EIN ZWEI-SEKTOR-MODELL DES WIRTSCHAFTLICHEN WACHSTUMS

von

Helmut FRISCH

Forschungsbericht No. 5

Juli 1966

Ein Zwei-Sektor-Modell des wirtschaftlichen Wachstums

Die vorliegende Arbeit behandelt ein Zwei-Sektor-Modell des wirtschaftlichen Wachstums, wobei ein Sektor Konsum- und der andere Kapitalgüter erzeugt. Die beiden Sektoren unterscheiden sich durch die Anwendung verschiedener technischer Methoden, die in verschiedenen technischen Koeffizienten zum Ausdruck kommen. In beiden Sektoren werden die technischen Produktionsbedingungen durch lineare Produktionsfunktionen beschrieben. Wir nehmen jedoch an, daß in jedem Zeitpunkt eine große (jedoch begrenzte) Anzahl alternativer technischer Methoden (ein technisches Spektrum) besteht, die miteinander in Konkurrenz stehen.

Die Annahme linearer Produktionsfunktionen macht es unmöglich, das Konzept der Grenzproduktivitätstheorie in sinnvoller Weise zu verwenden. Hinsichtlich der Reallöhne gehen wir daher davon aus, daß sie entweder exogen vorgegeben oder durch das Angebot und die Nachfrage nach Arbeit (die beide aus dem Wachstumsprozeß erklärt werden) bestimmt sind.

Durch diese Voraussetzungen ergeben sich wesentliche Unterschiede gegenüber anderen Wachstumsmodellen. Bekanntlich betrachtet der größte Teil der Wachstumstheorie "Ein-Sektor-Modelle", in welchen ein einziges homogenes Gut erzeugt wird, das sowohl konsumiert, als auch wieder investiert werden kann. Dadurch geht ein fundamentaler Unterschied der ökonomischen Aktivität verloren, daß ein Teil des Nettoproduktes für den endgültigen Konsum und ein anderer Teil zum Zweck der produktiven Wiederverwendung erzeugt wird.

Das Modell unterscheidet sich jedoch auch von den Zwei-Sektor-Modellen des neoklassischen Typs, wie sie von H. Uzawa [1] und Ken-Ichi Inada [2] studiert wurden. Diese Modelle verwenden Produktionsfunktionen mit einem unendlichen technischen Spektrum sowie die Voraussetzungen der Grenzproduktivitätstheorie. Ähnlichkeiten mit dem vorliegenden Modell haben die Zwei-Sektor-Modelle von

J. Robinson [3] , R. Findlay [4] und J.R. Hicks [5] . Das Konzept der "Surrogat Production Function", der "Faktorpreisfunktion", auf die sich die Diskussion im zweiten Abschnitt dieser Arbeit stützt, wurde von P. Sraffa [6] und P. Samuelson [7] eingeführt.
Die Arbeit umfaßt 4 Abschnitte: I enthält einige Definitionen, sowie eine formale Beschreibung des Modells, II behandelt das Problem der technischen Auswahl sowie den Zusammenhang zwischen letzterer und dem Wachstum der beiden Sektoren. In III betrachten wir die Veränderung der Reallöhne als Funktion des Wachstums des Kapitalstocks und der Bevölkerung. Zugleich wird in diesem Abschnitt die Stabilität des Wachstumspfades untersucht. IV dient dazu, die in den vorhergehenden Abschnitten entwickelten Ideen in das Solow'sche Modell [8] zu übersetzen und damit für den neoklassisch orientierten Leser den Zusammenhang mit der neoklassischen Wachstumstheorie herzustellen.

I. Definitionen und die Struktur des Zwei-Sektor-Modells

1.1 Eine Zwei-Sektor-Wirtschaft erzeugt zwei Güter, ein Konsumgut (C) und ein Kapitalgut (M), das wir kurz als Maschine bezeichnen wollen. Wir werden im weiteren vom C-Sektor und vom M-Sektor sprechen. Bezüglich der Maschinen könnte man zweierlei Typen unterscheiden: Maschinen zur Erzeugung von Konsumgütern (M_1) und Maschinen zur Erzeugung von Maschinen (M_2). Macht man diesen Unterschied, so hätte man noch eine Maschine M_3: eine Maschine zur Erzeugung von Maschinen zur Erzeugung von Maschinen und eine Maschine M_4 usw. bis M_n, (wobei n auch unendlich sein könnte), zu unterscheiden. Um diesen Regressus in infinitum zu vermeiden, machen wir die unrealistische, aber konventionelle Annahme, daß es nur einen Typ von Maschinen gibt, der sowohl in der C- als auch in der M-Industrie zum Einsatz kommt (Meade [9]). Diese Maschinen sind die einzige Form von Kapital, die es in der Zwei-Sektor-Wirtschaft gibt.
Es gibt zwei knappe Faktoren, mit deren Hilfe bei gegebenem technischem Wissen produziert wird: die Gesamt-

heit der Beschäftigten (L) und der gesamte Stock an Maschinen, der den Kapitalstock (K) unseres Modells bildet. Die Ausstattung der Wirtschaft mit beiden Faktoren ist durch die beiden Gleichungen gegeben:

(1) $L = L_m + L_c$

(2) $K = K_m + K_c$

1.2 Die Produktionsfunktionen sind in beiden Sektoren vom Leontief'schen Typ. Wir schreiben sie mit DOSSO [10] in folgender Weise:

(3) $C = \min\left(\frac{K_c}{a_{kc}}, \frac{L_c}{a_{lc}}\right)$

(4) $M = \min\left(\frac{K_m}{a_{km}}, \frac{L_m}{a_{lm}}\right)$

Der Output der beiden Industrien ist eine lineare Funktion der beiden Faktoren K und L. Die technischen Koeffizienten a_{ij} bestimmen die Input-Menge des Faktors **i**, die zur Produktion einer Einheit des Gutes j erforderlich ist. Zur Anwendung kommen nur Techniken mit den jeweils minimalen technischen Koeffizienten.
Die Interpretation des Outputs der beiden Sektoren hängt davon ab, welche Annahmen man bezüglich der Abschreibungen des Kapitalstocks in beiden Industrien macht. Wir setzen voraus, daß die Abschreibungen nur von der Größe des eingesetzten Kapitalstocks und nicht von der Alterszusammensetzung der Maschine abhängig ist, das heißt, daß jährlich ein bestimmter Prozentsatz des vorhandenen Kapitals in beiden Sektoren ersetzt werden muß. ("Depreciation by evaporation") (Meade [9]). M ist dann als Nettooutput der Maschinenindustrie zu interpretieren, der für die Nettoinvestition in beiden Sektoren verfügbar ist. Er ergibt sich, wenn man vom laufenden Output der M-Industrie die Anzahl von Maschinen abzieht, die zur Erhaltung des Kapitalstocks K_m erforderlich ist. Es gilt: $M = M_b - \gamma K_m$, wobei M_b der Bruttooutput und γ die Abschreibungsrate der Maschinen der M-Industrie ist. K_m und L_m <u>sind daher jene Inputmengen von Maschinen und Arbeit</u>, die <u>notwendig</u>

sind, um M_b zu erzeugen. Etwas schwieriger gestaltet sich die Interpretation von K_c und L_c: Diese repräsentieren nämlich jene Inputmengen an Arbeit und Maschinen, die notwendig sind, um den Output C an Konsumgütern plus eines Betrages an Kapitalgütern zu produzieren, der genau den Abschreibungen des Kapitalstocks K_c entspricht.
Schließlich haben wir genau zwischen dem Output der Maschinenindustrie M, einer Stromgröße und dem gesamten Stock an Maschinen (K) zu unterscheiden. Es gilt, die Beziehung: $M = \frac{dK}{dt}$.

Fassen wir die 4 Koeffizienten der Produktionsfunktionen (3) und (4) in eine Matrix $\mathfrak{A}$ zusammen, so beschreibt diese die technischen Produktionsbedingungen zu einem beliebigen Zeitpunkt.

$$\mathfrak{A} = \begin{array}{c} a_k \\ a_l \end{array} \begin{pmatrix} a_{km} & a_{kc} \\ a_{lm} & a_{lc} \end{pmatrix}$$

Die Elemente des ersten Zeilenvektors $\mathfrak{a}_k$ (Vektor der Kapitalkoeffizienten) bilden die Kapitalkoeffizienten der M- und der C-Industrie. Die Elemente des zweiten Vektors $\mathfrak{a}_l$ (Vektor der Arbeitskoeffizienten) bilden die Arbeitskoeffizienten der beiden Industrien.
Realistischerweise wollen wir weiter annehmen, daß es nicht eine einzige Matrix $\mathfrak{A}$, d.h. nur eine Technik gibt, sondern sämtliche bekannten Techniken in einem "Buch der Technik" aufgeschrieben sind. Jede Seite dieses Buches ist mit einer solchen Matrix $\mathfrak{A}$ beschrieben. Welche Seite aufgeschlagen wird, bildet das fundamentale Problem der ökonomischen Auswahl der Technik, welches im Abschnitt II erörtert wird.

