

EIN ÖKONOMETRISCHES MODELL DER  
ÖSTERREICHISCHEN WIRTSCHAFT

unter besonderer Berücksichtigung  
mittelfristiger Aspekte und  
der Kapitalstockmessung

Ingmar PRUCHA

Forschungsmemorandum Nr. 113

Dezember 1976



## KURZFASSUNG

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zwei Teile:

A) Teil A ist mit der Erstellung eines hochaggregierten Jahresmodells der österreichischen Wirtschaft befaßt. Besondere Betonung wird auf mittelfristige Aspekte gelegt:

- (i) Interaktion zwischen effektiver Nachfrage und Potentialproduktion (beide Größen werden endogen erklärt);
- (ii) Substitution zwischen Arbeit und Kapital aufgrund einer Änderung der Preisstruktur;
- (iii) Verteilungsimplicationen aufgrund der Entwicklung von Löhnen und Preisen;
- (iv) säkulare Veränderungen ökonomischer Größen (etwa die fast monotone Zunahme der Importquote).

Dem Modell liegt das Konzept einer langfristigen Produktionsfunktion zugrunde, die eine Beziehung zwischen erwartetem Ausstoß und gewünschten Faktoreinsätzen darstellt. Die interdependente, zweistufige Schätzung des Anpassungsprozesses der tatsächlichen Einsätze an Arbeit und Kapital an die gewünschten Werte liefert zugleich die Parameter der zugrunde liegenden Produktionsfunktion (Die Untersuchung von vier verschiedenen Funktionstypen ergibt für eine Produktionsfunktion mit variabler Substitutionselastizität die besten statistischen Anpassungswerte). Die gewünschten Faktoreinsätze sind dabei als Funktion der relativen Preise und des erwarteten Ausstoßes modelliert.

Über das Verhältnis zwischen gewünschten und tatsächlichen Faktoreinsätzen wird aus der langfristigen Produktionsfunktion eine Relation zwischen tatsächlichen Einsätzen und tatsächlichem Ausstoß abgeleitet. Diese Beziehung kann als kurzfristige Produktionsfunktion interpretiert werden und dient der Berechnung der Potentialproduktion. Das Verhältnis zwischen tatsächlicher Produktion und Potentialproduktion gibt über die Marktanspannung Aufschluß und findet sich in verschiedenen Nachfragefunktionen sowie dem Lohn-Preissektor des Modells wieder.

Die Schätzung des Lohn-Preissystems erfolgt simultan. Der Lohnfunktion wird die Hypothese zugrunde gelegt, daß die Gewerkschaften ihre Reallohnforderungen an der durchschnittlichen Entwicklung der (Arbeits-)Produktivität orientieren.

Neben der ökonomischen Interpretation der geschätzten Zusammenhänge werden verschiedene Auslastungsmaße präsentiert und ihre Entwicklung in den letzten 20 Jahren diskutiert.

B) Teil B dient der Bestimmung des gesamtwirtschaftlichen Bruttoanlagevermögens Österreichs zwischen 1954 und 1974 in disaggregierter Form, da diese Größe in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung nicht ausgewiesen wird. Diese Berechnung findet bei der

Schätzung der Kapitalnachfragefunktion bzw. der langfristigen Produktionsfunktion Verwendung.

Es wird eine Variante der Perpetual Inventory Method (PIM) entwickelt, die der begrenzten österreichischen Datenlage Rechnung trägt.

Die Berechnung des Bruttoanlagevermögens erfolgt - ausgehend vom bekannten Niveau 1964 - durch Zurechnung der Investitionen unter gleichzeitigem Abzug der Abgänge. Während für die Investitionen die tatsächlichen Werte eingesetzt werden, erfolgt die Berechnung der Abgänge - da der exakte Investitionsverlauf nur für die letzten 20 Jahre bekannt ist - unter der Hypothese, daß

- (i) das loglineare Trendwachstum der Investitionen gleich dem tatsächlichen Wachstum der Investitionen ist,
- (ii) der mit Hilfe der Kleinstquadratenschätzung über den dokumentierten Investitionszeitraum ermittelte Trend auch in der Vergangenheit vorherrschend war.

Es wird gezeigt, daß die mit Hilfe der PIM unter den Hypothesen (i) und (ii) ermittelten Abgänge einen zeitlich konstanten Prozentsatz (Abgangsrate) vom Bruttoanlagevermögen bilden. Die Abgangsrate erweist sich als von der maximalen Überlebensdauer und der Wachstumsrate der Investitionen abhängig.

Da die Hypothesen (i) und (ii) empirisch nicht ganz zutreffend sind, wird anhand von zwei einfachen Investitionsmodellen (von einer Cosinus-Schwingung überlagertes und zweigeteiltes exponentielles Investitionswachstum) eine größenordnungsmäßige Abschätzung jenes Fehlers vorgenommen, der durch eine Verletzung der Hypothesen (i) und (ii) auftreten kann.

Neben einer logistischen Überlebensfunktion werden auch die Implikationen einer rechteckigen, einer linear abklingenden und einer parabolischen Überlebensfunktion untersucht.

## INHALTSVERZEICHNIS

### EINLEITUNG

TEIL A: Ein Jahresmodell der österreichischen Wirtschaft  
unter besonderer Berücksichtigung mittelfristiger  
Aspekte

EINFÜHRUNG	3
KAPITEL 1: Verwendungsseite	10
1.1. Konsum	10
1.1.1. Privater Konsum	10
1.1.1.1. Allgemeines	10
1.1.1.2. Das zugrundeliegende Schätzmodell	18
1.1.1.3. Schätzung der Verhaltensgleichung	21
1.1.1.4. Identitäten	26
1.1.2. Öffentlicher Konsum	27
1.2. Investitionen	27
1.2.1. Bruttoanlageinvestitionen	27
1.2.2. Lagerinvestitionen	28
1.2.2.1. Allgemeines	30
1.2.2.2. Schätzung der Verhaltensgleichung	38
1.2.2.3. Identitäten	42
1.3. Importe und Exporte	43
1.3.1. Importe	43
1.3.1.1. Allgemeines	44
1.3.1.2. Schätzung der Verhaltensgleichung	48
1.3.1.3. Identitäten	52
1.3.2. Exporte	53
1.4. Bruttonationalprodukt, Gesamt- und Inlandsnachfrage	53

KAPITEL 2: Entstehungsseite	55
2.1. Nachfragefunktionen für Arbeit und Kapital	55
2.1.1. Allgemeines	55
2.1.2. Faktornachfragefunktionen für verschiedene Produktionsfunktionen	60
2.1.2.1. Cobb-Douglas Produktionsfunktion (CD)	61
2.1.2.2. CES-Produktionsfunktion	65
2.1.2.3. VES-1 Produktionsfunktion	67
2.1.2.4. VES-2 Produktionsfunktion	69
2.1.3. Schätzung der Faktornachfragefunktionen	71
2.1.3.1. Daten	71
2.1.3.2. Schätzergebnisse	74
2.1.3.2.1. Schätzstufe 1	75
2.1.3.2.2. Schätzstufe 2	81
2.1.3.3. Auswahl der Faktornachfragefunktionen	87
2.2. Kurzfristige Produktionsfunktion und Auslastungsmaße	88
2.2.1. Kurzfristige Produktionsfunktion	90
2.2.2. Kapital-optimaler Output	92
2.2.3. Arbeits-optimaler Output	94
2.2.4. Potentialoutput	96
2.2.5. Empirische Ergebnisse	100
KAPITEL 3: Einkommensseite, Lohn-Preis-Sektor	107
3.1. Simultan geschätzte Lohn-Preisgleichungen	107
3.1.1. Der Deflator der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion	108
3.1.2. Der Deflator der Exporte i.w.S.	110
3.1.3. Der Lohnsatz pro Beschäftigten	111
3.1.4. Simultane Schätzung des Lohn-Preis-Systems	116
3.2. Die Deflatoren der Gesamtnachfrage, der Inlandsnachfrage und des Bruttonationalprodukts sowie einzelner Nachfragekomponenten	118
3.3. Lohn- und Gehaltssumme und disponibles Einkommen	123

KAPITEL 4: Zusammenstellung der Modellgleichungen	125
4.1. Verwendungsseite	125
4.1.1. Endogene Größen	125
4.1.2. Exogene Größen	128
4.2. Entstehungsseite	128
4.2.1. Endogene Größen	128
4.2.2. Exogene Größen	130
4.3. Einkommensseite, Lohn-Preis-Sektor	130
4.3.1. Endogene Größen	130
4.3.2. Exogene Größen	133
TEIL B: Eine Detailstudie zur Konstruktion eines Index für das österreichische Bruttoanlagevermögen	
EINFÜHRUNG	134
KAPITEL 1: Begriffsbestimmung des Brutto-, Nettoanlage- vermögens und der Überlebensfunktion	137
1.1. Die Überlebensfunktion	137
1.1.1. Definition der Überlebensfunktion	137
1.1.2. Empirische Ermittlung der Über- lebensfunktion	139
1.2. Das Bruttoanlagevermögen	141
1.3. Das Nettoanlagevermögen	142
KAPITEL 2: Spezielle Überlebensfunktionen	145
2.1. Die logistische Überlebensfunktion	146
2.2. Die rechteckige Überlebensfunktion	149
2.3. Die linear abklingende Überlebens- funktion	150
2.4. Die parabolische Überlebensfunktion	150
KAPITEL 3: Berechnungsmethode	151
3.1. Methodischer Hintergrund	151
3.2. Bestimmung des Bruttoanlagevermögens für verschiedene hypothetische Investitions- verläufe mit der Perpetual Inventory Method	156

3.2.1. Exponentielles Investitionswachstum	156
3.2.1.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	157
3.2.1.2. Rechteckige Überlebensfunktion	157
3.2.1.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	158
3.2.1.4. Parabolische Überlebensfunktion	158
3.2.2. Von einer Cosinus-Schwingung überlagertes exponentielles Investitionswachstum	158
3.2.2.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	159
3.2.2.2. Rechteckige Überlebensfunktion	160
3.2.2.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	160
3.2.2.4. Parabolische Überlebensfunktion	160
3.2.3. Zweigeteiltes exponentielles Investitionswachstum	161
3.2.3.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	162
3.2.3.2. Rechteckige Überlebensfunktion	163
3.2.3.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	163
3.2.3.4. Parabolische Überlebensfunktion	163
3.3. Bestimmung des Bruttoanlagevermögens für verschiedene hypothetische Investitionsverläufe bei konstanter Abgangsrate	164
3.3.1. Von einer Cosinus-Schwingung überlagertes exponentielles Investitionswachstum	164
3.3.1.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	165
3.3.1.2. Rechteckige Überlebensfunktion	166
3.3.1.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	166
3.3.1.4. Parabolische Überlebensfunktion	166
3.3.2. Zweigeteiltes exponentielles Wachstum	166
3.3.2.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	167
3.3.2.2. Rechteckige Überlebensfunktion	168
3.3.2.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	168
3.3.2.4. Parabolische Überlebensfunktion	168

3.4. Fehlerabschätzung	168
3.4.1. Fehler infolge der Nichtberück- sichtigung von konjunkturellen Schwankungen	169
3.4.2. Fehler infolge eines Strukturbruchs im Trendwachstum	172
KAPITEL 4: Berechnung des österreichischen Bruttoanlage- vermögens zwischen 1954 und 1974	175
ANHANG A: ABLEITUNG EINIGER IM TEIL A BERICHTETER ERGEBNISSE	
A.A.1. Der Wachstumspfad der tatsächlich eingesetzten Menge an Kapital bei exponentiellem Wachstum des gewünsch- ten Kapitalstocks	181
A.A.2. Der Wachstumspfad der tatsächlichen Kapitalintensität und des tatsächlichen Arbeitseinsatzes bei exponentiellem Wachstum der gewünschten Faktorinputs	186
A.A.3. Kapital-optimaler-, Arbeits-optimaler- und Potentialoutput in Österreich zwischen 1954 und 1974 (Datenanhang)	188
ANHANG B: ABLEITUNG EINIGER IM TEIL B BERICHTETER ERGEBNISSE	
B.A.1. Rekursive Definition des Brutto-Anlage- vermögens	190
B.A.2. Rekursive Definition des Netto-Anlage- vermögens	191
B.A.3. Logistische und quasilogistische Über- lebensfunktion	192
B.A.3.1. Wendepunkt und Streudiagramm der logistischen Funktion	192
B.A.3.2. Berechnung der quasilogistischen Überlebensfunktion	193
B.A.4. Berechnung der mittleren Lebensdauer	198
B.A.5. Bruttoanlagevermögen bei exponentiellem Investitionswachstum	200

B.A.5.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	201
B.A.5.2. Rechteckige Überlebensfunktion	204
B.A.5.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	204
B.A.5.4. Parabolische Überlebensfunktion	205
B.A.6. Das Bruttoanlagevermögen bei einem von einer Cosinus-Schwingung überlagerten exponentiellen Investitionswachstum	207
B.A.6.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	208
B.A.6.2. Rechteckige Überlebensfunktion	212
B.A.6.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	213
B.A.6.4. Parabolische Überlebensfunktion	214
B.A.7. Das Bruttoanlagevermögen bei zweigeteiltem exponentiellem Investitionswachstum	216
B.A.7.1. Quasilogistische Überlebensfunktion	217
B.A.7.2. Rechteckige Überlebensfunktion	222
B.A.7.3. Linear abklingende Überlebensfunktion	222
B.A.7.4. Parabolische Überlebensfunktion	223
B.A.8. Das Bruttoanlagevermögen bei einem von einer Cosinus-Schwingung überlagerten Investitionswachstum und konstanter Abgangsrate	225
B.A.9. Das Bruttoanlagevermögen bei exponentiellem Investitionswachstum und konstanter Abgangsrate	227
B.A.10. Die Überlebensdauer eines aggregierten Bruttoanlagegutes	228
ANHANG C: BEI DER SCHÄTZUNG DES MODELLS VERWENDETE DATEN	230
LITERATURVERZEICHNIS ZUM TEIL A	243
LITERATURVERZEICHNIS ZUM TEIL B	250

## EINLEITUNG

Die wirtschaftliche Entwicklung der letzten Jahre führte zu einem verstärkten Interesse an mittelfristigen Prognosen. Obwohl der Großteil der westlichen Industriestaaten für das Jahr 1976 wiederum positive Zuwachsraten der Nachfragekomponenten prognostiziert, steht die Mehrzahl dieser Staaten weiterhin vor bedeutenden wirtschaftlichen Problemen.

Exemplarisch seien genannt:

- (i) die Rückführung der nach wie vor hohen Arbeitslosenrate;
- (ii) die Konsolidierung der Staatsfinanzen;
- (iii) die Gefahr eines verstärkten Preisauftriebes von einem gegenüber dem letzten Konjunkturzyklus erhöhten Niveau aus.

