis 1970:

Jahr	BNP-Beitr. Industrie	BNP	
a) <u>real</u>			
55	36732	144889	25.3
56	40226	154844	25.9
57	42440	164317	25.8
58	43414	170338	25.4
59	45557	175174	26.0
60	50612	189611	26.6
61	53173	200142	26.5
62	54646	205380	26.6
63	56925	213912	26.6
64	61486	227136	27.0
65	64471	234943	27.4
66	67552	246681	27.3
67	68135	252558	26.9
68	72402	263782	27.4
69	81191	279218	29.0
70	88265	300889	29.3
b) <u>nominell</u>			
55	30768	107155	28.7
56	34557	119190	28.9
57	37441	131949	28.3
58	38477	137422	27.9
59	41002	146325	28.0
60	46540	163253	28.5
61	49716	180761	27.5
62	52311	192349	27.1
63	55671	207319	26.8
64	61486	227136	27.0
65	65867	247431	26.6
66	71182	267573	26.6
67	73052	283161	25.7
68	77399	302762	25.5
69	85789	331728	25.8
70	97470	371236	26.2

Eben wegen ihrer tragenden wirtschaftlichen Rolle drängt sich

¹⁾ Die Abgrenzung erfolgt in Österreich nach institutionellen Gesichtspunkten. Der Wirtschaftszweig Industrie umfaßt die in der Sektion "Industrie" der Kammer der gewerblichen Wirtschaft erfaßten Betriebe.

die Industrie als Objekt von Analysen geradezu auf, umso mehr, als diesbezüglich auf ziemlich viele und verhältnismäßig exakte Daten zurückgegriffen werden kann.

Im Gegensatz zur Produktion zeigt die Beschäftigtenzahl keinen durchgehenden Trend. Sie stieg zwar nach 1955 ziemlich stetig (Stand 1955: ca. 490 000), fiel aber dann nach dem Höhepunkt im Jahr 1962 (615 000) wieder bis auf 572 000 (1968) und kletterte erst 1970 wieder über 610 000.

a) Tatsächliche Nettoproduktion

Wie erwartet¹⁾, zeigt die Produktion der gesamten Industrie einen stärker ausgeprägten Trend als die meisten Einzelindustrien. Dies machte die Schätzung von kompletten Produktionsfunktionen praktisch unmöglich, umso mehr, als der Energieeinsatz bei Zusammenfassung derart vieler inhomogener Produktionsprozesse (bezüglich Energieverbrauch) kaum der geeignete Indikator für den Kapitalverschleiß sein dürfte. Die Ergebnisse waren dementsprechend. Nur eine nicht besonders plausible Semi-Cobb-Douglas-Variante war überhaupt akzeptabel.

b) Maximalproduktion

Auch hier stellten die überaus schwachen Trendabweichungen ein großes Hindernis für die Schätzungen dar. Die angeführte SCD-Funktion mit dem Kapitalstock ist immerhin um einiges besser als die oben erwähnte, da sie den hohen "Erklärungswert" ohne Einbeziehung eines Zeitfaktors erreicht und außerdem die Koeffizienten recht plausibel sind.

¹⁾ Die Streuung ist im Aggregat im allgemeinen kleiner.

VI. Abschließende Bemerkungen =====

Zum Abschluß möchte ich noch auf einige Probleme eingehen, die sich bei näherer Beschäftigung mit Produktionsfunktionen fast zwangsläufig ergeben. Daß die Schwierigkeiten nicht gerade gering sind, zeigen am deutlichsten die empirischen Schätzergebnisse, die kaum als Bestätigung der herkömmlichen Produktionstheorie gelten können.

Dies liegt zu einem beträchtlichen Teil schon an der Theorie selbst. Die Ableitung und Begründung der gängigsten Typen von Produktionsfunktionen - insbesondere der in dieser Arbeit behandelten CD- und CES-Funktionen - basieren auf der Modellvorstellung der vollkommenen Konkurrenz. Von den in diesem "Ideal" enthaltenen Annahmen sind vor allem die vollkommene Information aller Wirtschaftssubjekte und der freie Zugang zum Markt (d.h. keine besonderen Probleme bei Neugründung eines Unternehmens) in der Praxis nicht gegeben und auch die Annahmen, daß die Unternehmen homogene Güter erzeugen und daß sowohl Produzenten als auch Konsumenten in großer Zahl auftreten, sind zumindest zum Teil nicht unbedenklich.