1.3 Betrachten wir das Verhältnis der Koeffizienten:

$$\frac{a_{kc}}{a_{lc}} = k_c \qquad \frac{a_{km}}{a_{lm}} = k_m$$

so ergibt k_c die Kapitalintensität (also das Maschinen-Arbeiter-Verhältnis) der C-Industrie, k_m die der M-Industrie an.

Die Determinante der technischen Matrix $\mathfrak{A}$ kann zur Messung der Kapitalintensität in beiden Sektoren verwendet werden. Für die Determinante von $\mathfrak{A}$ gilt:

$$\mathrm{Det}\begin{pmatrix} a_{km} & a_{kc} \\ a_{lm} & a_{lc} \end{pmatrix} = \left(1 - \frac{k_c}{k_m}\right) a_{lc} \cdot a_{km}$$

Ist die Kapitalintensität in beiden Industrien gleich ($k_m = k_c$), so folgt, daß die zweizeilige Determinante verschwindet und $\mathfrak{A}$ den Rang 1 besitzt. (Alle technischen Koeffizienten können nicht Null sein). Dies bedeutet, daß unsere Wirtschaft nur aus einer einzigen Industrie besteht. Ist $k_m \neq k_c$ so ist der Wert der Determinante ungleich Null, woraus folgt, daß tatsächlich zwei unabhängige Industrien existieren: Det $\mathfrak{A} > 0$ bedeutet, daß die Kapitalintensität der C-Industrie kleiner als die der M-Industrie ist ($k_c < k_m$); Det $\mathfrak{A} < 0$ bedeutet umgekehrt, daß die C-Industrie kapitalintensiver als die M-Industrie produziert. ($k_m < k_c$).

1.4 Das Modell besitzt 4 Preise, die durch zwei Preisgleichungen gegeben sind:

$$(5) \qquad P_m = P_m \cdot r \cdot a_{km} + a_{lm} \cdot w$$

$$(6) \qquad P_c = P_m \cdot r \cdot a_{kc} + a_{lc} \cdot w$$

Da wir eine voll integrierte Wirtschaft betrachten, sind die Kosten der Vorleistungen in den Preisen nicht mehr enthalten. Der Preis einer Maschine (P_m) und eines Konsumgutes (P_c) setzt sich daher aus den Kapitalkosten (erster Term der rechten Seite) und aus den Lohnkosten (zweiter Term) zusammen. Dabei steht r für die Nettoprofitrate und w für den Reallohnsatz, der in beiden Industrien gleich ist. Wenn wir die Abschreibungen zu den Kapitalkosten rechnen, müssen wir anstatt r den Ausdruck ($r + \varrho$) setzen, wobei ϱ den Abschreibungssatz bedeutet.
Dieses System besteht aus 4 Variablen P_m, P_c, r und w und zwei unabhängigen Gleichungen; besitzt also zwei Freiheitsgrade. Um die Zahl der Freiheitsgrade um 1 zu reduzieren, führen wir folgende Operationen durch.

Wir betrachten das Konsumgut als Numeraire, bilden das Verhältnis P_m zu P_c und setzen den Preis des Numeraires gleich eins ($P_c = 1$). Der Preis einer Maschine wird nunmehr in Einheiten von Konsumgütern ausgedrückt.

$$(7) \qquad P_m = \frac{w(a_{lm}\ a_{kc} - a_{lc}\ a_{km}) + a_{km}}{a_{kc}}$$

Der Preis einer Maschine ist bestimmt, wenn der Reallohnsatz vorgegeben ist. Da wir nur noch einen variablen Preis besitzen, schreiben wir statt P_m nunmehr P.

1.5 Für die lange Sicht ist es nicht unrealistisch anzunehmen, daß der freie Ein- und Austritt der Produktionsfaktoren in/aus den beiden Sektoren nicht beschränkt ist, also ein Plicpol im Sinne Machlups besteht. [11]. Dies bewirkt, daß sich in beiden Sektoren ein einziger Lohnsatz w und eine einheitliche Profitrate bilden werden. Die Gleichheit der Profitrate in beiden Sektoren bringt die Gleichung (8) zum Ausdruck:

$$(8) \qquad \frac{(1 - w\ a_{lc})}{a_{kc}} = \frac{(P - w\ a_{lm})}{a_{km}}$$

Die linke Seite steht für die Profitrate der C-Industrie, die rechte für die der M-Industrie.

1.6 Wir unterscheiden die Unternehmereinkommen der M-Industrie (Q_m) und die der C-Industrie (Q_c), sowie die Summe der Lohneinkommen in beiden Industrien: W_m und W_c.

Die Profiteinkommen ergeben sich aus der Durchschnittsverzinsung des eingesetzten Kapitals. Wir drücken die Profit- und Lohneinkommen als Funktionen von M, C und w aus. Dabei ergeben sich zwei Gleichungen für die Unternehmer- und zwei Gleichungen für die Lohneinkommen:

$$(9) \qquad Q_m = K_m \cdot P \cdot r = M\ (P - w\ a_{lm})$$

$$(10) \qquad Q_c = K_c \cdot P \cdot r = C\ (1 - w\ a_{lc})$$

$$(11) \qquad W_m = L_m \cdot w \quad = w\ a_{lm} \cdot M$$

$$(12) \qquad W_c = L_c \cdot w \quad = w\ a_{lc} \cdot C$$

Der Klammerausdruck in (9) repräsentiert den Stückgewinn pro Maschine, der Klammerausdruck in (10) den Stückgewinn für jedes Konsumgut.
Weiter gilt, daß der Wert des Nettooutputs jedes Sektors gleich der Summe der in jedem Sektor entstandenen Einkommen ist.

$$(13) \qquad MP = K_m \cdot P \cdot r + L_m \cdot w$$

$$(14) \qquad C = K_c \cdot P \cdot r + L_c \cdot w$$

$$(15) \qquad Y = (K_m + K_c)P \cdot r + (L_m + L_c) \cdot w$$

MP steht für den Wert des Netto-Outputs der M-Industrie; $C(P_c = 1)$ für den Wert des Netto-Outputs der C-Industrie. Die Summe der beiden Größen ergibt die Wertschöpfung der beiden Sektoren: das Volkseinkommen Y.

$$(16) \qquad Y = MP + C$$

1.7 Die Spargewohnheiten der Wirtschaftssubjekte werden durch die Kaldor'sche Sparfunktion [12] zum Ausdruck gebracht:

$$(17) \qquad S = s_w (Y - Q) + s_u Q$$

Die gesamte Ersparnisbildung S ist eine Funktion des aggregierten Lohneinkommens (Y - Q) und des aggregierten Profiteinkommens Q der beiden Sektoren: s_w und s_u stehen für die Sparneigungen der Arbeitnehmer und der Unternehmer. Diese werden im Sinne Kaldor's als soziologische Konstante interpretiert, die nicht durch das Modell selbst erklärt werden müssen.
Wir gehen jedoch von der vereinfachten Annahme aus, daß nur die Unternehmer eine positive Sparneigung besitzen, während die Arbeitnehmer ihr gesamtes Einkommen konsumieren. Es gilt daher $s_w = 0$,
$0 < s_u < 1 \; ; \quad s_u = 1 - c_u$

Gleichung (17) reduziert sich somit unter Berücksichtigung von (9) und (10) auf

$$(18) \quad S = (1 - c_u) \left[K_m + K_c\right] \cdot P \cdot r$$

Im Gleichgewicht sind die freiwilligen Ersparnisse gleich den geplanten Investitionen, also gleich dem Wert des Nettoprodukts der Maschinenindustrie.

$$(19) \qquad MP = (1 - c_u)\, K \,.\, P \,.\, r$$

K . P steht für den Wert des Kapitalstocks beider Sektoren. Aus dieser Gleichung folgt (20), die in unserer weiteren Betrachtung noch eine wichtige Rolle spielen wird.

$$(20) \qquad \frac{M}{K} = (1 - c_u) \,.\, r$$

$\frac{M}{K}$ ist die Wachstumsrate des Kapitalstocks, da $M = dK/dt$ ist. Diese ist dem Produkt aus der Sparneigung der Unternehmer und der Profitrate gleich. Setzen wir $c_u = 0$, also $s_u = 1$, so ergibt sich das klassische Resultat des von Neumann'schen Wachstumsmodells, daß die (maximale) Wachstumsrate des Kapitalstocks gleich dem Kapitalzins (der Profitrate) ist [13].