Die Lösung dieser Probleme erscheint kurzfristig kaum möglich und erklärt das zunehmende Interesse an einer Ausweitung des Prognosehorizonts.

Dieser Tendenz folgend wird bei dem im Teil A der vorliegenden Studie entwickelten hochaggregierten Jahresmodell der österreichischen Wirtschaft besondere Betonung auf mittelfristige Aspekte gelegt. Die Einführung zum Teil A gibt einen Überblick über die die Modellspezifikation leitenden Konzeptionen, sowie eine Auflistung aller Modellvariablen. Abschnitt 1 ist mit der Spezifikation und Schätzung der verschiedenen Nachfragekomponenten befaßt. Kapitel 2 behandelt die Entstehungsseite im Modell. Die Bestimmung des Lohn-Preis-Systems, der Bruttolohnsumme und des disponiblen Einkommens erfolgt im dritten Abschnitt. Kapitel 4 gibt eine Zusammenstellung aller Modellgleichungen sowie der exogenen Größen des Modells.

Der Teil B der vorliegenden Arbeit dient der Berechnung des gesamtwirtschaftlichen Bruttoanlagevermögens Österreichs zwischen 1954 und 1974. Diese Größe wird in der Volkswirtschaft-

lichen Gesamtrechnung nicht ausgewiesen, findet jedoch innerhalb des Modells bei der Bestimmung der Bruttoanlageinvestitionen und der Potentialproduktion Verwendung. Die Einführung zum Teil B gibt eine Kurzbeschreibung der verwendeten Variante der Perpetual Inventory Method (PIM) und motiviert ihre Verwendung mit der für eine exakte Anwendung der PIM unzureichenden österreichischen Datenlage. Kapitel 1 ist mit der Bestimmung der Begriffe "Brutto-" und "Nettoanlagevermögen" sowie "Überlebensfunktion" befaßt. Die Definition alternativer Überlebensfunktionen erfolgt im Abschnitt 2. Kapitel 3 beinhaltet die Berechnung des Bruttoanlagevermögens mit Hilfe der PIM sowie deren Variante für verschiedene hypothetische Investitionspfade und Überlebensfunktionen. Unterstellt man, daß die Anwendung der PIM das tatsächliche Bruttoanlagevermögen liefert, so läßt sich daraus die Größenordnung jenes Fehlers abschätzen, den die Verwendung der auf die österreichische Datenlage abgestimmten Variante der PIM zur Folge haben kann. Im vierten Abschnitt wird die konkrete Berechnung des österreichischen Bruttoanlagevermögens zwischen 1954 und 1974 in disaggregierter Form durchgeführt.

Die Anhänge A bzw. B dienen der Herleitung verschiedener in den Teilen A bzw. B verwendeter Zusammenhänge. Im Anhang C sind die bei der Modellschätzung verwendeten Daten aufgelistet.

Der großzügigen Betreuung der vorliegenden Arbeit durch Herrn Professor Gerhard Tintner vom Institut für Ökonometrie an der Technischen Universität Wien verdanke ich viele Anregungen. Teile der Arbeit entstanden im Rahmen des Forschungsschwerpunktes "Mittelfristige ökonometrische Modelle" am Institut für Höhere Studien. Für Anregungen und Kritik danke ich meinen Kollegen in der Abteilung Ökonomie, insbesondere H.Glück, G.Munduch, H.Suppanz und M.Wagner.

Die Schätzung des Modells erfolgte mit Hilfe des am Institut für Höhere Studien entwickelten Interaktiven-Simulations-System (IAS). Herrn K.Plasser bin ich für die freundliche Bereitschaft, zusätzliche Benutzerwünsche an dieses ökonometrische Programmsystem kurzfristig zu berücksichtigen, zu Dank verpflichtet.

TEIL A: EIN JAHRESMODELL DER ÖSTERREICHISCHEN WIRTSCHAFT  
UNTER BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG MITTELFRISTIGER  
ASPEKTE

EINFÜHRUNG

Modelle mit mittelfristigem und kurzfristigem Prognosehorizont unterscheiden sich wesentlich in der Ausgestaltung der Entstehungsseite der Wirtschaft. Kurzfristige Modelle verzichten zumeist auf eine Bestimmung des Produktionspotentials. Diese Größe ist in der kurzen Periode annähernd konstant; Rückwirkungen auf die einzelnen Nachfragekomponenten werden daher vernachlässigt. Mittelfristige Modelle dagegen betonen die Interaktion zwischen effektiver Nachfrage und Potentialproduktion<sup>1)</sup>.

Im vorliegenden hochaggregierten Jahresmodell der österreichischen Wirtschaft werden daher, um eine Ausdehnung des Prognosehorizonts zu erzielen, sowohl die effektive Nachfrage als auch die Potentialproduktion endogen erklärt. Die wechselseitige Beeinflussung der beiden Größen wirkt über folgende Modellzusammenhänge:

Das Bruttonationalprodukt (tatsächliche Produktion) ergibt sich als Summe der einzelnen Nachfragekomponenten abzüglich der Importe. Die Potentialproduktion wird durch den Kapitalstock und das Arbeitskräfteangebot bestimmt. Der Quotient 'Bruttonationalprodukt zu Potentialproduktion' (Potentialauslastungsrate) bietet Aufschluß über die Marktanspannung. Er geht einerseits direkt in verschiedene Nachfragefunktionen ein und dient andererseits der Bestimmung des Preis-Lohnniveaus. Das Verhältnis zwischen Löhnen und Preisen bestimmt gemeinsam mit der tatsächlichen Produktion - sieht man von verzögerten Werten ab - die Nachfrage nach Arbeit und Kapital. Die Kapital-

<sup>1)</sup> Vgl. u.a. A.P. Barten, G. d'Alcantara und G.J. Carrin /98/ sowie B.G. Hickman und R.M.Coen /56/.

nachfrage, bzw. die Differenz zwischen dem Kapitalstock der Periode  $t$  und dem der Periode  $t-1$  (Nettoanlageinvestition) wirkt direkt, die Nachfrage nach Arbeit über die Kette 'Lohnsumme - nominelles disponibles Einkommen - reales disponibles Einkommen - Konsum' auf das Bruttonationalprodukt. Änderungen des Bruttonationalprodukts und des Kapitalstocks jedoch bewirken ihrerseits eine Änderung der Potentialauslastungsrate.

Weitere Aspekte, die mittelfristig an Bedeutung gewinnen und denen daher bei der Modellspezifikation besondere Aufmerksamkeit geschenkt wird, sind:

- (i) Substitution zwischen Arbeit und Kapital aufgrund einer Änderung der relativen Faktorpreise;
- (ii) Verteilungsimplicationen des Lohn - Preissystems;
- (iii) Säkulare Veränderungen ökonomischer Größen (etwa die fast monotone Zunahme der Importquote).

Die Spezifikation der Entstehungsseite des Modells basiert auf dem Konzept einer langfristigen (linear homogenen) Produktionsfunktion. Diese stellt eine Beziehung zwischen gewünschten Faktoreinsätzen und erwartetem Ausstoß dar. Die gewünschten Faktoreinsätze ergeben sich unter der Kostenminimierungshypothese und bei Fehlen eines Monopsons auf den Faktormärkten als Funktion der (erwarteten) Faktorpreise und des (erwarteten) Ausstoßes. Die gewünschten Einsätze an Arbeit und Kapital werden aus Kostengründen i.a. nicht sofort realisiert. Die Faktornachfragefunktionen sind daher als Anpassungsprozesse an die gewünschten Werte spezifiziert. Da sich die Parameter der langfristigen Produktionsfunktion in beiden Funktionen niederschlagen, könnte eine unabhängige Schätzung zu widersprüchlichen Parametersätzen für die Produktionsfunktion führen. Die gewählte Spezifikation der Anpassungsprozesse und die Anwendung einer 2-stufigen Schätzmethode gewährleisten jedoch, daß die Nachfragefunktionen nach Arbeit

und Kapital einunddieselben Parameterwerte der zugrundeliegenden Produktionsfunktion implizieren. Darüber hinaus ermöglicht das getroffene Arrangement nicht nur die implizite Schätzung einer CD-Funktion, sondern auch die einer CES- sowie verschiedener VES-Funktionen.<sup>1)</sup> Die Untersuchung zeigt für eine Produktionsfunktion mit variabler Substitutionselastizität die besten statistischen Anpassungswerte.

Infolge der verzögerten Anpassung werden gewünschte und tatsächliche Faktoreinsätze i.a. nicht übereinstimmen. Das bedeutet, daß die Firmen in der kurzen Periode abseits der langfristigen Produktionsfunktion arbeiten. Die zur Produktion der tatsächlich nachgefragten Gütermenge benötigten Einsätze werden mit - von einem langfristigen Standpunkt aus - nicht normalen Intensitäten verwendet. Der Quotient zwischen gewünschtem und tatsächlichem Faktorinput bietet ein Maß für die Intensität mit der ein Faktor eingesetzt wird. Dieses Maß wird im folgenden (Faktor-)Auslastungsrate genannt und erweist sich als zeitlich nicht konstant. Mit Hilfe der Auslastungsraten der Produktionsfaktoren kann aus der langfristigen eine kurzfristige Produktionsfunktion abgeleitet werden. Diese stellt eine Beziehung zwischen tatsächlichem Ausstoß und tatsächlichen Faktoreinsätzen dar und dient der Bestimmung des Potentialausstoßes. Der Potentialoutput ist definiert als jene Ausstoßmenge, die mit dem vorhandenen Kapitalstock und dem dem Vollbeschäftigungsangebot entsprechenden Arbeitseinsatz produziert werden könnte, wenn beide Faktoren mit normaler (konstanter) Auslastungsrate eingesetzt werden.<sup>2)</sup> Unter der Normalaus-

<sup>1)</sup> Die Arbeiten von B.G.Hickman und R.M. Coen /56/ sowie A.P.Barten, G. d'Alcantara und G.J.Carrin /98/ basieren auf einer CD-Funktion. Aufgrund der Untersuchung des Anpassungsverhaltens mit österreichischen Daten kann die einer CD-Funktion zugrundeliegende Hypothese einer Substitutionselastizität von Eins mit 99,9%-iger Wahrscheinlichkeit abgelehnt werden.

<sup>2)</sup> Die in dieser Studie verwendete Methode zur Bestimmung der Potentialproduktion basiert auf Arbeiten von R.M.Coen und B.G.Hickman /2/, /56/. Es wird gezeigt, daß sich die von R.M.Coen und B.G.Hickman anhand einer CD-Funktion entwickelten Konzepte bei der gewählten Anpassungsstruktur auch auf die dieser Arbeit zugrundeliegende Produktionsfunktion mit variabler Substitutionselastizität übertragen lassen.

lastungsrate versteht man dabei jene Auslastungsrate, die sich für das exponentielle Trendwachstum der tatsächlichen Produktion sowie der Faktorpreise ergibt.<sup>1)</sup>

Die Bestimmung der verschiedenen Nachfragekomponenten erfolgt, indem alternative Hypothesen vorgestellt und mit den Daten konfrontiert werden. Das Modell enthält eine Brownsche Konsumfunktion. Die Import- sowie die Lagerbestandsfunktion sind als Anpassungsprozesse an gewünschte Werte spezifiziert. Die Bruttoanlageinvestitionen ergeben sich definitionsgemäß als Differenz des Kapitalstocks der laufenden Periode minus des Bruttoanlagevermögens der Vorperiode zuzüglich der Abgänge.

Dem Lohn-Preissystem des Modells liegt folgendes Konzept zugrunde:

- (i) Simultane Schätzung des Deflators der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion (Bruttonationalprodukt minus Exporte), des Exportdeflators und des Lohnsatzes pro Beschäftigten und Jahr in Veränderungsraten;
- (ii) Einzelgleichungsschätzung der Deflatoren der verschiedenen Nachfragekomponenten als Quotient zum Deflator der Inlandsnachfrage (dieser ergibt sich als mit den entsprechenden Gütervolumina gewichtete Summe des Deflators der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion und des exogenen Importdeflators).

Die Lohnfunktion des Modells stützt sich auf die Hypothese einer produktivitätsorientierten Reallohnpolitik der Gewerkschaften und schließt eine abrupte Änderung der Verteilung aus.

---

<sup>1)</sup> Hinter dieser Definition der Normalauslastungsrate steht, daß die Faktornachfragefunktionen des Modells bei konstantem Wachstum des Outputs sowie der Faktorpreise die zeitliche Unabhängigkeit der Auslastungsrate implizieren.

Das vorliegende Jahresmodell besteht aus 52 Gleichungen. Als Schätzperiode dient der Zeitraum 1954 - 1974. Die verwendeten Modellvariablen sind nachstehend, unterteilt nach Verwendungs-, Entstehungs- und Einkommenseite (Lohn-Preis-Sektor) sowie nach endogenen und exogenen Größen, angeführt. Neben den Kurzsymbolen befindet sich die ausführliche Bezeichnung jeder Größe. Die Beifügung der Buchstaben N, R bzw. D soll andeuten, daß es sich um eine Variable zu laufenden Preisen, zu Preisen 1964 bzw. um einen Deflator handelt.