Unter diesen - auf eher schwachen Beinen stehenden Voraussetzungen - wird dann gewöhnlich über die sogenannte Grenzproduktivität - ein ziemlich nebulöser Begriff - eine Beziehung zwischen der Produktions- und der Einkommensseite hergestellt. Als Bestätigung der aus diesem Denkprozeß resultierenden theoretischen Vorstellungen wird die manchmal gute Korrelation zwischen Produktion und Lohn herangezogen. Dagegen ist einzuwenden, daß diese Korrelation in beträchtlich vielen Fällen nicht so besonders deutlich ist und daß zum anderen ein enger Zusammenhang gar nicht so überraschend ist, daß es derart komplizierter Denkwegen bedürfte, um ihn

zu erklären. So sind denn auch die Cobb-Douglas- vor allem aber die CES-Funktion und verschiedene VES-Beziehungen für jemanden, der bei Produktionsfunktionen eher an Produktion bzw. Technologie denkt, sicher - und auch nicht ganz zu Unrecht - ziemlich kuriose Gebilde, die nicht nur auf den ersten Blick nicht durchschaubar sind.

Sicher kann man anführen, daß durch Aggregation verschiedener Produktionsprozesse (z.B. vom recht einsichtigen limitationalen Typ) derartige Funktionen entstehen könnten. Aus diesem "Argument" müßte man jedoch dann den Schluß ziehen, daß es besser sei, eben von der Betrachtung dieser Produktionsprozesse auszugehen und unter Zugrundelegung realistischer Aggregationsannahmen zu einer aggregierten Produktionsfunktion zu kommen. In diesem Zusammenhang möchte ich auf den Ansatz von Johansen¹⁾ hinweisen, der diesbezüglich recht vielversprechend erscheint.

Bezüglich der CD- und CES-Funktionen ergibt sich außerdem - wie schon oben erwähnt - das Problem, daß sie nicht aggregationsfähig sind, wodurch sich die Frage erhebt, auf welchem Aggregationsgrad diese Funktionen diese Funktionstypen überhaupt gegeben sind. Ein weiteres schwerwiegendes Problem ergibt sich bei der Interpretation der Skalenerträge. Was bei einem einzelnen Produktionsbetrieb noch durchaus einsichtig ist, entpuppt sich im Aggregat als kaum interpretierbar. Es ist nämlich ein Unterschied, ob innerhalb einer Branche bzw. der gesamten Volkswirtschaft ein nur unterdurchschnittlich produktiver Betrieb ausgeweitet wird oder ob eine neue gut ausgestattete Produktionsstätte errichtet wird.

Daß die durch die Isoquanten vermittelte Illusion einer stetig variierbaren Produktionsmenge in der Realität zum Teil nicht einmal annähernd zutrifft, da in manchen Branchen nur wenige Exemplare eines "großen" Produktes hergestellt wer-

den¹⁾, sei nur am Rande erwähnt. Viel gravierender sind die Schwierigkeiten der Berücksichtigung des technischen Fortschritts. Eine Erklärung durch den Forschungs- und Entwicklungsaufwand ist kaum möglich, da der Zusammenhang mit der Produktion unstetig ist, d.h. daß erstens der Aufwand zeitlich vor der Produktionssteigerung liegt und daß zweitens diese Zeitdifferenz sehr unregelmäßig ist, wobei es außerdem unsicher ist, ob ein Forschungsprojekt überhaupt verwendbare Ergebnisse bringt. Jedenfalls ist der Trend ein theoretisch nicht befriedigendes Behelfsmittel, den technischen Fortschritt zu erklären²⁾, wenn auch die empirischen Ergebnisse meist eine starke Trendkomponente aufweisen.

Nach dieser kurzen Theoriekritik möchte ich auf die Datenproblematik eingehen, wobei die Zahlen für die tatsächliche Nettoproduktion - abgesehen von eventuellen Erhebungsfehlern - noch verhältnismäßig unproblematisch sind. Bei allen anderen verwendeten Daten können im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit mehr oder minder schwerwiegende Einwände geltend gemacht werden. Schon die Berechnung der Maximalproduktion (=Kapazität) bereitete erhebliche Schwierigkeiten, da die Kapazitätsauslastung nur einmal im Jahr (November) durch eine Befragung im Rahmen des Herbst-Investitionstests des WIFO erhoben wird. Dadurch ergeben sich zwei Fehlerquellen. Erstens ist die Frage, ob die Antworten den Auslastungsgrad richtig wiedergeben, zumal die betreffende Frage aus Einfachheitsgründen möglichst kurz gefaßt ist, was den Nachteil hat, daß unter Kapazitätsauslastung verschiedene Dinge verstanden werden können. Zum zweiten ist die notwendige Annahme, daß die Auslastung in einem Monat stellvertretend für jene des gesamten Jahres stehen kann³⁾, recht problematisch.