Wir drücken nun die Profitrate in Gleichung (19) als Funktion von M, C und w aus und erhalten für die Sparfunktion wegen (9) und (10) den Ausdruck (21)

$$(21) \qquad MP = (1 - c_u)\left[M(P - wa_{lm}) + C(1 - wa_{lc})\right]$$

Mit diesen 21 Gleichungen ist die Struktur des Zwei-Sektor-Modells beschrieben.

II. Die Wahl der Technik

2.1 Es wurde erwähnt, daß die Wirtschaft in jedem Zeitpunkt über eine Mannigfaltigkeit von Techniken verfügt, die jeweils durch 2 x 2-Matrizen definiert sind. Wir können uns zu jeder dieser technischen Matrizen eine Funktion denken, die die technischen Koeffizienten als Konstante und die Preise der Produktionsfaktoren, den Lohnsatz (w) und den Zinssatz (r) als Variable enthält. Diese Funktion gibt sämtliche Werte an, die der Zinssatz als Funktion des Lohnsatzes bei gegebener Technik annehmen kann. Die Summe dieser Funktionen bildet das technische Spektrum der Wirtschaft. Dieses Konzept wurde von Samuelson die "Factor-Price-Frontier" oder auch die "Surrogat Production Function" genannt (Samuelson [7]). Wir wollen diese Gleichung als Zins-Lohn-Funktion bezeichnen.

Sie läßt sich am einfachsten in folgender Weise ableiten. Wir gehen von den Preisgleichungen aus:

$$(5) \qquad P_m = P_m \cdot r\, a_{km} + w\, a_{lm}$$

$$(6) \qquad P_c = P_m \cdot r\, a_{kc} + w\, a_{lc}$$

Setzen wir $P_c = 1$ und lösen das System, so ergibt sich folgender Ausdruck: $(1-wa_{lc})=r[w(a_{lm}a_{kc}-a_{lc}\cdot a_{km})+a_{km}]$

Der Klammerausdruck $(a_{lm}\cdot a_{kc}-a_{lc}\cdot a_{km})$ ist die Determinante von

$$-\begin{pmatrix} a_{km} & a_{kc} \\ a_{lm} & a_{lc} \end{pmatrix},$$

die wir auch als $(\frac{k_c}{k_m} - 1)\, a_{lc} \cdot a_{km}$ schreiben können.

[Vgl. 1.3]

Daraus ergibt sich die fundamentale Zins-Lohn-Funktion

$$(22) \qquad r = \frac{1 - w \cdot a_{lc}}{w(\frac{k_c}{k_m} - 1)a_{lc} \cdot a_{km} + a_{km}}$$

Diese Gleichung kann man wie folgt interpretieren: <u>Sind die vier technischen Koeffizienten gegeben, so ist der Zinssatz bestimmt, wenn der Lohnsatz vorgegeben ist und umgekehrt</u>.

Je nach dem Verhältnis von $\frac{k_c}{k_m}$ sind 3 Fälle zu unterscheiden [14]

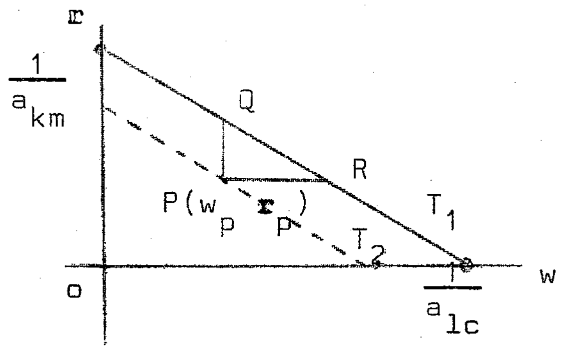
2.1.1 $k_c = k_m$

Die Kapitalintensität in beiden Sektoren ist gleich; es existiert nur ein einziger Sektor. Zwischen den zwei Faktorpreisen besteht ein linearer Zusammenhang.

$$(23) \qquad r = \frac{1 - w\, a_{lc}}{a_{km}}$$

Die Funktion (23) ist in Figur I abgebildet:

Fig. I

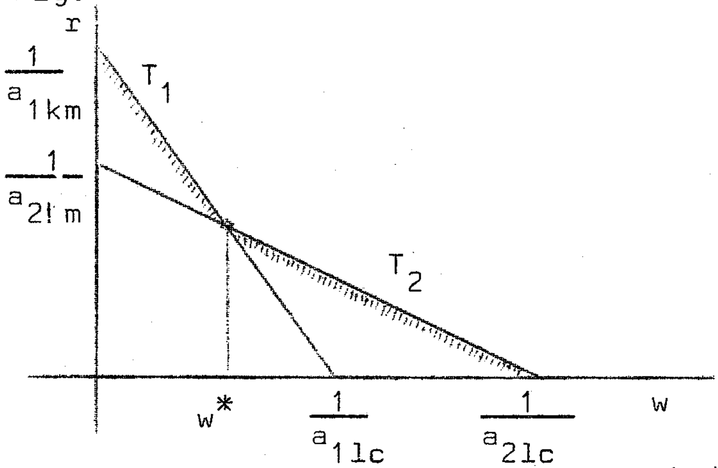


Der maximale Lohnsatz (r = 0) ist gegeben durch: $\frac{1}{a_{lc}}$; die maximale Profitrate (w = 0) durch: $\frac{1}{a_{km}}$

Jede Technik südwestlich von T_1 (z.B. T_2) wird von T_1 dominiert. Betrachten wir z.B. den Punkt $P(w_p, r_p)$. Jeder Punkt innerhalb des Dreiecks PQR dominiert den Punkt P, da für jeden Punkt gilt: $r \geqq r_p$, $w \geqq w_p$. <u>Die Punkte zwischen R und Q auf der Geraden T_1 sind pareto-optimal</u>. Hat man T_1 erreicht, so kann w nur mehr zunehmen, wenn r abnimmt, und umgekehrt.

Betrachten wir nun den wichtigen Fall, daß sich die Zins-Lohn-Funktionen schneiden (Figur II).

Fig. II



Wenn wir Gewinnmaximierung annehmen, wird der investierende Unternehmer (oder die rational handelnde Planbehörde) bei vorgegebenem Reallohnsatz (w) jene Technik wählen, die die höchste Profitrate erzeugt. Mit steigenden Reallohnsätzen erfolgt also (bei w^*) ein Übergang von Technik T_1 zu T_2. Im Punkt w^* sind die Unternehmer zwischen den beiden Techniken indifferent. T_1 und T_2 können wir als zwei verschiedene Maschinentypen interpretieren. In Figur II ist T_1 die arbeitsintensivere, T_2 die kapitalintensivere Technik. Wie man leicht sieht, gelten folgende Relationen:

$$a_{1km} < a_{2km} \quad ; \quad a_{1lc} > a_{2lc}$$

T_1 besitzt also den höheren Arbeitskoeffizienten, T_2 den höheren Kapitalkoeffizienten.
Die pareto-optimale Faktor-Preis-Grenze bildet nunmehr die "einhüllende" Funktion der beiden Funktionen T_1 und T_2.
Kein Punkt auf der Faktor-Preis-Grenze wird durch einen nicht auf ihr liegenden Punkt dominiert. Die einhüllende Funktion wird als "Spektrum der technischen Möglichkeiten" (Robinson) oder als Faktorpreisgrenze (Samuelson) oder als die einhüllende Lohn-Zins-Funktion bezeichnet.
Hicks hat folgende ökonomisch interessante Interpretationen gegeben: Entlang der Faktorpreisgrenze fällt die Profitrate langsamer als wenn man die Technik nicht geändert hätte.[14]

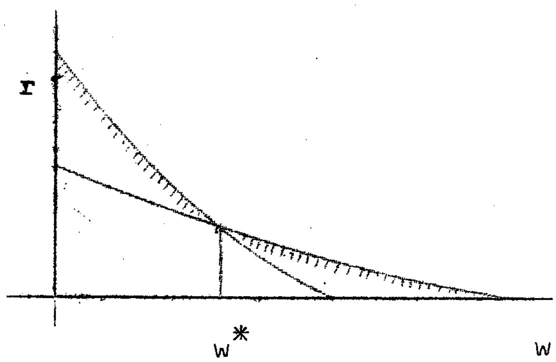
2.1.2 $k_c > k_m$

Betrachten wir das Bild der Lohn-Zins-Funktion für den Fall, daß die C-Industrie kapitalintensiver produziert als die M-Industrie. Es sei $k_c = 3k_m$. Die Faktorpreisfunktion wird zu:

$$r = \frac{1-wa_{lc}}{a_{km}(1+2a_{lc}.w)} \tag{24}$$

Die Funktion ist in analoger Weise zu interpretieren, wie im Falle 2.1.1, nur daß der Zusammenhang zwischen r und w nicht mehr linear, sondern hyperbolisch ist. (Figur III).
Schneiden sich die Faktorpreisfunktionen von mehreren Techniken, so ist die einhüllende Funktion wieder paretooptimal.