---

Verwendungsseite, endogene Größen

---

CP	Privater Konsum	R
CP <del>§</del>	Privater Konsum	N
CG <del>§</del>	Öffentlicher Konsum	R
IF	Bruttoanlageinvestitionen	R
IF <del>§</del>	Bruttoanlageinvestitionen	N
KII	Lagerbestand	R
II	Lagerinvestition	R
II <del>§</del>	Lagerinvestition	N
M	Importe i.w.S	R
M <del>§</del>	Importe i.w.S	N
X <del>§</del>	Exporte i.w.S	N
VDD	Im Inland nachgefragte Inlandsproduktion	R
VDD <del>§</del>	Im Inland nachgefragte Inlandsproduktion	N
Q	Bruttonationalprodukt zu Marktpreisen	R
Q <del>§</del>	Bruttonationalprodukt zu Marktpreisen	N
VD	Inlandsnachfrage	R
VD <del>§</del>	Inlandsnachfrage	N
V	Gesamtnachfrage	R
V <del>§</del>	Gesamtnachfrage	N

---

---

Verwendungsseite, exogene Größen

---

CG	Öffentlicher Konsum	R
X	Exporte i.w.S	R
TIME	Zeittrend	
D <sup>C</sup>	Mehrwertsteuerdummy	
D	Abgangsrate	

---

Entstehungsseite, endogene Größen

---

LK	Kapitalintensität (invers)	
L	Arbeitseinsatz	
K	Kapitalstock	R
n <sup>C'</sup>	Normalauslastungsrate des Faktors Kapital	
n <sup>L'</sup>	Normalauslastungsrate des Faktors Arbeit	
K <sup>g</sup>	Durchschnittlicher Kapitalstock	R
L <sup>f</sup>	Vollbeschäftigungsniveau	
QPOT	Potentialoutput	R
QQPOT	Potentialauslastungsrate	

---

Entstehungsseite, exogene Größen

---

B	Arbeitsangebot	
---	----------------	--

---

Einkommensseite (Lohn-Preis-Sektor), endogene Größen

---

PR	Arbeitsproduktivität	
ULC	Unit Labour Costs	
W	Bruttolohnsatz pro Beschäftigten und Jahr	
R	Rental Price of Capital	
PCP	Privater Konsum	D
PCG	Öffentlicher Konsum	D
PIF	Bruttoanlageinvestitionen	D
PII	Lagerinvestitionen	D
PX	Exporte i.w.S.	D

Fortsetzung:

PVDD	Im Inland nachgefragte Inlandsproduktion	D
PQ	Bruttonationalprodukt zu Marktpreisen	D
PVD	Inlandsnachfrage	D
PV	Gesamtnachfrage	D
YWG\$	Lohn- und Gehaltssumme	N
YD\$	Disponibles Einkommen	N
YD	Disponibles Einkommen	R

---

Einkommensseite (Lohn-Preis-Sektor), exogene Größen

---

PM	Importe i.w.S.	D
PL	Beitrag der Land- und Forstwirtschaft zum BNP	D
YDYWG	Quote "Lohn- und Gehaltssumme durch disponibles Einkommen"	
D <sup>L</sup>	Lohnrundendummy	
D <sup>I</sup>	Investitionssteuerdummy	

---

Die Präsentation des Modells folgt der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung. Abschnitt 1 ist mit der Verwendungsseite, Abschnitt 2 mit der Entstehungsseite und Kapitel 3 mit der Einkommensseite befaßt. Die Zusammenstellung aller Gleichungen des Modells erfolgt im vierten Abschnitt. Anhang A dient der Herleitung verschiedener in diesem Teil der Arbeit verwendeten Ergebnisse. Die bei der Schätzung des Modells verwendeten Daten sind im Anhang C aufgelistet.

## 1. VERWENDUNGSSEITE

In den Abschnitten 1.1 bis 1.3 wird die Bestimmung der einzelnen Nachfragekomponenten dargestellt. Abschnitt 1.1 enthält den Konsum-, Abschnitt 1.2 den Investitions- und Abschnitt 1.3 den Import-Export-Sektor des Modells. Der Konsumsektor des Modells besteht ebenso wie der Investitionssektor aus zwei Komponenten: Dem privaten und dem öffentlichen Konsum bzw. den Bruttoanlage- und den Lagerinvestitionen. Im Abschnitt 1.4 erfolgt die Berechnung des Bruttonationalprodukts zu Marktpreisen, der Gesamtnachfrage und der Inlandsnachfrage aus den in den Abschnitten 1.1 bis 1.3 berechneten Teilaggregaten.

### 1.1 KONSUM

#### 1.1.1 PRIVATER KONSUM<sup>1)</sup>

Der Anteil des realen privaten Konsums am realen Bruttonationalprodukt zu Marktpreisen beträgt zwischen 1954 und 1974 durchschnittlich 58,8 Prozent. Er variiert zwischen 56,9% im Jahre 1970 und 60,6% im Jahre 1963. An Hand dieser Prozentsätze wird die außerordentliche Bedeutung des privaten Konsums für die wirtschaftliche Entwicklung klar. Die Prognosequalität eines ökonometrischen Modells hängt somit wesentlich von der Güte der Konsumfunktion ab.

##### 1.1.1.1 ALLGEMEINES

Zur Spezifikation der Konsumfunktion werden alternative Hypothesen untersucht<sup>2)</sup>:

- (i) Die Keynes'sche Konsumhypothese
- (ii) Die relative Einkommenshypothese von Duesenberry

---

<sup>1)</sup> Eine detaillierte Studie des privaten Konsums in Österreich findet sich bei I. Schmoranz /54/ sowie G. Kohlhauser /55/. Der ökonometrische Untersuchungszeitraum dieser Arbeiten beläuft sich im wesentlichen auf die Perioden 1954-1972 bzw. 1960-1970.

<sup>2)</sup> vgl. J.M. Keynes /57/, J.S. Duesenberry /58/, T.M. Brown /59/ und M. Friedman /60/. Als Sekundärliteratur sei M.K. Evans /52/ empfohlen. Reader zur Theorie der Konsumfunktion wurden u.a. von E.u.M. Streissler /62/ und H.R. Williams und J.D. Huffnagle /63/ herausgegeben.

- (iii) Die Habit Persistence Hypothese von Brown
- (iv) Die Dauereinkommenshypothese von Friedman.

Wie J.M. Keynes in seiner General Theory erklärt, ist das "letzte Ziel seiner Analyse zu klären, wodurch das Beschäftigungsniveau bestimmt wird". Dieses ist bei Keynes "durch den Schnittpunkt zwischen aggregierter Nachfrage und aggregiertem Angebot festgelegt".<sup>1)</sup> Die aggregierte Nachfragefunktion stellt dabei eine Beziehung zwischen Beschäftigungsniveau und den bei diesem Niveau erwarteten Erträgen dar. Die Erträge ergeben sich aus zwei Komponenten: Den Konsumausgaben bei diesem Beschäftigungsniveau und den Investitionsausgaben. Über die Bestimmungsgründe der Konsumausgaben sagt Keynes: "The amount that the community spends on consumption obviously depends (i) partly on the amount of its income [as an approximation for the level of employment], (ii) partly on the other objective attendant circumstances, and (iii) partly on subjective needs and the psychological propensities and habits of the individuals composing it and the principles on which the income is divided between them..."<sup>2)</sup>.

Keynes schließt eine Veränderung der subjektiv-psychologischen Faktoren nicht aus, nimmt sie jedoch für die kurze Periode, an der Keynes interessiert war, als konstant an. Die wesentlichsten objektiven Faktoren sind für Keynes<sup>3)</sup>:

- (i) Veränderungen im disponiblen Einkommen<sup>4)</sup>
- (ii) Zufällige Veränderungen in den Vermögenswerten
- (iii) Veränderungen des Zinssatzes
- (iv) Veränderungen in den Erwartungen hinsichtlich der Beziehung zwischen gegenwärtigem und zukünftigem Einkommensniveau.

---

<sup>1)</sup> vgl. J.M.Keynes /57/, p.89. Eine Darstellung der wesentlichsten Punkte der Keynes'schen Konsumtheorie findet sich bei I.Schmoranz /54/, pp.88.

<sup>2)</sup> J.M.Keynes /57/, pp.90-91.

<sup>3)</sup> vgl. J.M.Keynes /57/, pp.91, Paragraph 1-6.

<sup>4)</sup> Obwohl J.M.Keynes nicht genau diesen Einkommensbegriff verwendet, geht aus dem Zusammenhang hervor, daß Keynes das disponible Einkommen und nicht das Volkseinkommen als die in diesem Zusammenhang relevante Einkommensgröße betrachtet (vgl. J.M.Keynes /57/, pp.92, Paragraph 2 und 5).

Bei Keynes /57/ selbst findet sich keine explizite Spezifikation der Konsumnachfragefunktion. Er schränkt die Klasse der für ihn zulässigen Funktionen jedoch durch sein "fundamentales psychologische Gesetz" ein: "...men are disposed, as a rule and on the average, to increase their consumption as their income increases, but not by as much as the increase in their income".<sup>1)</sup>

Weiters nimmt er an, daß die kurzfristige Grenzneigung zum Konsum geringer ist als die langfristige und daß selbst in der langen Periode, wenn das Realeinkommen zunimmt, die durchschnittliche Konsumquote fällt.<sup>2)</sup>

In der ökonometrischen Literatur hat sich die Funktion

$$CP_t = a_0 + a_1 YD_t + u_t, \quad a_0 > 0, \quad 0 < a_1 < 1, \quad (A.1.1)$$

als "die" Keynesische Konsumfunktion etabliert.  $CP_t$  ist der reale private Konsum. Als einzige erklärende Variable dient das reale disponible Einkommen,  $YD_t$ . Der Störterm wird mit  $u_t$  bezeichnet. Die marginale Konsumneigung,  $mpc$ , ergibt sich zu

$$mpc = a_1. \quad (A.1.2)$$

Im Gegensatz zur Keynesischen Ansicht, sind die langfristige und kurzfristige marginale Konsumneigung identisch.<sup>3)</sup>

---

1) J.M.Keynes /57/, p.96.

2) vgl. J.M.Keynes /57/, p.97. Die Grenzneigung zum Konsum,  $mpc$ , ist definiert als (vgl. J.M.Keynes /57/, p.115):

$$mpc = \frac{\Delta CP}{\Delta YD} \quad \text{bzw.} \quad \frac{dCP}{dYD}. \quad (A.1.3)$$

Unter der durchschnittlichen Konsumquote,  $apc$ , sei

$$apc = \frac{CP}{YD} \quad (A.1.4)$$

verstanden.

3) Keynes selbst begründet seine Meinung, daß die kurzfristige Konsumneigung kleiner ist als die langfristige wie folgt: "... a man's habitual standard of life usually has the first claim on his income, and he is apt to save the difference which discovers itself between his actual income and the expense of his habitual standard; or, if he does adjust his expenditures to changes in his income, he will over short periods do so imperfectly (Keynes /57/, p.97)".

Die durchschnittliche Konsumquote

$$apc_t = \frac{CP_t}{YD_t} = \frac{a_0}{YD_t} + a_1 \quad (A.1.5)$$

nimmt bei säkularem Wachstum des disponiblen Einkommens langfristig ab und gibt bezüglich dieses Aspekts die Keynesische Sicht des Konsumverhaltens richtig wieder.<sup>1)</sup>

Die Tatsache, daß sich die Keynesische Hypothese einer fallenden Konsumquote bei steigendem Einkommen - vor allem für die USA - im Aggregat als empirisch falsch erwies, führte zur Spezifikation alternativer Konsumfunktionen.<sup>2)</sup> J.S.Duesenbery /58/ versucht, den empirischen Befund einer über die lange Periode zyklisch um einen festen Wert schwankenden Konsumquote mit Hilfe seiner "relativen Einkommenshypothese" zu erklären. Sie basiert auf zwei Grundannahmen:

- (i) Das Konsumverhalten der Individuen ist interdependent: Die Konsumquote eines Individuums hängt nicht von der absoluten Höhe seines Einkommens, sondern von seiner relativen Stellung innerhalb der Einkommenspyramide ab. Verändert das Individuum seine relative Stellung in die Richtung höherer Einkommen, sinkt seine Konsumquote. Eine Erhöhung des Einkommens ohne Veränderung der relativen Einkommensposition läßt die Konsumquote unberührt. D.h., nimmt man an, daß sich individuelle Veränderungen in der Einkommenspyramide im Aggregat ausgleichen, bewirkt das säkulare Einkommenswachstum keine Senkung der durchschnittlichen Konsumquote.
- (ii) Das Konsumverhalten ist zeitlich irreversibel: Während eine Erhöhung des Einkommens keinen Effekt auf die Konsumquote zeigt, hat ein Sinken des Einkommens kein strikt proportionales, sondern ein prozentuell geringeres Sinken des Konsums zur Folge. Die Konsumenten richten sich in ihrer Konsumententscheidung nach dem maximalen Einkommen früherer Perioden. Sein Einfluß bleibt über die Zeit zur Gänze erhalten.

---

<sup>1)</sup> vgl. J.M. Keynes /57/, p.97: "...apart from short-period changes in the level of income, it is also obvious that a higher absolute level of income will tend, as a rule, to widen the gap between income and consumption".

<sup>2)</sup> Österreichische Daten spiegeln jedoch den Befund einer säkular konstanten Konsumquote nicht wieder. Die durchschnittliche Konsumquote,  $apc$ , sinkt zwischen 1954 und 1975 um durchschnittlich 0.5% pro Jahr.

Die funktionale Darstellung der Duesenberryschen relativen Einkommenshypothese ergibt:

$$\frac{CP_t}{YD_t} = a_0 + a_1 \frac{YD_t}{YD_t^0} + u_t, \quad a_1 < 0, \quad (\text{A.1.6})$$

wobei  $YD_t^0$  das maximale Einkommen vergangener Perioden darstellt. In einer stetig wachsenden Wirtschaft gilt:

$$YD_t^0 = YD_{t-1} \quad (\text{A.1.7})$$

Gegen die relative Einkommenshypothese werden u.a. von M.K.Evans vor allem folgende drei Einwände angeführt:<sup>1)</sup>

- (i) Die von Duesenberry geschätzten Parameter,  $a_0 = 1.2$  und  $a_1 = -0.25$ , implizieren, daß sich Einkommen und Konsum stets in die gleiche Richtung bewegen. Eine Analyse der Zeitreihen des privaten Konsums und des disponiblen Einkommens zeigt jedoch mitunter ein Anwachsen des Konsums bei gleichzeitiger geringerer Einkommensverminderung.
- (ii) Die Gleichung (A.1.6) führt zu einer nahezu stabil proportionalen Beziehung zwischen der Wachstumsrate des disponiblen Einkommens und der des privaten Konsums, d.h. der Proportionalitätsfaktor ist unabhängig von der Höhe der Zuwachsrate des Einkommens. Es ist jedoch zu vermuten, daß höhere Einkommenszuwächse zu einer proportional geringeren Konsumentenausweitung führen als kleinere Einkommenssteigerungen.
- (iii) Die Annahme irreversiblen Konsumverhaltens ist unplausibel. Vielmehr ist zu erwarten, daß der Einfluß des Höchsteinkommens vergangener Perioden mit der Zeit abnimmt.

Während die Keynesische sowie die von Duesenberry spezifizierte Konsumfunktion implizieren, daß die gesamte Konsumreaktion bezüglich einer Einkommensveränderung innerhalb einer Periode erfolgt, betont T.M.Brown: " The full reaction of consumers to changes in income does not occur immediately but instead takes

---

<sup>1)</sup> vgl. M.K.Evans /52/, p. 19.

place gradually"<sup>1)</sup>). Weiters ist T.M.Brown der Ansicht, daß der Einfluß vergangener Konsumgewohnheiten - und damit in der Vergangenheit erzielter Einkommen - kontinuierlich mit der Zeit abnimmt. Die mathematische Spezifikation seiner Konsumfunktion

$$CP_t = a_0 + a_1 YD_t + a_2 CP_{t-1} + u_t, \quad 0 < a_2 < 1, \quad (A.1.8)$$

begründet T.M.Brown folgendermaßen: "... as each new real consumption vector occurs it becomes the most recent one, and hence the strongest habit-forming experience; but it, itself, has been influenced by earlier consumption experience and habits. Any level of actual consumption then represents the cumulation of all past experience, and hence a single lag of only one time period seems to be all that is required".<sup>2)</sup>

Die Brownsche Konsumfunktion (A.1.8) stellt einen autoregressiven Prozeß erster Ordnung dar. Die Anwendung der "Koyck-Transformation" liefert:<sup>3)</sup>

$$CP_t = a_0 \sum_{v=0}^{\infty} a_2^v + a_1 \sum_{v=0}^{\infty} a_2^v YD_{t-v} + \sum_{v=0}^{\infty} a_2^v u_{t-v}, \quad 0 < a_2 < 1. \quad (A.1.9)$$

Diese Darstellung zeigt deutlich den abklingenden Einfluß des Einkommens vergangener Perioden.