Am angreifbarsten ist zweifellos - wie in den meisten diesbezüglichen Arbeiten - die Kapitalstockschätzung. Als Aus-

1) z.B. Produktion von Autobussen (Fahrzeugindustrie)

2) Soweit der Fortschritt aus laufenden kleinen Verbesserungen und aus Lernprozessen (learning-by-doing) resultiert, ist der Trend als Erklärung durchaus annehmbar.

3) Durch Transformationen (z.B. Interpolation) können kaum Verbesserungen erreicht werden.

gangspunkt dienten die groben - auch vom WIFO selbst mit etlichen Vorbehalten betrachteten - Kapital-Output-Koeffizienten der Branchen für 1964. Der daraus errechnete Kapitalstock wurde nach der definitorischen Beziehung:

$$\text{Kapital}_t = \text{Kapital}_{t-1} + \text{Investitionen}_{t-1} - \text{Abschreibungen}_{t-1}$$
fortgeschrieben bzw. rückgerechnet. Da nur die Abschreibungsdaten für die gesamte Industrie vorhanden waren, ist die Berechnung nur für diese exakt. Für die einzelnen Branchen wurde der Abschreibungssatz der Gesamtindustrie für 1964 (ca. 4 %) zugrundegelegt. Es liegt auf der Hand, daß diese Kapitalstockschätzungen nur sehr ungenau sein können.

Was die Beschäftigtenzahl betrifft, ist der Zusammenhang zur Kapazität sehr flexibel, je nachdem welche Arbeitszeit bzw. -intensität man zugrundelegt. Für die beiden restlichen verwendeten Größen (Energieaufwand, Lohn- und Gehaltssumme) ergab sich als gemeinsame Schwierigkeit die Umrechnung auf reale Größen¹⁾. Außerdem tritt beim Energieeinsatz das Problem auf, daß er bei Branchen mit inhomogener Produktionsstruktur, d.h. mit sowohl energieintensiven als auch mit wenig Energie verbrauchenden Produktionsprozessen, schwerlich als repräsentativ für den Kapitaleinsatz angesehen werden kann. Dies trifft im besonderen für Aggregate zu²⁾. Die Lohn- und Gehaltssumme wiederum ist zu stark von der Bestandsgröße Beschäftigtenzahl abhängig, als daß sie als echte Strömungsgröße betrachtet werden könnte.

Auch aus schätztechnischer Sicht ergeben sich nicht gerade geringe Probleme. Da ist als erstes einmal die meist beträchtliche Kollinearität zu erwähnen, d.h. die lineare Abhängigkeit zwischen den erklärenden Variablen bzw. deren Logarithmen. Am schwerwiegendsten wirkt sich diesbezüglich die im allgemeinen starke Trendkorrelation der Daten aus, was sich be-

¹⁾ Für den Energieaufwand wurde dafür der Teilindex Brennstoffe des Großhandelspreisindex, für die Löhne und Gehälter eine Verknüpfung des Index für Bruttostundenverdienste (bis 1966) mit dem Tariflohnindex zugrundegelegt.

²⁾ In verstärktem Maße gilt dies für die Gesamtindustrie.

sonders bei ausgesprochenen Wachstumsbranchen unangenehm bemerkbar macht. Dies führt nämlich dazu, daß die Produktionsfaktoren für die Erklärung des Outputs - scheinbar - eine eher unbedeutende Rolle spielen. Falls die Korrelation zwischen den beiden Produktionsfaktoren zu hoch ist, d.h. falls die Punkte im Streudiagramm zu nahe an einer Geraden liegen, ist es praktisch unmöglich, die Form der Isoquanten zu eruieren. Noch schlimmer ist es, wenn einer¹⁾ oder gar beide Faktoren im Zeitablauf nahezu konstant bleiben. In diesem Fall kann auch über die Skalenerträge keine Aussage gemacht werden.

Die empirische Behandlung der CES-Funktionen bringt es mit sich, daß mit linearen Schätzverfahren nicht mehr das Auslangen gefunden wird, wenn man sich nicht für eine der diversen - meines Erachtens bedenklichen - linearen Vereinfachungen (ACMS, Kmenta, Diwan) entscheiden will. Dadurch werden die Schätzungen verhältnismäßig kompliziert und langwierig, außerdem berechnete das verwendete Programm keine Kennzahlen für die Güte der Schätzungen. Die Ergebnisse zeigen (vgl. Graphiken), daß die komplizierten Schätzungen für die CES-Funktion sich meist fast mit jenen der CD- oder der linearen Funktion decken, was bei den oben beschriebenen Datenproblemen nicht verwunderlich ist.