Fig. III



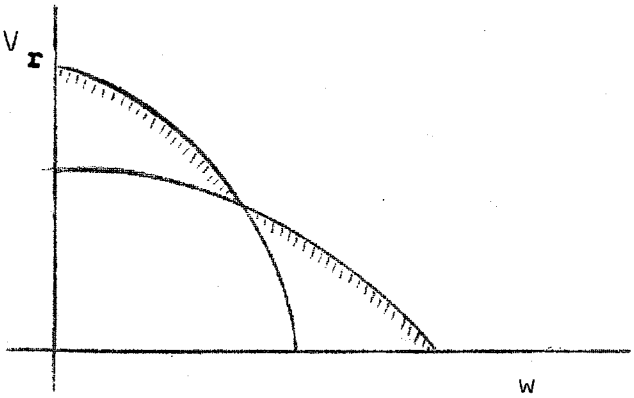
2.1.3 $k_c < k_m$

In diesem Fall ist die Kapitalintensität der M-Industrie größer als die der C-Industrie. Es gelte beispielsweise die Relation: $k_c = \frac{1}{3} k_m$, d.h. die M-Industrie produziert mit der ~~dr~~ ~~ei~~fachen Kapitalintensität der C-Industrie. Die Zins-Lohn-Relation lautet:

$$(25) \qquad r = \frac{1-wa_{lc}}{a_{km}(1-\frac{1}{3}a_{lc}w)}$$

Graphisch ergibt sich folgendes Bild:

Fig. IV



Interessanterweise fällt in diesem Fall die Profitrate entlang der einhüllenden Faktorpreisgrenze rascher, als bei der Konstellation $k_c > k_m$. (Vergl. Fig. III)

2.2 Der Gedanke, der dem ökonomischen Problem der Auswahl der optimalen Technik zugrundeliegt, ist dieser: In jedem Zeitpunkt t besteht ein Wissen von verschiedenen technischen Alternativen zur Produktion von Konsum- und Investitionsgütern. Eine konkrete Auswahl kann dann vorgenommen werden, wenn der Preis wenigstens <u>eines</u> Produktionsfaktors gegeben ist. In der freien Wirtschaft kann man realistischerweise annehmen, daß den Unternehmern die Lohnsätze (durch die Tradition oder die Gewerkschaft) vorgegeben sind. Die Unternehmer wählen jene Technik, die bei gegebenem technischen Wissen von keiner anderen dominiert wird, die also die höchste Profitrate erzeugt. Eine solche Technik liegt auf der einhüllenden Faktorpreisgrenze.
Zum Unterschied vom neoklassischen Konzept, welches ein einziges homogenes Kapitalgut kennt, das sich mit jeder

Anzahl von Arbeitern kombinieren läßt, haben wir das Konzept der heterogenen Kapitalgüter verwendet. Man kann sich unter jeder Technik einen besonderen Maschinentyp vorstellen. Beispielweise würde in Figur II T_1 eine arbeitsintensive, T_2 eine weniger arbeitsintensive Maschine repräsentieren.
Interessanterweise führen jedoch beide Konzepte - wie Samuelson gezeigt hat - praktisch zu denselben Resultaten. Denkt man an die ökonomische Logik, die in der neoklassischen Cobb-Douglas-Produktionsfunktion zum Ausdruck kommt, so haben der Lohnsatz (w) und der Zinssatz (r) als Funktionen der Kapitalintensität K/L folgende Gestalt:

Fig. V

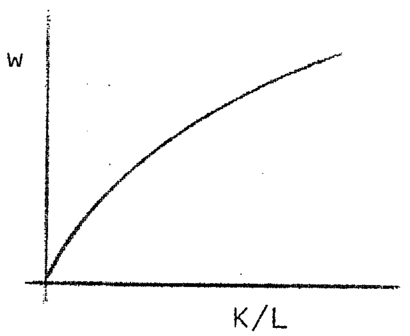
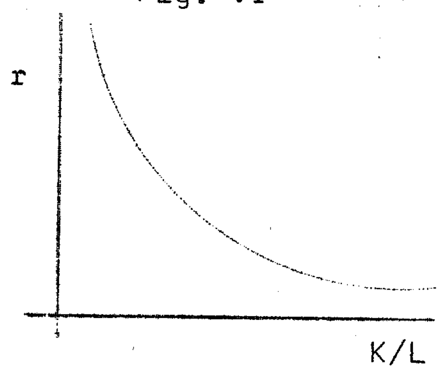
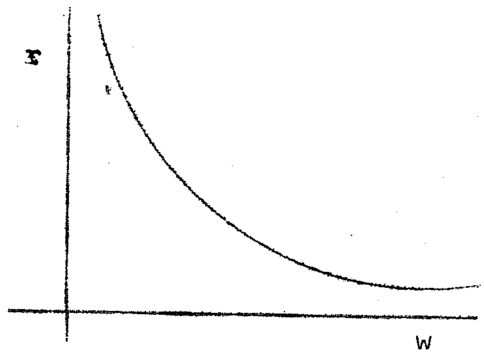


Fig. VI



Daraus folgt, daß die Faktorpreisfunktion von hyperbolischem Typ ist.

Fig. VII



Dieses Ergebnis ist den Fällen 1 und 2 unserer Untersuchung der Faktorpreisgrenze bei heterogenen Kapitalgütern analog.

2.3 <u>Die Investitionsfunktion</u>

2.3.1 Zwischen der Faktorpreisfunktion und der Wachstumsrate des Kapitalstocks besteht ein durch Gleichung (20) gegebener

Zusammenhang. Setzen wir in (20) die Gleichung (22) ein, so ergibt sich (26).

$$(26) \qquad G_w = \frac{M}{K} = \frac{(1-c_u)\ (1-wa_{1c})}{w\ (\frac{k_c}{k_m} - 1)\ a_{1c} \cdot a_{km} + a_{km}}$$

Die Wachstumsrate des Kapitalstocks ist eine Funktion der Sparneigung der Unternehmer und der Reallohnsätze. Je höher der Reallohnsatz desto geringer, je höher die Sparneigung der Unternehmer, desto höher die Wachstumsrate des Kapitalstocks. Betrachten wir den Sparparameter $(1-c_u)$, so sind 2 Grenzfälle möglich:

a) $c_u = 0;\ s_u = 1$

Die Unternehmer funktionieren als reine Akkumulationsmaschinen; die gesamten Profite werden investiert und die Wachstumsrate des Kapitalstocks ist gleich der Profitrate. Das ist zugleich die maximale Wachstumsrate.

b) $c_u = 1;\ s_u = 0$

Die gesamten Profite werden konsumiert, die Wachstumsrate des Kapitalstocks ist Null. Wir haben es mit einer stationären Wirtschaft zu tun. Je nach den technischen Verhältnissen zwischen den zwei Sektoren unserer Wirtschaft - ausgedrückt durch die Relation k_c/k_m - nimmt die Investitionsfunktion die Gestalt der Figuren II, III und IV an.

Ist in einem gegebenen Zeitpunkt die Sparneigung der Unternehmer gegeben ($s_u > 0$), und der Lohnsatz bestimmt, so gibt (26) die höchste Wachstumsrate des Kapitalstocks an, die bei gegebenen technischen Möglichkeiten erzielbar ist. Bei dieser Wachstumsrate werden die Erwartungen der Unternehmer erfüllt. Wir werden sie daher als die "warranted rate of growth" im Sinne Harrods interpretieren und mit G_w bezeichnen [15].