Die kurzfristige Grenzneigung zum Konsum, smpc, ergibt sich unmittelbar aus (A.1.8) zu:

$$smpc = a_2. \quad (A.1.10)$$

Der Berechnung der langfristigen marginalen Konsumneigung, lmpc, wird ein Modell mit konstant wachsendem Konsum zugrunde gelegt:<sup>4)</sup>

$$CP_t = (1+\lambda)CP_{t-1} \quad (A.1.11)$$

1) vgl. T.M.Brown /59/, p.355.

2) vgl. T.M.Brown /59/, p.370.

3) vgl. L.M.Koyck /30/.

4) Zuweilen erfolgt die Berechnung der langfristigen Grenzneigung zum Konsum, indem  $C = C_{-1}$  gesetzt wird. Eine stationäre Wirtschaft scheint jedoch keine realitätskonforme Modellierung der tatsächlichen langfristigen Vorgänge zu sein.

Setzt man (A.1.11) in (A.1.8) ein, erhält man

$$CP_t = \frac{a_0(1+r)}{1+r-a_2} + \frac{a_1(1+r)}{1+r-a_2} YD_t. \quad (A.1.12)$$

Die langfristige marginale Konsumneigung ergibt sich zu:

$$lmpc = \frac{a_1(1+r)}{1+r-a_2}. \quad (A.1.13)$$

Zu einer bis auf die Konstante  $a_0$  identischen Funktionsform wie T.M.Brown gelangt M.Friedman aufgrund seiner Dauereinkommenshypothese:<sup>1)</sup>

$$CP_t = a_1 YD_t + a_2 CP_{t-1}, \quad 0 < a_2 < 1. \quad (A.1.14)$$

Nach Friedman unterscheidet der Konsument zwischen permanentem und vorübergehendem Einkommen,  $YD_t^P$  bzw.  $YD_t^T$ :

$$YD_t = YD_t^P + YD_t^T. \quad (A.1.15)$$

Das permanente Einkommen wird dabei als jene Menge definiert, die ein Konsument konsumieren könnte (oder glaubt, konsumieren zu können) ohne sein Vermögen anzugreifen<sup>2)</sup>. Analog trifft M.Friedman eine Unterscheidung zwischen permanentem und vorübergehendem Konsum,  $CP_t^P$  bzw.  $CP_t^T$ :

$$CP_t = CP_t^P + CP_t^T. \quad (A.1.16)$$

Dabei versteht er unter dem permanenten Konsum den geplanten Konsum<sup>3)</sup>. Dieser wird aufgrund des permanenten Einkommens erstellt:

$$CP_t^P = k(i, w, u) YD_t^P. \quad (A.1.17)$$

---

<sup>1)</sup> vgl. M.Friedman /60/. Dieselbe Funktion leiten A.Ando und F.Modigliani /61/ aufgrund ihrer "Lebenszyklus-Hypothese" ab.

<sup>2)</sup> vgl. M.Friedman /60/, p.10.

<sup>3)</sup> vgl. M.Friedman /60/, p.11.

Die Konsumquote  $k$  ist unabhängig vom Niveau des Einkommens. Sie wird bestimmt durch den Zinssatz,  $i$ , das Verhältnis zwischen Sachgütereinkommen und permanentem Einkommen,  $w$ , sowie andere ökonomische und demographische Faktoren, die durch  $u$  repräsentiert werden<sup>1)</sup>. Weiters unterstellt M.Friedman, daß die vorübergehende Komponente des Einkommens und des Konsums im Mittel Null ergeben und diese beiden Größen nicht miteinander korreliert sind. Die letzte Annahme impliziert, daß zufällige Einkommensschwankungen zur Gänze gespart werden bzw. ein Entsparen in derselben Größenordnung bewirken. Als Ursachen für den vorübergehenden Konsum führt M.Friedman an: "Unusual sickness, a special favorable opportunity to purchase, and the like ..." <sup>2)</sup>.

Für empirische Untersuchungen ist es notwendig,  $CP_t^P$  und  $YD_t^P$ , auf empirisch beobachtbare Größen zurückzuführen. Für den permanenten Konsum wählt M.Friedman, mit der Begründung, daß die vorübergehende Komponente des privaten Konsums gemittelt über eine größere Anzahl von Personen Null ergibt, den tatsächlichen Konsum:

$$CP_t^P = CP_t \quad (A.1.18)$$

Das permanente Einkommen wird als gewichtete Summe des tatsächlichen Einkommens dieser und vergangener Perioden spezifiziert. Die Gewichte werden als geometrisch fallend angenommen:

$$YD_t^P = \beta \sum_{i=0}^n \lambda^i YD_{t-i}, \quad 0 < \lambda < 1. \quad (A.1.19)$$

$\beta$  stellt den Anpassungskoeffizienten zwischen tatsächlichem und erwartetem Einkommen dar. Setzt man (A.1.18) und (A.1.19) in (A.1.17) ein erhält man:

- 
- 1) Die Konstanz von  $i$ ,  $w$  und  $u$  impliziert die Konstanz der Konsumquote.
  - 2) vgl. M.Friedman /60/, p.26.
  - 3) vgl. M.Friedman /60/, pp. 143-147. Für seine empirische Untersuchung wählt Friedman  $n = 17$ , während im theoretischen Ansatz  $n$  gegen unendlich strebt. Die Gewichte  $\lambda^i$  sind folgendermaßen spezifiziert:  $\lambda^i = \exp[i(\beta - \alpha)]$ .  $\alpha$  stellt die durchschnittliche Wachstumsrate von  $YD_t$  dar.

$$CP_t = k\beta \sum_{i=0}^n \lambda^i YD_{t-i}, \quad 0 < \lambda < 1. \quad (A.1.20)$$

Für  $n \rightarrow \infty$  folgt aus (A.1.20) unter Verwendung der Koyck-Transformation

$$CP_t = a_1 YD_t + a_2 CP_{t-1}, \quad 0 < a_2 < 1, \quad (A.1.14)$$

mit

$$a_2 = \lambda \text{ und } a_1 = k\beta. \quad (A.1.21)$$

### 1.1.1.2 DAS ZUGRUNDELIEGENDE SCHÄTZMODELL

Das der Schätzung der Konsumfunktionen (A.1.1), (A.1.6), (A.1.8) und (A.1.14) zugrundeliegende Modell ist das gewöhnliche lineare Regressionsmodell (OLS) mit stochastischen Regressoren:<sup>1)</sup>

$$y = X \cdot \beta + u$$

mit

$$\begin{aligned} y' &= [y_1, \dots, y_T], \\ X &= [x_1, \dots, x_K] = \begin{bmatrix} x(1) \\ \vdots \\ x(T) \end{bmatrix}, \\ x_i' &= [x_{1i}, \dots, x_{Ti}], \quad i = 1, \dots, K, \\ x(t) &= [x_{t1}, \dots, x_{tK}], \quad t = 1, \dots, T, \\ \beta' &= [\beta_1, \dots, \beta_K], \\ u' &= [u_1, \dots, u_T]. \end{aligned} \quad (A.1.22)$$

$y$  ist der Beobachtungsvektor der abhängigen Variablen,  $x_i$  der Beobachtungsvektor der  $i$ -ten erklärenden Variablen,  $u$  der Residuen- und  $\beta$  der Parametervektor.  $X, y$  und  $u$  bilden mehrdimensionale Zufallsvariable.  $T$  ist die Anzahl der Beobachtungen und  $K$  die Anzahl der erklärenden Variablen.

Die OLS-Methode liefert als Schätzwert für  $\beta$ :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y. \quad (A.1.23)$$

---

<sup>1)</sup> Eine kurze Zusammenfassung aller Annahmen, die diesem Modell zugrunde liegen, findet sich bei P.Schönfeld /9/, ch.8, A.S.Goldberger /11/, ch.6, J.Johnston /12/, ch.9. Das Symbol "" steht für "transponiert".

Die Schätzung der abhängigen Variablen bzw. der Störvariablen ergibt:

$$\hat{y} = X\hat{\beta} \quad (\text{A.1.24})$$

bzw.

$$\hat{u} = y - \hat{y} \quad (\text{A.1.25})$$

Die Schätzung der Varianz von  $u_t$ ,  $\sigma^2$ , erfolgt mittels der Statistik

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{u}'\hat{u}}{T-K}, \quad (\text{A.1.26})$$

die Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrix des geschätzten Parametervektors  $\hat{\beta}$ ,  $\sum \hat{\beta}\hat{\beta}'$ , durch

$$\sum \hat{\beta}\hat{\beta}' = \hat{\sigma}^2 (X'X)^{-1} \quad (\text{A.1.27})$$

Im folgenden seien kurz die wichtigsten Eigenschaften der Statistiken  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\sigma}^2$  und  $\sum \hat{\beta}\hat{\beta}'$  zusammengefaßt.

(i) Unabhängige stochastische lineare Regression:<sup>1)</sup>

Im gewöhnlichen stochastischen linearen Regressionsmodell sind unter der Annahme, daß  $X$  und  $u$  unabhängig voneinander verteilt sind, die OLS-Schätzungen  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\sigma}^2$  bzw.  $\sum \hat{\beta}\hat{\beta}'$  erwartungstreu und konsistent für  $\beta$ ,  $\sigma^2$  bzw.  $\sum \beta\beta'$ .  $\hat{\beta}$  bleibt auch im Falle autokorrelierter Residuen erwartungstreu und konsistent.

(ii) Kontemporär unkorrelierte stochastische lineare Regression:<sup>2)</sup>

Im gewöhnlichen stochastischen linearen Regressionsmodell sind unter der Annahme, daß  $x(t)$  mit  $u_t, u_{t+1}, u_{t+2}, \dots$  unkorreliert ist, die OLS-Schätzungen  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\sigma}^2$  bzw.  $\sum \hat{\beta}\hat{\beta}'$  konsistent für  $\beta$ ,  $\sigma^2$  bzw.  $\sum \beta\beta'$ . Sie sind jedoch i.a. nicht erwartungstreu.

Das autoregressive Modell

$$y = \beta_1 y_{-1} + \beta_2 y_{-2} + \dots + \beta_H y_{-H} + \beta_{H+1} x_{H+1} + \dots + \beta_K x_K + u \quad (\text{A.1.28})$$

mit

$$y'_{-i} = [y_{1-i}, \dots, y_{T-i}]$$

und

$$0 \leq H \leq K$$

<sup>1)</sup> vgl. P.Schönfeld /9/, p.21, A.S.Goldberger /11/, p. 268 u. p.271.

<sup>2)</sup> vgl. P.Schönfeld /9/, p.28, A.S.Goldberger /11/, p. 280.

kann als Spezialfall des kontemporär unkorrelierten stochastischen linearen Regressionsmodell aufgefaßt werden.<sup>1)</sup> Die Parameterschätzungen sind daher konsistent. Allerdings tritt bei kleinen Stichproben eine Verzerrung auf.<sup>2)</sup> Diese wurde erstmals von L. Hurwicz /18/ analytisch untersucht. Monte Carlo Studien dieses Problems stammen von D. Cochrane und G.H. Orcutt /64/, /65/ und E. Malinvaud /19/. Die Eigenschaft der Konsistenz geht bei Autokorrelation in den Residuen verloren.<sup>3)</sup>

Die Unverzerrtheit der OLS-Schätzer hängt also wesentlich von der Unabhängigkeit bzw. der kontemporären Unkorreliertheit zwischen Störterm und erklärenden Variablen ab. Diese Annahme ist i.a. in simultanen Gleichungssystemen nicht erfüllt.<sup>4)</sup> Eine Verzerrung der Schätzer kann die Folge sein. Sie ist unter der Bezeichnung "interdependente Verzerrung" bzw. "simultaneous equation bias" bekannt.

- 
- 1) vgl. A.S.Goldberger /11/, p.280. Der Vektor  $y_{-1}$  ist, da  $y_{t-i}$  von  $u_{t-i}$  abhängt, sicherlich mit dem Residuenvektor  $u$  korreliert, nicht jedoch, sofern die Residuen nicht autokorreliert sind, mit  $u_t, u_{t+1}, \dots$
- 2) vgl. G.Tintner /6/, ch.10.3.3, P.Schönfeld /9/, ch.9, E.Malinvaud /10/, ch.14, A.S.Goldberger /11/, ch.6.3.
- 3) vgl. P.Schönfeld /9/, ch.9.4.
- 4) So läßt sich anhand des einfachen Keyneschen 2-Gleichungssystems

$$C_t = a + bY_t + u_t,$$

$$Y_t = C_t + I_t$$

zeigen, daß  $Y_t$  und  $u_t$  korreliert sind. Mit  $C_t$  sei hier der Konsum, mit  $Y_t$  das Einkommen und mit  $I_t$  die exogene Investition bezeichnet. Es gilt

$$E(Y_t u_t) = \frac{\sigma^2}{1-b} \neq 0 \quad \text{und} \quad \text{plim } \hat{\beta} = b + \frac{\sigma^2}{(1-b) \cdot \text{var}(Y_t)} .$$

(Siehe A.S. Goldberger /11/, ch.7.2, E.Malinvaud /10/, ch.4.3, J.Johnston /12/, ch.12.1). Zur Schätzproblematik simultaner Gleichungssysteme vgl. G.Tintner /7/, ch.6, P.Schönfeld /9/, E.Malinvaud /10/, J.Johnston /12/, A.S.Goldberger /11/.

Abhilfe würde eine simultane Schätzung des gesamten Modells bringen. Das vorliegende Modell wurde nichtlinear spezifiziert. Dem Autor steht jedoch nur ein Programmpaket zur Schätzung linearer simultaner Gleichungssysteme zur Verfügung. Dem Problem der interdependenten Verzerrung wird daher in dieser Arbeit dadurch Rechnung zu tragen versucht, daß der lineare Lohn-Preis-sektor mit der 2SLS-Methode und der Produktionssektor mittels einer 2-Schritte-Methode, die konsistente Ergebnisse liefert, geschätzt wird.