Bei den VES-Funktionen treten alle angeführten schätztechnischen Schwierigkeiten in verstärktem Maß auf. Die durchwegs schlechten Ergebnisse beweisen dies recht drastisch.

Ganz allgemein kann zur herkömmlichen Produktionstheorie angemerkt werden, daß sie von einer deutlichen Diskrepanz zwischen Produktionssphäre und Konsumbereich ausgeht.- nach dem Motto: Man nehme ein bestimmtes Ausmaß an "Arbeitsleid" auf

¹⁾ Als Paradebeispiel vgl. die Beschäftigtenzahlen der Glasindustrie.

sich, um auf der anderen Seite entsprechend konsumieren zu können. Das heißt, im Hintergrund steht immer die Vorstellung der Maximierung der Produktion (und damit des konsumierbaren Güterstocks) bei einem bestimmten Arbeitsleid bzw. der Minimierung des Arbeitsleids für bestimmte Produktionsmengen. Diese Einstellung bedeutet aber eine Mißachtung der Arbeit als Wert an sich, der Qualität der Arbeit (hier nicht als Produktqualität verstanden) als wichtiger Bestandteil der Lebensqualität.

Genau dieser Aspekt sollte aber in Zukunft mehr in den Vordergrund geschoben werden. Es wird notwendig sein, daß ein Umdenken in dieser Hinsicht eintritt, daß ein vermehrter Kapitaleinsatz nicht mehr primär zum Zwecke der Produktionssteigerung, sondern zur Verbesserung der Qualität der Arbeit (Arbeitsbedingungen) stattfinden soll. Um dies zu garantieren, wird es unumgänglich sein, die betriebliche Mitbestimmung der Arbeitnehmer immer mehr zu erweitern. Das Ziel wäre jedenfalls eine stärkere Integration von Produktion und Konsum, ein Abwenden vom Konzept des "Arbeitsleids" und eine stärkere Betonung der "Arbeitsfreude" im Zusammenhang mit der vielzitierten Qualität des Lebens.

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

=====

- Aiginger K., Bayer B., Schenk W.: Branchenkonjunkturprognosen; Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Unveröffentlichtes Manuskript; Wien 1972
- Allen R.G.D.: Macroeconomic Theory - A mathematical treatment; New York 1968
- Allen R.G.D.: Mathematical Analysis for Economists; London 1956
- Arrow K., Chenery H., Minhas B., Solow R.: Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency; in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 18, 1961, S 225 ff.
- Bartnick J., Gahlen B.: CES- und VES-Produktionsfunktionen: Kritische Anmerkungen zu einer verfehlten kritischen Gegenüberstellung; in: Kyklos, Vol. XXV, 1972, S 133 ff.
- Bridge J.K.: Applied Econometrics; Amsterdam, London 1971
- Bruno M.: Estimation of Factor Contribution to Growth under Structural Disequilibrium; in: International Economic Review, Vol. 9, 1968, S 49 ff.
- Clemhout S.: The Class of Homothetic Isoquant Production Functions; in: Review of Economic Studies, Vol. 35, 1968, S 91ff.
- Diwan R.K.: An Empirical Estimate of the Constant Elasticity of Substitution Production Function; in: The Indian Economic Journal, Vol. 12, 1964/65, S 347 ff.
- Eichhorn W.: Theorie der homogenen Produktionsfunktionen; Berlin-Heidelberg-New York 1970
- Evans M.K.: Macroeconomic Activity - Theory, Forecasting and Control, An Econometric Approach; New York, London, Tokyo 1969
- Fleißner P., Hietler K.: Nichtlineare Ökonometrie (Programme und Anwendungen); Forschungsbericht Nr. 69 (IHS), Wien 1972
- Fletcher R., Powell M.: A Rapidly Convergent Decent Method for Minimization; in: Computer Journal 6, 1963, S 149 ff.
- Frisch H.: Gebundener technischer Fortschritt und wirtschaftliches Wachstum; Berlin 1968
- Frohn F.: Untersuchungen zur CES-Produktionsfunktion; Würzburg 1970
- Gahlen B.: Die Überprüfung produktionstheoretischer Hypothesen für Deutschland (1850 - 1913); Tübingen 1968
- Griliches Z.: Economics of Scale and the Form of Production Function - An Econometric Study of Norwegian Manufacturing Establishment Data; Amsterdam, London 1971