Es besteht also folgender Zusammenhang zwischen der Auswahl der Technik und dem Wachstum des Kapitalstocks:

a) die Höhe der Reallohnsätze bestimmt die Auswahl einer konkreten Technik aus dem technischen Spektrum.

b) Die Reallöhne zusammen mit den technischen Bedingungen bestimmen die Höhe der Profitrate.

c) Die jeweilige Profitrate zusammen mit der Neigung der Unternehmer zu sparen bestimmt das Wachstum unserer Zwei-Sektor-Wirtschaft.

2.3.2 Eine andere Methode zur Ableitung der Investitionsfunktion besteht darin, die zwei Gleichungen (27) und (28) simultan zu lösen:

$$(27) \qquad a_{km} M + a_{kc} C = K$$

$$(28) \qquad [P(s-1)-swa_{lk}] M+s(1-wa_{lc}) C = 0$$

Die erste Gleichung gibt den erforderlichen Aufwand an Kapital als lineare Funktion des Netto-Outputs der M- und der C-Industrie an. Die Gleichung (28) ergibt sich aus der Umformung der Sparfunktion (18)

$$(18) \qquad MP=s [M(P-wa_{lk})+C(1-wa_{lc})] \text{ wobei}$$

$$s = (1-c_u) \text{ ist.}$$

Lösen wir das System (27) (28) nach M und berücksichtigen wir (7) $P_m = \dfrac{w(a_{lm}\, a_{kc} - a_{lc}\, a_{km}) + a_{km}}{a_{kc}}$

so ergibt sich (26).

$$(26) \qquad \frac{M}{K} = \frac{s\ (1 - w\ a_{lc})}{w\ (\frac{K_c}{k_m} - 1) a_{lc}\ a_{km} + a_{km}}$$

die uns schon bekannte Funktion für die Wachstumsrate des Kapitalstocks.

2.3.3 Die Wachstumsrate des gesamten Kapitalstocks ist eine Linearkombination der Wachstumsraten des Kapitalstocks der M-Industrie und der C-Industrie. Bezeichnen wir den Anteil des Kapitalstocks der C-Industrie am gesamten Kapitalstock mit $K_c/K = U$ und den Anteil des Kapitalstocks der M-Industrie mit $K_m/K = 1 - U$, so ergibt sich (27).

$$(27) \qquad \frac{\dot{K}}{K} = (1-U)\ \frac{\dot{K}_m}{K_m} + U\ \frac{\dot{K}_c}{K_c}$$

Aufgrund der linearen Produktionsfunktionen (3), (4) ergibt sich (28).

$$(28) \qquad \frac{\dot{K}}{K} = (1-U)\frac{\dot{M}}{M} + U\,\frac{\dot{C}}{C}$$

Daraus folgt für das Wachstum des Konsums:

$$(29) \qquad \frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{U}\left(\frac{\dot{M}}{K} - \frac{\dot{M}}{M}\right) + \frac{\dot{M}}{M}$$

Danach wächst der Konsum dann rascher als der Output der M-Industrie, wenn der Gesamtkapitalstock (M/K) rascher wächst als der Kapitalstock der Maschinen-Industrie ($\dot{K}_m/K_m$). In diesem Fall ist der Kapitalstock der C-Industrie rascher gewachsen als der der M-Industrie. Nehmen der Gesamtkapitalstock und der der M-Industrie mit gleicher Rate zu, so folgt aus (29),

$$(30) \qquad \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{M}}{M}$$

Welche Bedingungen müssen in unserem Modell erfüllt sein, daß der Klammerausdruck in (29) Null wird und (30) gilt? Wir betrachten nochmals die Funktion (20).

$$(20) \qquad M = s.K.r$$

Die logarithmische Ableitung nach der Zeit ergibt (31)

$$(31) \qquad \frac{\dot{M}}{M} = \frac{\dot{S}}{S} + \frac{\dot{K}}{K} + \frac{\dot{r}}{r}$$

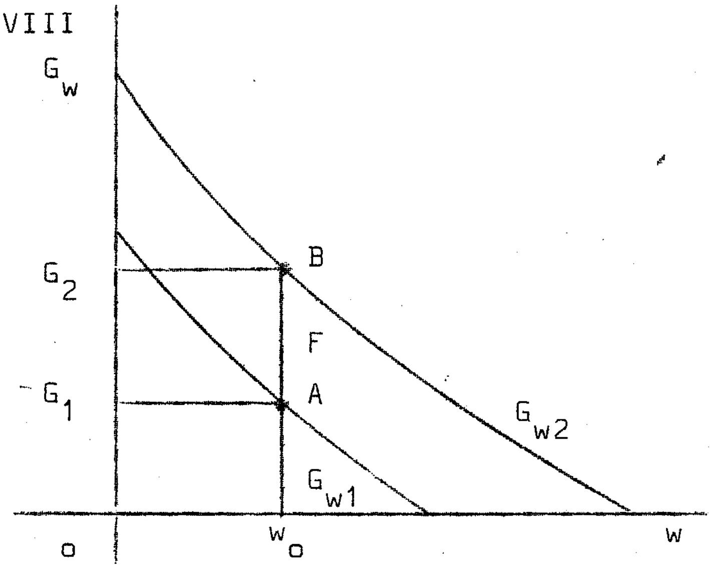
Die Bedingung für (30) ist offensichtlich, daß $\frac{\dot{s}}{s}$ und $\frac{\dot{r}}{r} = 0$ sind, d.h. sich die Sparneigung und die Profitrate im Wachstumsprozeß nicht verändern. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Wirtschaft bei gegebener Sparneigung der Unternehmer mit einer konstanten Wachstumsrate des Kapitalstocks wächst.

2.4 Der technische Fortschritt

2.4.1 Wir haben bis jetzt noch nicht die Auswirkungen des technischen Fortschritts auf das Wachstum der Zwei-Sektoren-Wirtschaft betrachtet. Während eine Bewegung entlang der Investitionsfunktion eine Veränderung der Technik als Funktion der Änderung des Reallohnsatzes darstellt, führt das Auftreten des technischen Fortschritts zu einer Verschiebung der Funktion nach rechts außen. (Figur VIII) Algebraisch bringen wir diesen Sachverhalt dadurch zum Ausdruck, daß die Investitionsfunktion (26) um den (konstanten) Faktor F, der den technischen Fortschritt repräsentiert, verschoben wird. Der Ausdruck für die Investitionsfunktion nach Auftreten des technischen Fortschritts lautet:

$$(22a) \qquad G_w = s\frac{\left\{\left[\left(\frac{k_c}{k_m} - 1\right)a_{1c} \cdot a_{km} \cdot F - a_{1c}\right] w + (a_{km} \cdot F + 1)\right\}}{w\left(\frac{k_c}{k_m} - 1\right) a_{1c} \cdot a_{km} + a_{km}}$$

Fig. VIII



Wir betrachten die Auswirkung des technischen Fortschritts unter 2 Voraussetzungen:

a) eines konstanten Reallohnsatzes w_o

b) einer konstanten Wachstumsrate G_w^0

2.4.2 a) Bei gegebenem Reallohnsatz w_o nimmt die Wachstumsrate des Kapitalstocks in der Höhe der Rate des technischen Fortschrittes zu. Ist die Wachstumsrate (ohne technischen Fortschritt)

$G_1 = s \cdot r(w_o)$, wobei $r(w_o)$ die Lohnzinsfunktion bei gegebenem Lohnsatz w_o darstellt, so ist die Wachstumsrate G_2 (mit technischem Fortschritt) gegeben durch:

$G_2 = s \cdot r(w_o) + F$.