Die im folgenden getroffenen Aussagen über die Eigenschaften der geschätzten Parameter von Einzelgleichungen bzw. ganzer Sektoren gehen auf einen möglichen simultaneous equation bias nicht ein. D.h. diese Aussagen sind nur dann exakt, wenn der simultaneous equation bias innerhalb des getroffenen Arrangements von Einzelgleichungsschätzung und simultaner Schätzung von stark interdependenten Sektoren des Modells vernachlässigt werden kann.

### 1.1.1.3 SCHÄTZUNG DER VERHALTENSGLEICHUNG

Die Schätzung der Gleichungen (A.1.1), (A.1.6), (A.1.8) und (A.1.14) mit Hilfe der OLS-Methode führt zu folgenden Ergebnissen:<sup>1)</sup>

(i) Keynesische Konsumhypothese

$$\begin{array}{rcccl}
 CP_t & = & 7.16704 & + & .84072 YD_t & + & 4.23242 D_t^c & & R^2 = .999 \\
 & & (7.28) & & (147.90) & & (3.63) & & DW = 1.586 \text{ (A.1.29)} \\
 & & & & 55 - 74 & & & & SE = 1.07784
 \end{array}$$

(ii) Relative Einkommenshypothese

$$\begin{array}{rcccl}
 \frac{CP_t}{YD_t} & = & .57990 & + & .29373 \frac{YD_t}{YD_{t-1}} & & R^2 = .213 \\
 & & (4.12) & & (2.21) & & DW = 1.212 \text{ (A.1.30)} \\
 & & & & 55 - 74 & & SE = .01388
 \end{array}$$

<sup>1)</sup> Mit  $R^2$  wird der Korrelationskoeffizient, mit DW die Durbin-Watson-Teststatistik und mit SE die geschätzte Standardabweichung der Fehlervariablen bezeichnet. Unter jedem geschätzten Parameter steht der zugehörige t-Wert in Klammern. ( $H_0$ : Der Parameter ist gleich Null,  $H_1$ : Der Parameter ist ungleich Null). Die Schätzperiode ist unter jeder Gleichung angegeben.

(iii) Brownsche Konsumfunktion

$$\begin{aligned}
 CP_t &= 5.84755 + .55115 YD_t + .35235 CP_{t-1} + 5.36289 D_t^C & R^2 &= 1.000 \\
 & \quad (6.87) \quad (6.05) \quad (3.18) \quad (5.33) & DW &= 1.778 \\
 & \quad \quad \quad 55 - 74 & SE &= .86937 \\
 & & & (A.1.31)
 \end{aligned}$$

(iv) Dauereinkommenshypothese

$$\begin{aligned}
 CP_t &= .27299 YD_t + .72320 CP_{t-1} + 5.13811 D_t^C & R^2 &= .999 \\
 & \quad (1.73) \quad (3.88) \quad (2.65) & DW &= .587 \\
 & \quad \quad \quad 55 - 74 & SE &= 1.67692 \\
 & & & (A.1.32)
 \end{aligned}$$

Der reale private Konsum,  $CP_t$ , wird ebenso wie das reale disponible Einkommen,  $YD_t$  in Mrd.S zu Preisen 64 gemessen. Als Deflator des nominellen disponiblen Einkommens wurde der Preisindex des privaten Konsums herangezogen.  $D_t^C$  ist eine Dummyvariable zur Berücksichtigung der Vorziehkäufe im Jahre 1972 aufgrund der Umstellung auf das Mehrwertsteuersystem zum 1.1.1973. Sie enthält für 1972 eine Eins, ansonsten besitzt sie den Wert Null. Ihre Berechtigung wird am Ende dieses Abschnitts noch genauer untersucht.

Die geschätzten Parameter aller untersuchten Funktionen sind - mit einer Ausnahme - mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% signifikant von Null verschieden. Der zweite Parameter der Duesenberryschen Konsumfunktion (A.1.30) besitzt das falsche Vorzeichen.<sup>1)</sup> Diese Funktion wird daher im weiteren nicht näher untersucht.

Die Korrelationskoeffizienten erweisen sich für alle übrigen Funktionen als sehr hoch. Die DW-Statistik lehnt allerdings bei der Friedmanschen Konsumfunktion (A.1.32) die Hypothese nicht autokorrelierter Residuen mit 95%-iger Sicherheitswahrscheinlichkeit ab. Dies impliziert, da diese Konsumfunktion einen autoregressiven Prozeß erster Ordnung darstellt, daß die Parameterschätzungen

<sup>1)</sup> vgl. Gl.(A.1.6). Außerdem zeigt diese Funktion sehr schlechte Anpassungswerte.

inkonsistent sind, und deutet auf eine falsche Spezifikation der Funktion hin.<sup>1)</sup>

Scheidet man aus diesem Grund auch die Dauereinkommenshypothese aus, verbleiben die Keynesische und die Brownsche Konsumfunktion zur Auswahl. Dazu geben wir eine Gegenüberstellung der implizierten Grenzneigungen zum Konsum und verschiedener statistischer Kennzahlen:<sup>2)</sup>

- 1) Bezüglich der Inkonsistenz von Parameterschätzungen in autoregressiven Modellen mit autokorrelierten Residuen vgl. Kapitel 1.1.1.2 bzw. P.Schönfeld /9/, ch.9.4.  
 2) Bei der Interpretation des DW-Test (vgl. J.Durbin u. G.S.Watson /49/) muß beachtet werden, daß das Prüfmaß

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}$$

ebenso wie der Schätzwert des Autokorrelationskoeffizienten erster Ordnung,

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2},$$

im Falle autoregressiver Modelle asymptotisch in Richtung Nichtkorrelation der Störvariablen verzerrt ist (vgl. P.Schönfeld /9/, pp.63-64). Bei J.Durbin /50/ findet sich ein asymptotisch gültiger Test für große Stichproben, der diesem Sachverhalt Rechnung trägt. Das autoregressive Modell sei gegeben durch

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_H y_{t-H} + \beta_{H+1} x_t^{H+1} + \dots + \beta_{H+K} x_t^K + u_t$$

mit

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t,$$

wobei  $\{\varepsilon_t\}$  reines weißes Rauschen darstellt. Analog zum DW-Test soll die Nullhypothese  $H_0: \rho = 0$  gegen die Alternativhypothese  $H_1: \rho \neq 0$  getestet werden. Die Teststatistik

$$h = (1 - \frac{1}{2}d) \cdot \sqrt{\frac{T}{1 - T \cdot \text{var}(\hat{\beta}_1)}}$$

ist unter der Nullhypothese asymptotisch normalverteilt mit  $N(0,1)$ . Sie läßt sich aus den bei der OLS-Schätzung üblichen Statistiken berechnen. T ist der Stichprobenumfang. In der vorliegenden Arbeit wird zu jedem Parameter der zugehörige t-Wert und nicht die Standardabweichung angegeben. Es sei betont, daß  $t = \hat{\beta}_j / \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_j)}$  gilt. Für  $h > 1,64$  kann die Nullhypothese mit 95%-iger Sicherheitswahrscheinlichkeit abgelehnt werden. Im Falle der Brownschen Konsumfunktion erhalten wir  $h = .5713$ .

	Keynes	Brown
Kurzfristige Grenz- neigung zum Konsum (smpc)	.840	.551
Langfristige Grenz- neigung zum Konsum (lmpc)	.840	.830
R <sup>2</sup>	.999	1.000
DW	1.586	1.778
SE	1.07784	.86937

Tab.A.1.1.:Gegenüberstellung der Schätzergebnisse der  
Keyneschen und Brownschen Konsumfunktion

Die Berechnungen der Grenzneigungen zum Konsum erfolgt gemäß den Gleichungen (A.1.2), (A.1.10) und (A.1.13). Die aufgefundenen Werte stimmen gut mit denen anderer Studien überein<sup>1)</sup>. Der Unterschied zwischen beiden Hypothesen liegt nicht in der langfristigen sondern allein in der implizierten kurzfristigen marginalen Konsumneigung. Da sich Erwartungen und Verhaltensweisen i.a. nicht ad hoc ändern, erscheint das von der Brownschen Konsumfunktion implizierte Ergebnis, daß die kurzfristige Grenzneigung zum Konsum kleiner ist als die langfristige, plausibler als die von der sogenannten Keyneschen Konsumfunktion implizierte Gleichheit der beiden Größen.<sup>2)</sup> Auch die um 20% geringere Standardabweichung der Fehlervariablen deutet darauf hin, daß die Brownsche Konsumfunktion die geeignetere Spezifikation darstellt.

Um die Berechtigung der Mehrwertsteuerdummy  $D_t^C$  zu untersuchen, werden für die Brownsche Konsumfunktion

$$CP_t = a_0 + a_1 YD_t + a_2 CP_{t-1} + a_3 D_t^C + u_t \quad (A.1.33)$$

zwei "window regressions" durchgeführt: Einmal mit und einmal

---

1) vgl. M.K.Evans /52/, p.65.

2) vgl. Fußnote 3 auf Seite 12.

Schätzperiode	$a_0$	t-Wert $a_0$	$a_1$	t-Wert $a_1$	$a_2$	t-Wert $a_2$	$a_3$	t-Wert $a_3$	$R^2$	DW	SE
55-70	5.827	5.24	.571	3.81	.329	1.85	-	-	.999	1.698	.935
55-71	5.847	5.51	.556	5.88	.345	3.00	-	-	.999	1.735	.901
55-72	4.787	2.92	.716	5.12	.167	.97	-	-	.998	1.780	1.422
55-73	5.074	3.50	.724	5.36	.155	.94	-	-	.999	2.345	1.385
55-74	5.737	4.13	.726	5.27	.147	.87	-	-	.999	2.195	1.5617

Tab. A.1.2.: Brownsche Konsumfunktion: Window-Regression ohne Mehrwertsteuerdummy

Schätzperiode	$a_0$	t-Wert $a_0$	$a_1$	t-Wert $a_1$	$a_2$	t-Wert $a_2$	$a_3$	t-Wert $a_3$	$R^2$	DW	SE
55-72	5.832	5.48	.560	5.85	.341	2.93	5.369	4.86	.999	1.743	.9046
55-73	5.550	5.98	.558	5.97	.346	3.06	5.211	4.97	.999	1,727	.8846
55-74	5.847	6.87	.551	6.05	.352	3.18	5.362	5.33	1.000	1.778	.8693

Tab. A.1.3.: Brownsche Konsumfunktion: Window-Regression mit Mehrwertsteuerdummy

ohne  $D_t^C$ . Der Beginn der Schätzperiode ist 1955, das Ende der Schätzperiode variiert zwischen 1970 und 1974. Die Tabellen A.1.2 und A.1.3 zeigen die erzielten Ergebnisse.

Ohne Mehrwertsteuer besitzt die Reihe der Schätzwerte der kurzfristigen marginalen Konsumneigung im Jahre 1972 einen kräftigen Bruch. Sie erhöht sich von .556 im Jahre 1971 auf über sieben Zehntel in den folgenden Jahren. Zugleich wird der Koeffizient  $a_2$  insignifikant.

Tabelle A.1.3 zeigt, daß dieses Resultat auf die Nichtberücksichtigung der Vorziehkäufe im Jahre 1972 aufgrund der Mehrwertsteuerumstellung zum 1.1.1973 zurückgeführt werden kann. Filtert man diesen Sondereffekt im Jahre 1972 mit Hilfe von  $D_t^C$  aus, führt die Schätzung der Brownschen Konsumfunktion auch bei einer Verlängerung der Schätzperiode über das Jahr 1971 hinaus zu signifikanten Ergebnissen. Die Varianz der kurzfristigen marginalen Konsumneigung erweist sich als minimal.

#### 1.1.1.4 IDENTITÄTEN

Der nominelle private Konsum,  $CP\$/_t$ , wird durch die Identität

$$CP\$/_t = CP_t \frac{PCP_t}{100} \quad (A.1.34)$$

bestimmt. Der Deflator des privaten Konsums,  $PCP_t$ , ergibt sich aus dem Lohn-Preis-Sektor.  $CP\$/_t$  wird in Mrd.S,  $PCP_t$  in Prozenten gemessen.

### 1.1.2 ÖFFENTLICHER KONSUM

Der reale öffentliche Konsum,  $CG_t$ , geht als exogene Größe in das Modell ein. Damit soll nicht ausgedrückt werden, daß der öffentliche Konsum unabhängig von der gesamtwirtschaftlichen Situation ist. Die Reaktion einer Regierung auf eine bestimmte wirtschaftliche Situation wird jedoch wesentlich von ihrem finanz- und geldpolitischem "Kredo" abhängen und ist somit einer Modellierung schwer zugänglich.

Der reale private Konsum wird in Mrd.S zu Preisen 1964 gemessen. Für den nominellen öffentlichen Konsum,  $CG_t^{\$}$ , gilt:

$$CG_t^{\$} = CG_t \cdot PCG_t / 100 . \quad (A1.35)$$

Der Deflator des öffentlichen Konsums,  $PCG_t$ , wird wiederum aus dem Lohn-Preis-Sektor bestimmt. Die Einheit von  $CG_t^{\$}$  ist Mrd.S, die von  $PCG_t$  Prozent.

### 1.2. INVESTITIONEN

Die Gesamtinvestitionen werden disaggregiert nach Bruttoanlageinvestitionen und Lagerinvestitionen errechnet.

#### 1.2.1 BRUTTOANLAGEINVESTITIONEN

Die Ermittlung des nachgefragten Bruttoanlagevermögens erfolgt gemeinsam mit der Bestimmung der Nachfrage nach Arbeit im Produktionssektor des Modells (Siehe Kapitel 21). Die in der Periode  $t$  getätigten realen Bruttoanlageinvestitionen,  $IF_t$ , ergeben sich als Differenz des realen Bruttoanlagevermögens am Ende der Periode  $t$ ,  $K_t$ , und am Ende der Periode  $t-1$ ,  $K_{t-1}$ , unter Hinzurechnung der Abgänge in der Periode  $t$ ,  $D_t \cdot K_{t-1}$ :

$$IF_t = K_t - (1 - D_t) K_{t-1} . \quad (A.1.36)$$

Die Abgangsrate  $D_t$  stellt eine für das Modell exogene Größe dar. Ihre Ermittlung für die Schätzperiode 1954-1974 erfolgt im Teil B der vorliegenden Arbeit.

Das reale Bruttoanlagevermögen bzw. die realen Bruttoanlageinvestitionen werden in Mrd.S. zu Preisen 1964 gemessen.

Die Bruttoanlageinvestitionen zu laufenden Preisen,  $IF\$_t$ , werden mittels der Definitionsgleichung

$$IF\$_t = IF_t \frac{PIF_t}{100} \quad (A.1.37)$$

errechnet. Der Deflator der Bruttoanlageinvestitionen wird im Lohn-Preis-Sektor des Modells bestimmt. Die Einheit von  $IF\$_t$  ist eine Mrd.S., die von  $PIF_t$  Prozent.