- Green H.A.J.: Aggregation in Economic Analysis; Princeton, New York 1964
- Gutenberg E.: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band 1: Die Produktion; Berlin-Göttingen-Heidelberg 1965
- Harrod R.F.: Dynamische Wirtschaft; Wien 1949
- Hicks J.: The Theory of Wages; London 1932
- Houthakker H.S.: The Pareto Distribution and the Cobb-Douglas Production Function in Activity Analysis; in: The Review of Economic Studies, Vol. 23, 1955/56, S27 ff.
- Johansen L.: Production Functions - An Integration of Micro and Macro, Short Run and Long Run Aspects; Amsterdam, London 1972
- Johnston J.: Econometric Methods; New York 1963
- Kmenta J.: On Estimation of the CES-Production Function; in: International Economic Review, Vol. 8, 1967, S 180 ff.
- Krelle W.: Produktionstheorie; Tübingen 1969
- Lancaster K.: Mathematical Economics; New York 1968
- Lassmann G.: Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentheorie; Opladen 1958
- Levhari D.: A Note on Houthakker's Aggregate Production Function in a Multifirm Industry; in: Econometrica, Vol. 36, 1968, S 151 ff.
- Liu T.C.; Hildebrand G.H.: Manufacturing Production Functions in the United States 1957; Ithaka: Cornell University Press 1965
- Lu Y.C., Fletcher L.B.: A Generalization of the CES-Production Function; in: The Review of Economics and Statistics, Vol. 50, S 449 ff.
- Nerlove M.: Estimation and Identification of Cobb-Douglas Production Functions; Chicago, Amsterdam 1965.
- Österreichisches Volkseinkommen 1969 und 1970; Beilage zu den Statistischen Nachrichten des ÖStZA und zu den Monatsberichten des WIFO, Wien 1972
- Österreichisches Volkseinkommen 1954 - 1968; Wien 1970
- Revankar N.S.: A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Function; in: Econometrica, Vol. 39, 1971, S 61 ff.
- Sato R.: Linear Elasticity of Substitution Production Functions; in: Metroeconomica, Vol. 19, 1967, S 33 ff.
- Sato R., Beckmann M.J.: Neutral Invention and Production Function; in: The Review of Economics and Statistics, 1968, S 57 ff.

- Schönfeld P.: Methoden der Ökonometrie; Berlin-Frankfurt 1969
- Schumann J.: Input-Output-Analyse; Berlin 1968
- Solow R.M.: Technical Progress, Capital Formation and Economic Growth; in: American Economic Review, 1962, S 76 ff.
- Supper E.: Konjunktur und Wachstum der österreichischen Textilindustrie; in: Monatsberichte des WIFO Nr. 1/1966, S 23 ff.
- Thury G.: Die Marktsituation der Elektroindustrie; in: Monatsberichte des WIFO Nr. 1/1967, S 15 ff.
- Uzawa H.: Production Functions with Constant Elasticities of Substitution; in: The Review of Economic Studies, Vol. 29, 1962, S 291 ff.
- Williamson O.: Corporate Control and Business Behavior - An inquiry into the Effects of Organisation Form on Enterprise Behavior; Englewood Cliffs 1970
- Yasui T.: The CES-Production Function: A Note; in: Econometrica, Vol. 33, 1965, S 646 ff.
- Zellner A., Revankar N.S.: Generalized Production Functions; in: The Review of Economic Studies, Vol. 36, 1969, S 241 ff.

The Estimation of Production Functions for the Austrian Manufacturing Industry.

The aim of this research memorandum is to investigate if the conventional theory of production is an adequate approach for studying the Austrian manufacturing industry.

The study consists of two parts. The first one is a short theoretical review of the concept, the different kinds and properties of production functions.

The second part shows the results of the empirical time series estimates of production functions for the Austrian manufacturing industry. Two different data sets were available : One for actual net production and one for full capacity output (= actual production divided by degree of capacity utilization). According to this, different arguments are used. The actual production is explained by flows - namely by energy usage (as indicator of capital usage) and real personal expenditure (as labour indicator). The arguments in the capacity production function are the capital stock and number of employees.

The production functions (linear, Cobb-Douglas, CES, VES) have been estimated for 20 branches, 7 aggregates (composed of these branches) and for the manufacturing industry as a whole.

The results are given aggregatewise including a diagram showing the fit of the estimated functions, a short description of the aggregate and its branches and a comparison of the feasible functions.