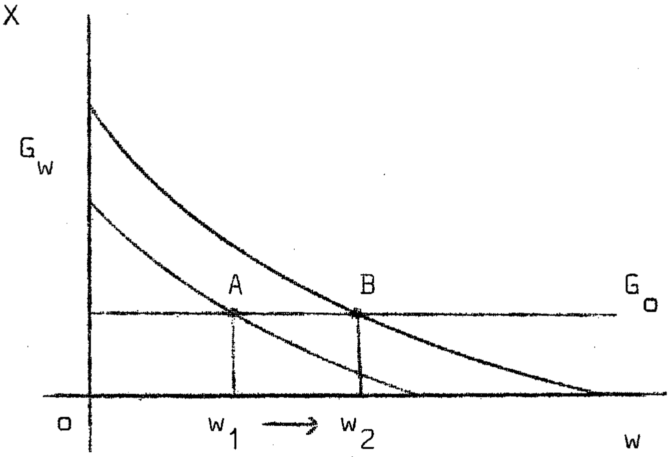
<u>Der technische Fortschritt beschleunigt - bei gegebenen</u>

Reallöhnen - das Tempo des Wachstums des Kapitalstocks. Die höhere Effizienz der neuen Maschinen wirkt wie eine quantitative Vermehrung der Anzahl der Maschinen bei unveränderter Technik. Beginnt der Wachstumsprozeß im Zeitpunkt 0 mit einem Kapitalstock K_o, so ist im Zeitpunkt t der Kapitalstock gegeben durch:

$$K_t = K_o \cdot e^{[s.r(w_o)+F]\,t} \qquad (32)$$

2.4.3 b) Fragen wir nun nach der Wirkung des technischen Fortschritts bei konstanter Wachstumsrate des Kapitalstocks und variablen Reallöhnen. In unserem Diagramm (Fig. IX) messen wir die Verschiebung der Investitionsfunktion horizontal entlang der Wachstumsrate G_o.

Fig. IX



In diesem wichtigen Fall ist das Wachstum unserer Zwei-Sektoren-Wirtschaft durch eine gleichbleibende Profitrate sowie durch steigende Reallöhne gekennzeichnet. Die Reallöhne wachsen dabei in demselben Ausmaß wie die Arbeitsproduktivität im M- und im C-Sektor.
Der technische Fortschritt, der die Profitrate sowie die Kapitalkoeffizienten der beiden Sektoren unverändert läßt und die Reallöhne erhöht, wird als Harrod-neutraler technischer Fortschritt bezeichnet [16].

2.4.4 Wir wollen diese generellen Überlegungen etwas genauer in die Verhältnisse des Zwei-Sektor-Modells übersetzen: Der technische Fortschritt ist Harrod-neutral, wenn

a) die Profitrate

b) der Kapitalkoeffizient und damit auch

c) die Profitquote

unverändert bleiben.

In unserem Zwei-Sektor-Modell bedeutet dies, daß der Vektor der Kapitalkoeffizienten $\mathfrak{a}_k$ unverändert bleibt, während die Elemente des Vektors der Arbeitskoeffizienten, also a_{lc}, a_{lm} zugleich um denselben Prozentsatz abnehmen. In beiden Industrien wird daher die Kapitalintensität der Erzeugung, also $\frac{a_{kc}}{a_{lc}}$ und $\frac{a_{km}}{a_{lm}}$ steigen.

Man betrachte noch einmal die fundamentale Faktorpreisgleichung

$$(22) \qquad \underline{r_o} = \frac{(1 - w\,\underline{a_{lc}})}{w(\frac{k_c}{k_m} - 1)\underline{a_{lc}}\,a_{km} + a_{km}}$$

Soll unter diesen Bedingungen die Profitrate (und damit auch die Wachstumsrate) konstant bleiben, (r_o), so muß der Reallohnsatz in demselben Ausmaß steigen, in dem der Arbeitskoeffizient der Konsumgüterindustrie a_{lc} sinkt, d.h. die Arbeitsproduktivität steigt.

2.4.5 Bevor wir diesen Punkt verlassen, soll noch vor einem Trugschluß gewarnt werden. Obwohl bei der Annahme b) die Reallöhne mit dem Ausmaß der Arbeitsproduktivität steigen und die Profitrate unverändert bleibt, ändert sich die Einkommensverteilung nicht, d.h. sowohl die Lohnquote als auch die Profitquote bleiben konstant. Man macht sich diesen Sachverhalt sehr leicht klar, wenn man beispielsweise die Profitquote Q_m der M-Industrie betrachtet:

$$(33) \qquad Q_m = \frac{K_m \cdot P \cdot r}{M \cdot P} = \frac{K_m \cdot r}{M}$$

Drücken wir dies in Veränderungsraten aus, wobei wir der Einfachheit halber diese mit Kleinbuchstaben bezeichnen wollen, also $\frac{\dot{Q}_m}{Q_m} = q_m$ etc., so gilt

$$(34) \qquad q_m = k_m + \frac{\dot{r}}{r} - m = 0$$

Die Profitquote bleibe unverändert, wenn $\frac{\dot{r}}{r} = 0$ (also die

Profitrate konstant bleibt) und der Kapitalstock der M-Industrie mit demselben Tempo wächst wie der Output dieser Industrie - eine Bedingung, die in unserem Modell erfüllt ist.

Für die Lohnquote beispielsweise der C-Industrie gilt:

$$(35) \qquad (1 - Q_c) = \frac{L_c \cdot w}{C}$$

Soll die Lohnquote konstant bleiben, so gilt für die Veränderungsraten (wieder in Kleinbuchstaben):

$$(36) \qquad \frac{\dot{w}}{w} = c - l_c$$

$c - l_c$ ist ein Ausdruck für die Veränderung der Arbeitsproduktivität in der C-Industrie. Wachsen die Reallöhne mit derselben Geschwindigkeit wie die Arbeitsproduktivität der C-Industrie, so bleibt die Verteilung konstant.

III. Bevölkerungswachstum und die Bestimmung der Reallöhne

Wir haben bisher die Reallöhne als Datum betrachtet. In diesem Abschnitt soll versucht werden, durch einige sinnvolle Annahmen über die Bestimmung der Reallöhne das Modell zu schließen. Prinzipiell ist es möglich, die Reallohnsätze dem Modell exogen vorzugeben oder sie endogen zu erklären.

3.1 Exogen gegebene Reallohnsätze

Ist der Reallohn exogen gegeben, so betrachten wir ihn als Datum, das nicht weiter analysiert werden muss . Die Annahme von Existenzminimum-Lohnsätzen, die bekanntlich eine Hauptannahme des Systems von Ricardo war, gehörten in diese Klasse. In der modernen Wachstumstheorie hat von Neumann in seinem berühmten Beitrag von dieser Annahme gleichfalls Gebrauch gemacht. Man kann auch an exogene Reallohnsätze denken, indem man von der Annahme ausgeht, daß die Gewerkschaften so einflußreich sind, daß sie die Höhe der Reallohnsätze bestimmen und die Unternehmer nur die Wahl haben, sich mit einer entsprechenden Technik an den Preis des

Faktors Arbeit anzupassen.
Durch solche Annahmen ist das vorliegende Wachstumsmodell in einfachster Weise geschlossen. Der Lohnsatz w_o bestimmt die "Warranted Rate of Growth" und der Kapitalstock wächst exponentiell mit einer Rate:

$$(s \,.\, r(w_o) + F).$$

3.2 Endogen bestimmte Reallöhne

Die meisten Ökonomen stimmen darin überein, daß der Lohnsatz durch das Verhältnis des eingesetzten Kapitalstocks pro Kopf des beschäftigten Arbeiters bestimmt ist.

$$(37) \qquad w = F(K,L)$$

Etwas präziser wollen wir annehmen, daß die Funktion (37) homogen vom Grade Null sei, d.h., wenn der Kapitalstock und die Beschäftigung um denselben Prozentsatz zunehmen, der Reallohn unverändert bleibt. Eine positive (negative) Veränderung des Reallohnsatzes tritt dann ein, wenn der Kapitalstock rascher (langsamer) wächst als die Beschäftigtenzahl.

Denken wir wieder in den Harrod'schen Begriffen der "Warranted Rate of Growth" G_w und der "Natural Rate of Growth" G_n, die das Wachstum der Beschäftigung zum Ausdruck bringt. So können wir einfach schreiben:

$$(38) \qquad \dot{w} = F(G_w - G_n)$$

wobei gilt, daß $F(0) = 0$ und $F' > 0$ ist.
Linearisieren wir die Funktion an der Stelle $G_w - G_n = 0$, so erhalten wir

$$(39) \qquad \dot{w} = F'(0) \,.\, (G_w - G_n)$$

Betrachten wir den Klammerausdruck von (39). Voraussetzungsgemäß ist G_w eine Funktion des Reallohnsatzes. Bezüglich G_n betrachten wir 2 Möglichkeiten:

a) $G_n = f(w)$; wir wollen dies als neo-malthusianische Version des Bevölkerungswachstums bezeichnen.

b) G_n = konstant

Die 2. Variante vereinfacht die Bestimmung des Gleichgewichtslohnsatzes beträchtlich. Sie wird in der Wachstumstheorie auch von den meisten Autoren (Solow, Swan, Kaldor, Robinson, v.Neumann) der Variante a) vorgezogen.