### 1.2.2 LAGERINVESTITIONEN

Der Anteil der Lagerinvestitionen zu Preisen 64,  $II_t$ , am Bruttonationalprodukt zu Preisen 64,  $Q_t$ , schwankt innerhalb des Zeitraumes 1954-1974 zwischen 5,6% im Jahre 1955 und -0.8% im Jahre 1972. Der durchschnittliche Anteil beträgt ca. 2%. Diese außerordentlich große Schwankungsbreite zeigt die Bedeutung der Lagerveränderungen für den konjunkturellen Verlauf des Bruttonationalprodukts - trotz des geringen durchschnittlichen Anteils der ersten Größe an der letzteren.<sup>1)</sup>

Die Wichtigkeit der Lagerinvestitionen für die Konjunktur erkennt man auch, wenn man das Verhältnis der durchschnittlichen absoluten Abweichung der Investitionen und des Bruttonationalprodukts vom jeweiligen exponentiellen Trend,  $II_t^{TR}$  bzw.  $Q_t^{TR}$ , bildet:

$$\frac{\frac{1}{21} \sum_{t=1954}^{1974} /II_t - II_t^{TR}/}{\frac{1}{21} \sum_{t=1954}^{1974} /Q_t - Q_t^{TR}/} = .62 \quad (A.1.38)$$

---

<sup>1)</sup> Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Spezifikation eines mittelfristigen Modells. Die Behandlung konjunktureller Phänomene verursacht daher vielleicht in diesem Zusammenhang Verwunderung. Der Autor ist jedoch nicht der Meinung, daß der Versuch, den Prognosehorizont eines Modells auszudehnen, auf Kosten der kurzfristigen Prognosequalität zu erfolgen hat. Er ist vielmehr der Ansicht, daß die Erweiterung des Prognosehorizonts durch die zusätzliche Berücksichtigung von Aspekten erfolgt, die in der kurzen Periode eine untergeordnete Rolle spielen. (z.B. Bevölkerung, Substitution zwischen Arbeit und Kapital aufgrund einer Veränderung der relativen Preise).

Die Frage, ob die Bedeutung der Lagerinvestitionen im Untersuchungszeitraum tendenzmäßig abgenommen hat, wird wie folgt zu beantworten versucht: Die Periode 1955-1974 wird in vier Fünfjahresperioden unterteilt. Für jedes dieser vier Intervalle werden die Extremwerte des prozentuellen Anteils der Änderung der Lagerinvestitionen gegenüber der Vorperiode am Bruttonationalprodukt,

$$A = \frac{II_t - II_{t-1}}{Q_t} 100, \quad (A.1.39)$$

ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle A.1.4 zusammengefaßt.

Periode	Max(A)	Min(A)
1955 - 1959	3.2	-2.1
1960 - 1964	2.4	-1.8
1965 - 1969	1.2	-1.1
1970 - 1974	3.3	-2.0

Tab. A.1.4: Extremwerte des Quotienten Lagerinvestitionsänderung zu BNP

Man erkennt wohl eine Abnahme der Extremwerte in den Sechzigerjahren<sup>1)</sup>. Die Werte der ersten Hälfte der 70-er Jahre sind jedoch wiederum gleich jenen der zweiten Hälfte der 50-er Jahre.

Der Anteil des Lagerstocks zu Preisen 64,  $KII_t$ , am Bruttonationalprodukt zu Preisen 64,  $Q_t$ ,

$$\alpha_t = \frac{KII_t}{Q_t} 100, \quad (A.1.40)$$

zeigt zwischen 1954 und 1974 steigende Tendenz. Der durchschnittliche Anteil beträgt 26,3%. Eine Regression nach der Zeit ergibt:

---

<sup>1)</sup> Einen ähnlichen Befund erhält R.A.Gordon für die USA. Sein Untersuchungszeitraum ist die Periode 1937-1966. (vgl. R.A.Gordon /66/, p. 19).

$$\hat{\alpha}_t = \alpha_t^{TR} = -2.02 + .43844 \cdot \text{TIME}_t$$

(.50)      (6.91)

$$R^2 = .715$$

$$SE = 1.76098$$

$$DW = .599$$

(A.1.41)

### 1.2.2.1 ALLGEMEINES

Im folgenden werden verschiedene Lagerfunktionen spezifiziert. Der empirische Test erfolgt im Abschnitt 1.2.2.2.

Als Gründe für die Lagerhaltung eines Unternehmens erscheinen vor allem folgende zwei Punkte wesentlich:<sup>1)</sup>

(i) Transaktionsmotiv: Firmen halten einen bestimmten Lagerstock um einen reibungslosen Ablauf ihrer täglichen Transaktionen zu gewährleisten. Die Lager dienen dabei als Puffer zwischen den einzelnen Produktionsstufen sowie zwischen Produktion und endgültiger Verwendung. Die Lagerhaltung ist jedoch mit Kosten verbunden: Opportunitätskosten durch die Bindung von Kapital, Mietkosten, Kosten infolge von Schäden an der Ware während des Lagervorganges, usw. Andererseits kann auch ein zu kleiner Lagerstock zu Kosten für das Unternehmen führen: Stehzeiten im Produktionsvorgang, Pönalen bei der Nichteinhaltung von Lieferterminen, usw. Die Minimierung der Kosten bezüglich eines erwarteten Transaktionsvolumens, die damit verbunden sind, daß man Lager hält bzw. nicht hält, ergibt den vom Unternehmen gewünschten Lagerstock,  $KII_t^d$ .

(ii) Puffer-Stock-Motiv: Ein Unternehmen wird i.a. sein Transaktionsvolumen nicht exakt voraussehen. Die Folge einer Unterschätzung des Transaktionsvolumens wird ein ungeplanter Lagerabbau, die Folge einer Überschätzung ein ungeplanter Lageraufbau sein.<sup>2)</sup> Die Größe der ungeplanten Lagerveränderung

---

<sup>1)</sup> vgl. u.a. G.Thury /73/, M.K.Evans /52/, ch.8, M.C.Lovell /69/ und P.G.Darling und M.C. Lovell /72/.

<sup>2)</sup> Modelle, die auf diesem Aspekt der Lagerhaltung aufbauen, wurden zum ersten Mal von E.Lundberg /74/ spezifiziert. Bei L.A.Metzler /67/ findet sich folgende Kurzcharakteristik der Lundberg-Modelle: "Lundberg ... legte seinen Modellen folgende Annahmen zugrunde: 1. Die Nachfrage der Konsumenten reagiert sofort auf Einkommensveränderungen (d.h., die Einnahmen-Ausgaben-Periode wurde mit Null angenommen). 2. Die Produktion von Konsumgütern folgt einer Veränderung der Verkaufserlöse mit einer Verzögerung von einer Periode. In anderen Worten, man unterstellt, daß die Unternehmer ihre Produktion in der Periode t nach dem Absatz der Periode t-1 ausrichten. Daher

wird von der Flexibilität der Firma und von der Art der Lager (Rohstoffe und Halbfertigwaren bzw. Fertigwaren) abhängen.<sup>1)</sup>

In einem heute klassischen Artikel spezifiziert L.A.Metzler /67/ Lagermodelle, die auf diesen beiden Punkten basieren, und analysiert deren Stabilitätseigenschaften. Metzler beginnt seine Analyse mit einem ganz einfachen Modell, in dem Unternehmen etwaige Differenzen zwischen Produktion und nachgefragtem Konsumvolumen durch Lagerstockänderungen ausgleichen, jedoch nicht versuchen, eingetretene Lagerverluste aufzustocken oder angeschwollene Lagerbestände zu senken. Dieses einfache Modell wird im Laufe der Arbeit Schritt für Schritt erweitert. Am Ende seiner Untersuchung analysiert L.A.Metzler folgendes Modell einer geschlossenen Wirtschaft ohne öffentlichen Sektor:

$$Q_t = C_t^P + II_t^P + IF^0 \quad (A.1.43)$$

$$C_t^P = C_t^e \quad (A.1.44)$$

$$C_t^e = C_{t-1} + \eta [C_{t-1} - C_{t-2}] \quad (A.1.45)$$

$$II_t^P = KII_t^d - KII_{t-1} \quad (A.1.46)$$

$$KII_t^d = \alpha C_t^e \quad (A.1.47)$$

$$KII_{t-1} = KII_{t-1}^d - [C_{t-1} - C_{t-1}^P] \quad (A.1.48)$$

Das Bruttonationalprodukt,  $Q_t$ , ist gleich der Summe der Produktion für den Konsumgütermarkt,  $C_t^P$ , der geplanten Produktion für die Lagerhaltung,  $II_t^P$ , und der autonomen Investition,  $IF^0$ . Die Produktion für den Konsumgütermarkt,  $C_t^P$ , ist gleich der von den Unternehmern erwarteten Konsumnachfrage,  $C_t^e$ . Die Erwartungen der Unternehmer basieren auf dem tatsächlich nachgefragten Konsumvolumen der Vorperiode,  $C_{t-1}$ , und auf der Veränderung der Konsumvolumens in der Vorperiode. Bezüglich des Erwartungskoeffizienten  $\eta$  nimmt Metzler an, daß er zwischen den Grenzen  $-1 \leq \eta \leq 1$  liegt. Für  $\eta = -1$  wird

<sup>1)</sup> vgl. M.C.Lovell /69/, p.307, M.K.Evans /52/, pp.208-209.

Fortsg.

kann eine Diskrepanz zwischen der Gesamtproduktion und dem Gesamtabsatz entstehen. Es wird angenommen, daß diese Diskrepanz durch die Lagerveränderungen ausgeglichen wird (L.A.Metzler /67/, zitiert nach einer Übersetzung von F.Glinsner in W.Weber (Hrsg.)/75/, p.244)".

jede Veränderung in der Konsumnachfrage als temporär angesehen, für  $\eta = 0$  als permanent und für  $\eta = 1$  erwarten die Unternehmer, daß sich die Veränderung ihrem Absolutbetrag nach auch in der nachfolgenden Periode zur Gänze fortsetzt. Die geplante Produktion für die Lagerhaltung,  $II_t^P$ , ist gleich der Differenz zwischen gewünschtem Lagerstock,  $KII_t^d$ , und tatsächlichem Lagerstock der Vorperiode,  $KII_{t-1}$ . Bezüglich des gewünschten Lagerstocks,  $KII_t^d$ , unterstellt Metzler, daß die Unternehmer eine fixe Relation zwischen Lagerstock und (erwartetem) Konsum bzw. Absatz anstreben. Der tatsächliche Lagerstock weicht jedoch vom gewünschten Lagerstock um die Differenz zwischen produzierter und tatsächlich nachgefragter Konsumgütermenge ab: Unerwartet hohe Konsumwünsche werden von den Unternehmern aus Lagerbeständen abgedeckt, nicht nachgefragte Konsumgüter werden auf Lager gelegt<sup>1)</sup>.

Unter Verwendung der verwendungsseitigen Definition des BNP,

$$Q_t = C_t + II_t + IF^0, \quad (A.1.49)$$

wobei mit  $II_t$  die tatsächlichen Lagerinvestitionen bezeichnet werden, gewinnt man aus (A.1.43):

$$\begin{aligned} II_t &= II_t^P + (C_t^P - C_t) = \\ &= (KII_t^d - KII_{t-1}) + (C_t^P - C_t) \end{aligned} \quad (A.1.50)$$

Diese Gleichung impliziert, daß die Unternehmer, sollten sie das nachgefragte Konsumvolumen richtig voraussehen, sowohl in der Lage als auch gewillt sind, ihren Lagerstock innerhalb einer Periode an den gewünschten Stock anzupassen.<sup>2)</sup> Eine rasche An-

<sup>1)</sup> L.A.Metzler /67/ führt seine Lagerzyklusstudien unter der Hypothese einer konstanten Konsumquote  $\beta$  durch:  $C_t = \beta Q_t$ . Er gewinnt aus dem Gleichungssystem (A.1.43)-(A.1.48) die Differenzgleichung

$$Q_t = [(1+\eta)(1+\alpha)] \beta Q_{t-1} - (1+2\eta)(1+\alpha) \beta Q_{t-2} + (1+\alpha) \eta \beta Q_{t-3} + IF^0,$$

die er auf ihre Stabilitätseigenschaften untersucht.

<sup>2)</sup> Die Strenge dieser Annahme hängt wesentlich von der gewählten Periodenlänge ab. In einer späteren Arbeit präzisiert Metzler seinen Periodenbegriff: Als Zeitmaß verwendet er die "durchschnittliche Planungsperiode der Produktion". Diese Größe ist nicht direkt beobachtbar. Eine grobe Abschätzung basierend auf dem Metzlerschen Erklärungsmodell der Lagerzyklen ergibt für die USA, daß die Dauer der durchschnittlichen Planungsperiode ungefähr fünf Monate beträgt. (vgl. L.A.Metzler /68/).

passung ist jedoch sehr oft nur unter erhöhten Kosten möglich. Ein partielles Anpassungsmodell erscheint realistischer und wurde erstmals von L.R.Klein untersucht.<sup>1)</sup> Führt man einen partiellen Anpassungsparameter  $\delta$  in (A.1.50) ein und ersetzt gleichzeitig das Konsumvolumen,  $C_t$ , allgemein durch die Absätze,  $S_t$ , erhält man

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + (S_t^P - S_t) \quad (A.1.51)$$

bzw. unter der Annahme, daß die produzierte Absatzmenge  $S_t^P$  gleich der erwarteten Absatzmenge  $S_t^e$  ist:

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + (S_t^e - S_t). \quad (A.1.52)$$

Der zweite Term in der obenstehenden Gleichung impliziert die Annahme, daß die Produktionspläne der Firmen innerhalb der betrachteten Periode starr sind. Die Firmen sind nicht in der Lage, die innerhalb einer Periode anfallenden Informationen über die tatsächliche Absatzlage - sofern sich eine Diskrepanz zwischen erwartetem und tatsächlichem Absatz zeigt - in eine Änderung der Produktionspläne zu transformieren. A.Okun schlägt eine Lockerung dieser Annahme durch die Einführung eines Inflexibilitätsparameters,  $\lambda$ , vor, die zu folgender Modifikation der Gleichung (A.1.52) führt:<sup>2)</sup>

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + \lambda(S_t^e - S_t). \quad (A.1.53)$$

Dieser Ansatz zur Schätzung von Lagergleichungen wird von M.C. Lovell jedoch nicht auf alle Arten von Lagergütern angewendet. Lovell unterscheidet zwischen Fertigwaren sowie Rohstoffen und Halbfertigwaren und ist der Ansicht, daß das Puffer-Stock-Motiv bei der zweiten Kategorie nur eine untergeordnete Rolle spielt.<sup>3)</sup> Eine nicht erwartete Nachfragesteigerung wird nicht sofort zu

---

1) vgl. L.R.Klein /76/.