3.2.1 Gleichgewichtslohnsatz bei neo-malthusianischer Bevölkerungsfunktion.

Wir benötigen in diesem Zusammenhang nur die Annahme, daß die Ableitung der Bevölkerungsfunktion in einem kleinen Bereich rund um den Gleichgewichtslohnsatz w^* positiv ist.

Wie sie sich außerhalb des Gleichgewichtsbereiches verhält, ist für die Betrachtung von keiner relevanten Bedeutung. Realistischerweise kann man sie wie in Figur (X) als logistische Funktion annehmen. Die Wachstumsrate der Bevölkerung wird ab dem Existenzminimumlohnsatz w_e positiv, wächst dann bis zu einem bestimmten Punkt exponentiell und schließlich nur mehr mit abnehmender Rate bis zum Sättigungspunkt. Solche Funktionen für das Bevölkerungswachstum wurden von T.Haavelmo [17] , G.Tintner [18] und W.Krelle [19] betrachtet:

Fig. X

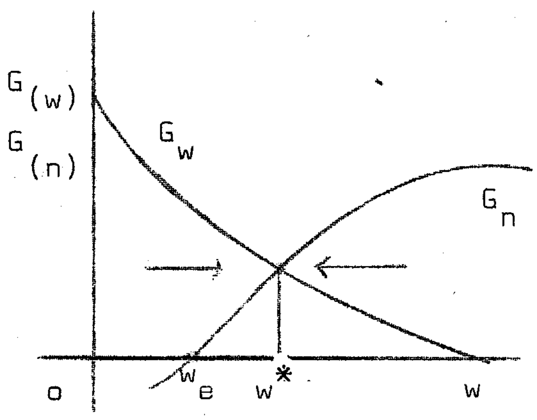
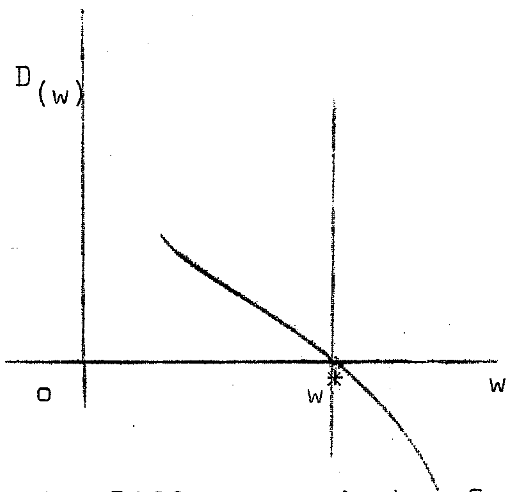


Fig. XI



Wir interessieren uns nun für die Differenz zwischen G_w und G_n, die im Klammerausdruck (39) gebildet wird. Als Funktion von w wollen wir sie in folgender Form schreiben:

$$D(w) = s \cdot r(w) - G_n(w) \tag{40}$$

Figur (XI) zeigt, daß D_w bis zum Gleichgewichtslohnsatz w^* positiv und ab w^* negativ ist.
Wir linearisieren die Funktion D_w im Punkt w^* mittels der Entwicklung einer Taylor-Reihe:

$$(41) \qquad D(w) = D(w^*) + D'(w^*)(w - w^*), \text{ wobei } D(w^*) = 0$$

Dies eingesetzt in (39) ergibt:

$$(42) \qquad \dot{w} = F'(o) \,.\, D'(w^*)(w - w^*)$$

$$(43) \qquad \dot{w} = F'(o) \,.\, D'(w^*)w - F'(o) \,.\, D'(w^*)w^*$$

Wir erhalten eine linear-inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung, deren Lösung lautet:

$$(44) \qquad w_t = w^* + (w - w^*) \,.\, e^{F'(o)[s.r'(w^*) - G_n'(w^*)]\, t}$$

Die Lösung zeigt, dass unter der Annahme, sowohl G_w als auch G_n Funktionen von w seien, ein stabiles Gleichgewicht möglich ist, wenn der Exponentialausdruck negativ ist:

$$sr'(w^*) - G_n'(w^*) < 0$$

Dieser Ausdruck repräsentiert die Ableitung der Differenz der beiden Raten $G_w - G_n$, also $D'(w)$.

Die rechte Seite der Gleichung (44) zeigt, dass eine Abweichung des geltenden Lohnsatzes w_t vom Gleichgewichtslohnsatz w^* verschwinden muß und der Lohnsatz nach genügend langer Zeit (genauer $t \to \infty$) gegen den Gleichgewichtslohnsatz w^* konvergiert.

Der Lohnsatz w^* repräsentiert ein stabiles Gleichgewicht. Der Konvergenzprozeß geht umso rascher vor sich, je stärker die Kurve D_w fällt.

Ökonomisch kann dieser Prozeß in folgender Weise interpretiert werden. Den Investoren ist im Zeitpunkt t ein historischer Lohnsatz w_t vorgegeben. Nehmen wir an, wir befinden uns in Fig. X links von w^*. Die Unternehmer wählen nach der in II diskutierten Regel jene Technik, die den Gewinn maximiert. Nach Ablauf einer Wirtschaftsperiode stellen sie fest, daß $G_w > G_n$ ist und der Preis des relativ knappen Faktors gestiegen ist ($\frac{d_w}{d_t} > 0$).

Dieser Prozeß wiederholt sich von Periode zu Periode, bis die wachsenden Reallöhne zu einer Konstellation $G_w = G_n$ geführt haben.

Beginnen wir mit einem Lohnsatz rechts von w^*. Die Unternehmer werden nach dem Ablauf einer Periode erkennen, daß das Wachstum des Kapitalstocks hinter dem des Angebots an

Arbeit zurückbleibt, sodaß ein überschüssiges Angebot an Arbeit entsteht. Dies führt zu sinkenden Lohnsätzen $(\frac{d_w}{d_t} < 0)$. Wiederum wiederholt sich das Spiel, solange bis der Punkt $G_w = G_n$ erreicht wird, bei welchem die Löhne unverändert auf derselben Höhe bleiben. Befindet sich die Volkswirtschaft in der Konstellation $G_w = G_n$, so spricht man bekanntlich vom "Golden Age". Die Reallöhne steigen im "Golden Age"nur mehr dann, wenn sich durch den technischen Fortschritt die Arbeitsproduktivität erhöht.

3.2.2 G_n exogen gegeben

Hier nimmt man an, das Bevölkerungswachstum sei nur durch außerökonomische Tatsachen bestimmt und der Wirtschaft als Datum vorgegeben. Man bringt dies auch durch die Gleichung zum Ausdruck:

$$(45) \qquad G_n = \chi \; ; \qquad \chi = \text{konstant.}$$

Die Frage lautet nun: Ergibt sich unter diesen Bedingungen ein Gleichgewichtslohnsatz, zu dem das System konvergiert, wenn $G_w \neq G_n$ ist? Die Gleichgewichtsbedingung nach Gleichung (44) besagt, daß der Exponent negativ sein muß.

$$sr'(w^*) - G_n' < 0$$

Dies ist auch in diesem Fall erfüllt, da $G_n' = 0$, und G_w als Funktion von w fällt. Auch in diesem Fall wird das System bei einer unterschiedlichen Entwicklung von G_w und G_n wiederum zu einem Punkt $G_w = G_n$ zurückgeführt. Die "Warranted Rate of Growth" paßt sich der "Natural Rate of Growth" an.

Aus den Uberlegungen in a) und b) folgt, daß ein stabiles wirtschaftliches Wachstum auch dann möglich ist, wenn der Kapitalstock und die Bevölkerung mit unterschiedlichen Raten zunehmen. Und zwar selbst dann, wenn keine vollkommene <u>Substitutivität</u> der Produktionsfaktoren - wie in den neoklassischen Modellen - vorhanden ist. Der Harrod'sche "knife-edge" Wachstumspfad ergibt sich nur dann, wenn außer der limitationalen Technik noch die Annahme starrer

Lohnsätze gemacht wird.
Wie uns Gleichung (44) zeigt, garantiert die Annahme variabler Reallohnsätze ein stabiles Wachstum.

IV. Reallöhne-Wachstum im Neo-klassischen Modell

4.1 Wir wollen nun die in den vorhergehenden Abschnitten entwickelten Gedanken prüfen, indem wir sie mittels des neoklassischen Modells formulieren. [20] Zugleich kann der mit der neo-klassischen Wachstumstheorie vertraute Leser die Beziehungen zu dem hier entwickelten Zwei-Sektor-Modell studieren. Die fundamentalen Unterschiede liegen in folgenden 4 Punkten:

1.) Im neo-klassischen Modell Solows haben die beiden Sektoren die gleiche Kapitalintensität, sodaß sie zu einem Sektor zusammengefaßt werden können. Dies gilt allerdings nur für den Solow'schen Typ der neoklassischen Wachstumsmodelle.
2.) Das technische Spektrum ist unendlich.
3.) Die Reallöhne sind dem Wertgrenzprodukt der Arbeit gleich, eine Annahme, die in diesem Modell nicht verwendet wurde.
4.) Im Solow-Modell wirkt der Gleichgewichtsmechanismus durch die variable Technik, im vorliegenden Modell durch die variablen Reallohnsätze.

4.2 Die folgenden Ausführungen sollen nun zeigen, daß beide Gleichgewichtsmechanismen äquivalent sind.
Gegeben sei eine Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$(46) \qquad X = A \,.\, K^{\alpha} \,.\, L^{\beta}$$

$$\alpha + \beta = 1; \; A = A_0 \,.\, e^{Ft}$$

Dabei steht K für den Kapitalstock gemessen in Werteinheiten, L für die eingesetzte Arbeit gemessen in Arbeitsstunden; A ist eine Konstante, die den technischen Fortschritt repräsentiert, von dem wir annehmen, daß er sich autonom und exponentiell mit der Rate F vollzieht. X ist das reale Nettosozialprodukt; und sind die (konstanten) Produktionselastizitäten des Kapitals bzw. der Arbeit. Eine wichtige Annahme des Modells ist:

$$(47) \qquad w = \frac{\partial X}{\partial L} = \beta \cdot A \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

Der Reallohnsatz w ist gleich dem Grenzprodukt der Arbeit. Unter Verwendung des Ausdruckes (47) können wir die Durchschnittsproduktivität des Kapitals $\frac{X}{K}$ als Funktion des Reallohnsatzes darstellen:

$$(48) \qquad \frac{X}{K} = A \cdot \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}$$

Wenn s die gesamtwirtschaftliche durchschnittliche Sparneigung repräsentiert, ist die "Warranted Rate of Growth" gegeben durch:

$$(49) \qquad G_w = s\frac{X}{K}$$

Unter Berücksichtigung von (48) gilt:

$$(50) \qquad G_w = s \cdot A \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}$$

Die Funktion G_w hat die Gestalt, die in Fig. XII zum Ausdruck kommt. Sie entspricht der Investitionsfunktion (26), obgleich letztere die beiden Achsen schneidet.
Betrachten wir nun den Gleichgewichtsmechanismus: Es gibt auch in diesem Modell einen stabilen Gleichgewichtslohnsatz w^*, bei welchem G_w gleich G_n ist.
Das Wachstum der Bevölkerung ist exogen durch die Wachstumsrate gegeben (G_n =). Aus (47) folgt, dass der Reallohn eine homogene Funktion vom Grade 0 in K und L ist.

Differenzieren wir (47) nach der Zeit, ergibt sich

$$(51) \qquad \dot{w} = w \cdot \alpha (G_w - \lambda)$$

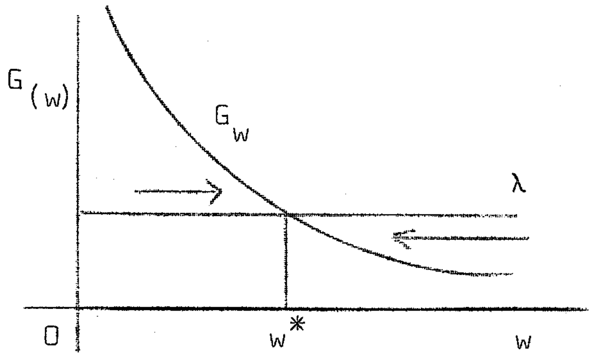
Unter Berücksichtigung von (50) gilt

$$(52) \qquad \dot{W} = \alpha s \cdot A \left[\frac{\beta}{w}\right]^{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot w - nw = \alpha w \left[s \cdot A \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} - n \right]$$

Diese Gleichung läßt sich sehr leicht durch ein Diagramm (Fig. XII) darstellen.

Fig.XII

Fig. XII



Im Bereich links von w^* gilt

$$s.A\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} > \lambda$$

Die Reallöhne nehmen zu.
Rechts von w^* gilt

$$s.A\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}} < \lambda$$

Die Reallöhne nehmen b.
Es handelt sich um ein stabiles Gleichgewicht. Bei Abweichungen von G_w und G_n links und rechts von w^* tendiert das System wieder zum Gleichgewichtspunkt zurück. Der Gleichgewichtslohnsatz w^* ist gegeben durch

$$(53) \qquad w = \left(\frac{s.A}{\lambda}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}} \beta = \left(\frac{s.A_0.e^{Ft}}{\lambda}\right)^{\frac{\alpha}{\beta}} . \beta$$

Das Niveau des Gleichgewichtsreallohnes ist eine Funktion der Sparquote, des technischen Fortschrittes und des Wachstums der Bevölkerung. Er wird umso höher, je größer die Rate der Ersparnisbildung und die des technischen Fortschrittes ist. Eine Zunahme der Wachstumsrate der Bevölkerung bei gleichbleibendem s und F führt zu einem Sinken des Reallohnes.
Eine Zunahme des technischen Fortschrittes bedeutet auch in diesem Modell eine Verschiebung der Kurve G_w nach rechts außen. Bei dieser Verschiebung wachsen bei gegebener Wachstumsrate der Bevölkerung und bei konstantem G_w die Reallöhne in demselben Ausmaß wie die Arbeitsproduktivität.

Dieser Ausgleichsmechanismus ist äquivalent mit dem Solows, der in folgender Weise wirkt: ist $G_w > G_n$, so fällt der Zins als Preis des relativ überschüssigen Faktors. Dies macht die Anwendung kapitalintensiver Techniken profitabel.

Die Zunahme der Kapitalintensität erhöht den Kapitalkoeffizienten und senkt G_w. Dieser Prozeß dauert so lange, bis $G_w = G_n$.

Dieselbe Überlegung gilt mit umgekehrten Vorzeichen, wenn von der Konstellation $G_n > G_w$ ausgegangen wird.

[1] H. Uzawa, "On a Two-Sector Model of Economic Growth II," Review of Economic Studies, Vol. 30 (1962 - 63)

[2] Ken-Ichi Inada, "On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalisation" Review of Economic Stud. Vol. 30 1963

[3] J. Robinson, "The Accumulation of Capital" London 1956

[4] R. Findlay, "The Robinson Model of Accumulation" Economica Vol. XXX, 1963

[5] J.R. Hicks, "Capital and Growth" Oxford: 1965 Ch. XII und XIII

[6] P. Sraffa, "Production of Commodities by Means of Commodities" London: 1960

[7] P. Samuelson, "Parabel and Realism in Capital Theory: The Surrogat Production Function", Review of Economic Studies Vol. XXIX 1962

[8] R.M. Solow, "A Contribution to the Theory of Economic Growth" Quarterly Journal of Economics Vol. 70, 1956

[9] J.E. Meade, "A Neo-Classical Theory of Economic Growth" London: 1962

[10] R. Dorfman, P.A. Samuelson, R.M. Solow "Linear Programming and Economic Analysis" New York: 1958 S 287

[11] F. Machlup, "The Economics of Sellers Competition", Baltimore, 1952 S 102

[12] N. Kaldor, "Alternativ Theories of Distribution" Review of Economic Studies, Vol. XXIII 1956

[13] J. Kemeny, O. Morgenstern, G.L. Thompson "A Generalisation of the von Neumann Model of an Expanding Economy" Econometrica Vol. 24, 1956

[14] Man vergleiche die Diskussion dieses Problems bei J.Hicks, "Capital and Growth", Kapitel XII und XIII.

[15] R.F. Harrod, "Towards a Dynamic Economics", London 1948

[16] G. Bombach, "Wirtschaftswachstum" Handwörterbuch der Sozialwissenschaft S 773

[17] T. Haavelmo, "A Study in the Theory of Economics Evolution" Amsterdam: 1954

[18] G. Tintner, "The Logistic Law of Economic Development" Journal Paper No. 1 - 3977 of the Iowa Agricultural and Home Economics Experiment Station, Ames, Iowa

[19] W. Krelle, "Beeinflußbarkeit und Grenzen des Wirtschaftswachstums" Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 178 (1965)

[20] Gemeint ist das neoklassische Modell Solows in seiner Untersuchung "A Contribution to the Theory of Economic Growth"