2) Siehe M.C.Lovell /69/, pp.306-307.

3) vgl. M.C.Lovell /69/.

einer Aufstockung der Rohstoff- und Halbfertigwarenlager führen, sondern, da die zusätzlich nachgefragten Güter erst produziert werden müssen, sich vorerst in einer Verlängerung der Liste nichtgetätigter Aufträge niederschlagen. Die Aufstockung der Rohstoff- und Halbfertigwarenbestände wird mit einiger Verzögerung erfolgen.

Anders bei den Fertigwarenlagern: Ein zusätzlicher Absatz wird unmittelbar aus Lagerbeständen gedeckt, d.h. eine Verminderung der Lagerbestände bewirken. Die Lagerinvestitionsgleichung für den Rohstoff- und Halbfertigwarenssektor lautet daher bei Lovell,

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + u_t, \quad (A.1.54)$$

die für den Fertigwarenssektor,

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + \lambda(S_t^e - S_t) + u_t. \quad (A.1.53)$$

Verschiedene Autoren nehmen jedoch an, daß die Differenz zwischen erwartetem und tatsächlichem Absatz,  $S_t^e - S_t$ , rein zufällig ist, und denken sich diesen Term, neben anderen erratischen Einflüssen durch den Störterm  $u_t$  repräsentiert.<sup>2)</sup> Sie wählen daher auch für den Fertigwarenssektor den Ansatz (A.1.54). Für den Fall, daß  $S_t^e - S_t$  von den übrigen erklärenden Variablen stochastisch unabhängig verteilt ist, ist keine Verzerrung der Parameterschätzung zu befürchten.

---

1) vgl. M.C.Lovell /69/.

2) vgl. L.R.Klein /76/, D.G.Darling und M.C.Lovell /72/. Eine ausführliche theoretische Rechtfertigung findet sich bei E.Mills /77/. Eine Schätzung der Gleichung (A.1.53) mit US-Quartalsdaten, wobei für  $S_t^e$  Antizipationswerte zur Verfügung standen, ergab:  $\lambda = 0.1$  (vgl. M.V.Lovell /70/.) Die zu erwartende größenordnungsmäßige Auswirkung der Einbeziehung von  $\lambda(S_t^e - S_t)$  in den Störterm erscheint daher nach dieser Untersuchung gering. Bei Jahresdaten kann mit einer weiteren Erhöhung der Flexibilität der Firmen gerechnet werden.

L.A.Metzler nimmt in seiner Studie über die "Natur und Stabilität von Lagerzyklen" eine konstant proportionale Beziehung zwischen gewünschtem Lagerstock und erwartetem Absatz bzw. geplanter Produktion an:<sup>1)</sup>

$$KII_t^d = \alpha S_t^e, \quad \alpha \text{ fest} . \quad (\text{A.1.55})$$

P.G.Darling lockert diese strenge Annahme und schlägt einen über den Lagerzyklus variablen Akzelerator vor<sup>2)</sup>. Mögliche Bestimmungsgründe sind u.a.:<sup>3)</sup>

(i) Nicht getätigte Aufträge: Nichtgetätigte Aufträge bzw. deren Veränderung gegenüber der Vorperiode bieten ein Maß für die Angespanntheit des Marktes. In einer angespannten Marktsituation werden Firmen als vorbeugende Maßnahme gegen eventuelle Schwierigkeiten bei der Belieferung mit Inputs höhere Lagerbestände anstreben als sonst üblich.<sup>4)</sup> Ob den Firmen die gewünschte Aufstockung der Lagerbestände tatsächlich gelingt, muß empirisch untersucht werden. Nicht getätigte Aufträge werden im vorliegenden ökonomischen Modell nicht erklärt. Als Maß für die Angespanntheit des Marktes bietet sich der im Kapitel 2.2 errechnete Potentialauslastungsindex QQPOT an. Folgende Spezifikationen für  $\alpha$  werden empirisch untersucht:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{QQPOT_t - QQPOT_{t-1}}{S_t^e}, \quad (\text{A.1.56})$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{QQPOT_t}{S_t^e} . \quad (\text{A.1.57})$$

---

1) vgl. L.A.Metzler /67/.

2) vgl. P.G.Darling /71/.

3) Bezüglich alternativer Bestimmungsgründe siehe P.G.Darling /71/, P.G.Darling und M.C.Lovell /72/, M.C.Lovell /69/ und M.K.Evans /52/.

4) Diese Erklärung findet sich bei Th.Stanback, Jr. /78/.

(ii) Säkulare Veränderungen: Das angestrebte Verhältnis zwischen Lagerstock und Absatzmenge kann sich langfristig durch einen Wandel der institutionellen Bedingungen verändern. P.G.Darling sieht u.a. folgende Ursachen für eine langfristige Änderung der Relation Lagerstock zu Absatz:<sup>1)</sup>

- a) Änderungen in der Produktionsdauer: Eine Kürzung der Produktionsdauer wird eine Abnahme des benötigten Lagerstocks zur Folge haben.
- b) Fusionen von vertikal orientierten Handelsfirmen werden nach außen hin den Lagerstock pro Absatzeinheit erhöhen.
- c) Änderungen in der Wettbewerbssituation auf Produktmärkten werden möglicherweise Firmen- zur Sicherung ihrer Marktanteile - dazu veranlassen, ein reicheres und größeres Warensortiment auf Lager zu legen, um aufgrund verbesserter Lieferbedingungen konkurrenzfähig zu bleiben.

Die Erfassung säkularer Änderungen wird in der vorliegenden Arbeit in einfacher Weise dadurch versucht, daß  $\alpha$  als Funktion der Zeit spezifiziert wird:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2 \frac{\text{TIME}}{S_t^e} \quad (\text{A.1.58})$$

Die Kombination von (A.1.56) bzw. (A.1.57) und (A.1.58) ergibt:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\text{QQPOT}_t - \text{QQPOT}_{t-1}}{S_t^e} + \alpha_2 \frac{\text{TIME}}{S_t^e} \quad (\text{A.1.59})$$

bzw.

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\text{QQPOT}_t}{S_t^e} + \alpha_2 \frac{\text{TIME}}{S_t^e} \quad (\text{A.1.60})$$

Aufgrund der österreichischen Datenlage ist es nicht möglich, unterschiedliche gesamtwirtschaftliche Lagerfunktionen für Rohstoff- und Halbfertigwaren sowie Fertigwaren zu schätzen (Hypothese (A.1.54) bzw. (A.1.53)). Die in der Volkswirtschaftlichen

---

<sup>1)</sup> vgl. P.G.Darling und M.C.Lovell /72/, p. 147.

Gesamtrechnung ausgewiesenen gesamtwirtschaftlichen Lagerdaten sind nicht nach diesen beiden Komponenten gegliedert.<sup>1)</sup> Folgt man L.R.Klein /76/, E.Mills /77/, usw. und unterstellt, daß der das Puffer-Stock-Motiv repräsentierende Term  $\lambda(S_t^e - S_t)$  nur erratische Beiträge zum Lagerstock liefert und daher in den Störterm einbezogen werden kann, erhält man - wie bereits weiter oben skizziert - als Schätzgleichung für beide Warengruppen:<sup>2)</sup>

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + u_t. \quad (A.1.54)$$

Ein möglicher systematischer Einfluß des Puffer-Stock-Motivs soll jedoch nicht von vornherein ausgeschlossen werden. Es wird daher auch Gleichung (A.1.53), d.h.

$$II_t = \delta(KII_t^d - KII_{t-1}) + \lambda(S_t^e + S_t) + u_t \quad (A.1.53)$$

mit den Daten konfrontiert, obwohl Lovell betont, daß das Puffer-Stock-Motiv nur für Fertigwaren von Bedeutung ist.<sup>3)</sup>

Setzt man (A.1.59) bzw. (A.1.60) in die Gleichung (A.1.54) bzw. (A.1.53) ein, erhält man unter Berücksichtigung der Definitionsgleichung

$$II_t = KII_t - KII_{t-1} \quad (A.1.61)$$

folgende Lagergleichungen:

$$KII_t = a_0 S_t^e + a_1 (QQPOT_t - QQPOT_{t-1}) + a_2 TIME + a_3 KII_{t-1} \quad (A.1.62)$$

$$KII_t = a_0 S_t^e + a_1 QQPOT_t + a_2 TIME + a_3 KII_{t-1} \quad (A.1.63)$$

$$KII_t = a_0 S_t^e + a_1 (QQPOT_t - QQPOT_{t-1}) + a_2 TIME + a_3 KII_{t-1} + \lambda(S_t^e - S_t) \quad (A.1.64)$$

$$KII_t = a_0 S_t^e + a_1 \cdot QQPOT_t + a_2 TIME + a_3 KII_{t-1} + \lambda(S_t^e - S_t). \quad (A.1.65)$$

- 
- 1) Eine grobe Abschätzung aufgrund der von G.Thury /73/ in seiner empirisch deskriptiven Studie über österreichische Lagerbestände berichteten Daten ergibt, daß der gesamtwirtschaftliche Lagerstock ungefähr je zur Hälfte aus Fertigwaren sowie Rohstoffen und Halbfertigwaren bestehen dürfte.
  - 2) Vgl. Seite 34 dieser Arbeit.
  - 3) vgl. M.C.Lovell /69/.

Die Koeffizienten  $a_i$ ,  $i=0, \dots, 3$ , sind definiert als:

$$a_0 = \delta\alpha_0, \quad a_1 = \delta\alpha_1, \quad a_2 = \delta\alpha_2, \quad a_3 = (1-\delta) . \quad (\text{A.1.66})$$

Da für den erwarteten Umsatz  $S_t^e$  keine Antizipationsdaten zur Verfügung stehen, wird den Schätzungen folgendes Erwartungsmodell zugrundegelegt:

$$S_t^e = \varrho S_t + (1-\varrho)S_{t-1}, \quad 0 \leq \varrho \leq 1. \quad (\text{A.1.67})$$

#### 1.2.2.2 SCHÄTZUNG DER VERHALTENSGLEICHUNG

Die Berechnung des gesamtwirtschaftlichen Lagerstocks zu Preisen 1964,  $KII_t$ , basiert auf einer Studie von G.Thury.<sup>1)</sup> Ausgehend von dem in dieser Analyse berechneten Niveau für das Jahr 1964 wurde mit Hilfe der Definitionsgleichung

$$KII_t = II_t + KII_{t-1} \quad (\text{A.1.68})$$

der Lagerstock für die Jahre 1954-1974 bestimmt. Als Einheit für den gesamtwirtschaftlichen Lagerstock,  $KII_t$ , und die gesamtwirtschaftlichen Lagerinvestitionen,  $II_t$ , zu Preisen 64 wurde eine Mrd.S. gewählt.

Als Maß für den tatsächlichen Absatz in der Periode  $t$ ,  $S_t$ , wurde die Größe  $Q_t - II_t$  verwendet, d.h. Output-repräsentiert durch das Bruttonationalprodukt zu Preisen 64 - vermindert um die Lagerveränderung,  $II_t$ . Die Einheit von  $Q_t$  ist wiederum Mrd.S.

Die Potentialauslastung  $QQPOT$  wird in Prozenten gemessen. Der Ursprung der Trendvariablen  $TIME$  liegt im Jahre 1900, d.h. im Jahr 2000 ist der Wert von  $TIME$  gleich 100.

---

<sup>1)</sup> G. Thury, /73/.



Dieses Ergebnis wird auch für die Schätzung der Gleichungen (A.1.63) - (A.1.65) herangezogen:<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned}
 KII_t = & .14627S_{t-1} + 1.02298(QQPOT_t - QQPOT_{t-1}) - .17041TIME + .71202KII_{t-1} - \\
 & (3.63) \quad (4.05) \quad (3.37) \quad (6.55) \\
 & 55 - 74 \\
 & - 10.22957D_t^c \quad R^2 = .995 \\
 & (5.09) \quad DW = 1.497 \\
 & SE = 1.811 \quad (A.1.72)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KII_t = & .16773S_{t-1} + .25516QQPOT_t - .62251TIME + .71051KII_{t-1} - 9.73643D_t^c \\
 & (2.67) \quad (.79) \quad (.96) \quad (4.28) \quad (3.27) \\
 & 55 - 74 \quad R^2 = .990 \\
 & DW = 1.456 \\
 & SE = 2.5699 \quad (A.1.73)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KII_t = & .15158S_t + .02477(S_t - S_{t-1}) + .99475(QQPOT_t - QQPOT_{t-1}) - .17739TIME + \\
 & (2.65) \quad (.14) \quad (2.98) \quad (2.42) \\
 & 55 - 74 \quad R^2 = .995 \\
 & + .69549KII_{t-1} - 10.47539D_t^c \quad DW = 1.513 \\
 & (4.20) \quad (3.80) \quad SE = 1.873 \quad (A.1.74)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KII_t = & .22372S_t + .38489(S_t - S_{t-1}) - .07048QQPOT_t - .10811TIME + .41127KII_{t-1} - \\
 & (3.38) \quad (1.82) \quad (.20) \quad (.16) \quad (1.82) \\
 & 55 - 74 \quad R^2 = .992 \\
 & - 13.11364D_t^c \quad DW = 1.788 \\
 & (3.93) \quad SE = 2.392 \quad (A.1.75)
 \end{aligned}$$

Aus obigen Gleichungen ersieht man, daß die Unternehmer nicht das Niveau sondern die Veränderung des Niveaus der Potentialaus-

---

1) Bezüglich der Interpretation der DW-Statistik in autoregressiven Modellen sei auf den Abschnitt 1.1.1.2 verwiesen.

lastung als Alarmzeichen für eventuelle Störungen in der Belieferung mit Inputs werten, auf das sie dann mit einer Lageraufstockung reagieren: Die Regression nach dem Auslastungsniveau führt jeweils zu insignifikanten Ergebnissen (Gleichung (A.1.73) und (A.1.75)). Zugleich nimmt die geschätzte Streuung der Residuen um ca. 1/4 gegenüber jenen Regressionsgleichungen zu, die die Veränderung des Auslastungsniveaus enthalten (Gleichung (A.1.72) und (A.1.74)).

Vergleicht man (A.1.72) und (A.1.74), so erkennt man, daß die geschätzten Koeffizienten nur minimal von einander abweichen und durchwegs mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% von Null verschieden sind. Nur der das Puffer-Stock-Motiv repräsentierende Term in (A.1.74) ergibt keinen signifikanten Beitrag. Als Lagerinvestitionsgleichung des vorliegenden Modells wird daher (A.1.72) gewählt.

Unter Verwendung von (A.1.66) berechnet man aus (A.1.72):

$$\begin{aligned}\hat{\delta} &= .28798 \\ \hat{\alpha}_0 &= .5079 \\ \hat{\alpha}_1 &= 3.5522 \\ \hat{\alpha}_2 &= -.59186.\end{aligned}\tag{A.1.76}$$

Die jährliche Anpassung an den gewünschten Lagerstock beträgt ungefähr 30%. Für das Verhältnis zwischen gewünschtem Lagerstock und erwartetem Absatz erhalten wir:

$$\hat{\alpha}_t = .5079 + 3.5522 \frac{QQPOT_t - QQPOT_{t-1}}{S_{t-1}} - .59186 \frac{TIME}{S_{t-1}}.\tag{A.1.77}$$

Das negative Vorzeichen bei der Zeitvariablen mag fälschlich zum Schluß verleiten, daß  $\hat{\alpha}$  über die Zeit abnimmt. Anhand einer einfachen Abschätzung soll gezeigt werden, daß dies nicht der Fall ist. Dazu unterstellen wir konstante Potentialauslastung,

$$QQPOT_t = QQPOT_{t-1} , \quad (A.1.78)$$

sowie konstantes Absatzwachstum,

$$S_t = (1+\uparrow)S_{t-1} . \quad (A.1.79)$$

Unter diesen Annahmen ergibt sich die absolute Veränderung von  $\hat{\alpha}_t$  gegenüber der Vorperiode zu:

$$\Delta \hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_t - \hat{\alpha}_{t-1} = \frac{.58186}{(1+\uparrow)S_{t-2}} [\uparrow(\text{TIME}-1)-1] . \quad (A.1.80)$$

Die Variable TIME nimmt in der Schätzperiode die Werte 54 bis 74 an. Die durchschnittliche Wachstumsrate von  $S_t$  beträgt ca. 4,5% d.h.

$$\uparrow = .045 . \quad (A.1.81)$$

Der Ausdruck  $.58186 / [(1+\uparrow)S_{t-2}]$  ist stets positiv.

Um zu zeigen, daß in der Schätzperiode  $\Delta \hat{\alpha}_t > 0$  gilt, genügt es daher, den Term  $[\uparrow(\text{TIME}-1)-1]$  abzuschätzen. Dieser ist monoton steigend in TIME. Es genügt daher,  $[\uparrow(\text{TIME}-1)-1]$  für den kleinsten Wert von TIME innerhalb der Schätzperiode, d.h. TIME = 54, zu berechnen. Wir erhalten

$$\frac{[\uparrow(\text{TIME}-1)-1]}{\text{TIME}=54} = 1.385 > 0 . \quad (A.1.82)$$

womit gezeigt ist, daß innerhalb der Schätzperiode  $\Delta \hat{\alpha}_t > 0$  gilt.<sup>1)</sup>

### 1.2.2.3 IDENTITÄTEN

Die Verhaltensgleichung (A.1.72) dient der Bestimmung des gesamtwirtschaftlichen Lagerstocks. Die gesamtwirtschaftlichen Lagerinvestitionen zu Preisen 64 werden im vorliegenden Modell mittels der Definitionsgleichung

$$II_t = KII_t - KII_{t-1} \quad (A.1.61)$$

---

<sup>1)</sup> Die Erklärung für dieses Ergebnis liegt in der - innerhalb des Untersuchungszeitraumes - kleineren Wachstumsrate der Variablen TIME gegenüber  $S_{t-1}$ .

berechnet. Die nominelle Lagerinvestition,  $II\$_t$ , ergibt sich als Differenz zwischen nominellem Bruttonationalprodukt,  $Q\$_t$ , und den übrigen nominellen Nachfragekomponenten:

$$II\$_t = Q\$_t - CP\$_t - CG\$_t - IF\$_t - X\$_t + M\$_t . \quad (A.1.83)$$

Alle Größen werden in Mrd.S gemessen. Dabei werden mit  $X\$_t$  die Exporte und mit  $M\$_t$  die Importe i.w.S. zu laufenden Preisen bezeichnet.

### 1.3 IMPORTE UND EXPORTE

#### 1.3.1 IMPORTE

Die durchschnittliche Wachstumsrate der Importe i.w.S. zu Preisen 1964,  $M_t$ , beträgt im Beobachtungszeitraum 1954 - 1974 neuneinzelntel Prozent gegenüber einem durchschnittlichen Wachstum des realen Bruttonationalprodukts,  $Q_t$ , von 4,8%. Die Importquote,

$$q_t = \frac{M_t}{Q_t} , \quad (A.1.84)$$

stieg daher - abgesehen von den Jahren 1958, 1964 und 1967 - stetig von 14% im Jahre 1954 auf 39,5% im Jahre 1974. Dieses Ergebnis zeigt die zunehmende Bedeutung des Außenhandelssektors für die österreichische Wirtschaft.<sup>1)</sup> Eine Regression der Importquote nach der Zeit ergibt:

$$\hat{q}_t = q_t^{\text{TREND}} = -.47220 + .01143 \text{TIME}_t \quad R^2 = .964$$

(13.93)	(21.84)	DW = .589
55 - 74		SE = .01350

(A.1.85)

Der Ursprung der Zeitvariablen  $\text{TIME}_t$  liegt im Jahr 1900, d.h. im Jahr 2000 beträgt ihr Wert 100.

---

1) Der Anteil der realen Exporte i.w.S. am realen Bruttonationalprodukt stieg von 16,8% im Jahr 1954 auf 38,9% im Jahr 1974.

### 1.3.1.1 ALLGEMEINES

Bei der Beantwortung der Frage, welche Klassen ökonomischer Variablen das Importvolumen bestimmen, herrscht in der ökonometrischen Literatur Übereinstimmung.<sup>1)</sup> Zwei Gruppen von Größen erscheinen besonders wesentlich:

- (i) Variable, die das inländische Aktivitätsniveau bzw. die Aktivitätsintensität repräsentieren:

Es ist heute eine allgemein anerkannte Tatsache, daß Importbewegungen signifikant mit Bewegungen des inländischen Aktivitätsniveaus korreliert sind.<sup>2)</sup> Welche Variable als Aktivitätsvariable Verwendung findet, hängt von der Art der Importgüter ab, an denen man interessiert ist.<sup>3)</sup> Die vorliegende Arbeit ist mit den Importen i.w.S.d.h. Dienstleistungs- plus Warenimporten, befaßt. Als Größen, die das Aktivitätsniveau repräsentieren, stehen innerhalb des hier dargestellten Modells das disponible Einkommen,  $YD_t$ , und das Bruttonationalprodukt,  $Q_t$ , zur Auswahl.

Im Abschnitt 1.1 wird die Konsumnachfrage als Funktion des disponiblen Einkommens bestimmt. Die Investitionsnachfrage hingegen - Abschnitt 1.2 bzw. 2.1 - wird in der vorliegenden Arbeit u.a. durch die Produktion, d.h. das Bruttonationalprodukt erklärt.<sup>4)</sup> Für die Bestimmung der Konsumgüterimporte,

---

1) Siehe u.a. G.Munduch /85/, ch.4, E.E.Leamer und R.M.Stern /79/ ch.2, R.R.Rhomberg und L.Boissoneault /80/, G.Basevi /81/, K.Marwa /82/, L.Samuelson /83/, F.G.Adams et al./84/, ch.2-3.

2) vgl. M.K.Evans /52/, p. 221.

3) So findet man z.B. in der Literatur bei Halbfertigwaren und Rohstoffen häufig Produktionsgrößen als Aktivitätsvariable, bei Fertigwaren hingegen Einkommensgrößen (vgl. u.a. E.E.Leamer und R.M.Stern /79/, ch.2, R.R.Rhomberg und L. Boissoneault /80/, ch.11.3, G.Basevi /81/, ch.2.1.1). Hinter dieser Vorgangsweise steht die Ansicht, daß ein großer Teil der importierten Fertigwaren Konsumgüter, Halbfertigwaren und Rohstoffe hingegen im wesentlichen Investitionsgüter darstellen.

4) Bezüglich einer ausführlicheren Begründung für diese Spezifikationsformen siehe Kapitel 1.1. sowie 1.2 bzw. 2.1.

d.h. des importierten Dienstleistungs- und Warenkonsums, erscheint daher das disponible Einkommen, für die Erklärung der Importe von Investitionsgütern hingegen das Bruttonationalprodukt als die geeignete Größe. Welche der beiden Variablen die Gesamtimporte besser zu erklären vermag, soll empirisch ermittelt werden.

Die bisherigen Überlegungen legen den Schätzansatz

$$M_t = qQ_t + \varepsilon_t \quad (\text{A.1.86})$$

bzw.

$$M_t = qYD_t + \varepsilon_t \quad (\text{A.1.87})$$

nahe. Die Gleichungen (A.1.86) und (A.1.87) implizieren die Hypothese einer konstanten Importquote  $q$ .<sup>1)</sup> Nun erweist sich aber die Importquote als konjunkturabhängig, d.h. bei hoher Kapazitätsauslastung der inländischen Wirtschaft wird ein größerer Anteil der inländischen Nachfrage aus Importen gedeckt als bei niedrigem Auslastungsgrad. Dieser Sachverhalt wird durch folgende Modellierung zu erfassen gesucht:

$$q = q_t = q_0 + q_1 \frac{QQPOT_t}{AV_t}, \quad AV_t \in \{Q_t, YD_t\}, \quad (\text{A.1.88})$$

wobei  $QQPOT_t$  den im Abschnitt 2.2 beschriebenen Potentialauslastungsindex darstellt. Die allgemeine Aktivitätsniveauvariable  $AV_t$  ist, je nachdem ob (A.1.88) in (A.1.85) bzw. (A.1.86) eingesetzt wird, durch  $Q_t$  bzw.  $YD_t$  zu ersetzen.

(ii) Variable, die das Verhältnis zwischen inländischem und ausländischem Preisniveau repräsentieren:

Substitutionseffekte zwischen im Inland produzierten und importierten Gütern, die sich infolge einer Veränderung der relativen Preise einstellen, werden in der vorliegenden Arbeit dadurch zu berücksichtigen versucht, daß die Importquote

---

<sup>1)</sup> Der Begriff der Importquote wird im folgenden sowohl für das Verhältnis zwischen Importen und Bruttonationalprodukt als auch für das Verhältnis zwischen Importen und disponiblen Einkommen verwendet.

(Glg.(A.1.88)) zusätzlich von den relativen Preisen bzw. deren Veränderung abhängig gemacht wird:

$$q_t = q_0 + q_1 \frac{QQPOT_t}{AV_t} + q_2 \frac{PVDD_t/PM_t}{AV_t}, \quad AV_t \in \{Q_t, YD_t\} \quad (A.1.89)$$

bzw.

$$q_t = q_0 + q_1 \frac{QQPOT_t}{AV_t} + q_2 \frac{\frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}}}{AV_t}, \quad AV_t \in \{Q_t, YD_t\} \quad (A.1.90)$$

$PVDD_t$  ist der Preisindex der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion, d.h. der Größe "Bruttonationalprodukt minus Exporte",

$PM_t$  der Preisindex der Importe i.w.S.

Aus der Regressionsgleichung (A.1.85) ersieht man, daß die Importquote - neben zyklischen Schwankungen - einen säkularen Wachstumstrend aufweist. Die Modellierung der zunehmenden internationalen Verflechtung der österreichischen Wirtschaft durch eine Zeitvariable ergibt:

$$q_t = q_0 + q_1 \frac{QQPOT_t}{AV_t} + q_2 \frac{\frac{PVDD_t}{PM_t}}{AV_t} + q_3 \frac{TIME}{AV_t}, \quad AV_t \in \{Q_t, YD_t\}, \quad (A.1.91)$$

bzw.

$$q_t = q_0 + q_1 \frac{QQPOT_t}{AV_t} + q_2 \frac{\frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}}}{AV_t} + q_3 \frac{TIME}{AV_t}, \quad AV_t \in \{Q_t, YD_t\} \quad (A.1.92)$$

Setzt man die Ausdrücke (A.1.91) und (A.1.92) in die Beziehung (A.1.86) bzw. (A.1.87) ein und ersetzt gleichzeitig  $AV_t$  durch  $Q_t$  bzw.  $YD_t$  erhält man:

$$M_t = q_0 Q_t + q_1 QQPOT_t + q_2 \frac{PVDD_t}{PM_t} + q_3 TIME + \varepsilon_t, \quad (A.1.93)$$

$$M_t = q_0 Q_t + q_1 QQPOT_t + q_2 \left[ \frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}} \right] + q_3 TIME + \varepsilon_t, \quad (A.1.94)$$

$$M_t = q_0 YD_t + q_1 QQPOT_t + q_2 \frac{PVDD_t}{PM_t} + q_3 TIME + \varepsilon_t, \quad (A.1.95)$$

$$M_t = q_0 YD_t + q_1 QQPOT_t + q_2 \left[ \frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}} \right] + q_3 TIME + \varepsilon_t. \quad (A.1.96)$$

All diesen Ansätzen liegt die Annahme zugrunde, daß sich die gewünschte Importnachfrage auch tatsächlich innerhalb der betrachteten Periode realisieren läßt. Lockert man diese Hypothese durch die Spezifikation eines Anpassungsmodells,

$$M_t - M_{t-1} = \delta(M_t^* - M_{t-1}) \quad (A.1.97)$$

und setzt für die gewünschte Importnachfrage  $M_t^*$  die Ausdrücke (A.1.93) bis (A.1.96) ein, erhält man:

$$M_t = \delta q_0 Q_t + \delta q_1 QQPOT_t + \delta q_2 \frac{PVDD_t}{PM_t} + \delta q_3 TIME + (1-\delta)M_{t-1} + u_t, \quad (A.1.98)$$

$$M_t = \delta q_0 Q_t + \delta q_1 QQPOT_t + \delta q_2 \left[ \frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}} \right] + \delta q_3 TIME + (1-\delta)M_{t-1} + u_t, \quad (A.1.99)$$

$$M_t = \delta q_0 YD_t + \delta q_1 QQPOT_t + \delta q_2 \frac{PVDD_t}{PM_t} + \delta q_3 TIME + (1-\delta)M_{t-1} + u_t, \quad (A.1.100)$$

$$M_t = \delta q_0 YD_t + \delta q_1 QQPOT_t + \delta q_2 \left[ \frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}} \right] + \delta q_3 TIME + (1-\delta)M_{t-1} + u_t, \quad (A.1.101)$$

mit

$$u_t = \delta \varepsilon_t.$$

Für den Fall, daß die Anpassungsgeschwindigkeit  $\delta$  gleich Eins ist, fallen die Ansätze (A.1.93) bis (A.1.96) und (A.1.98) bis (A.1.101) zusammen.

1.3.1.2 SCHÄTZUNG DER VERHALTENSGLEICHUNG

Die Schätzung der Gleichungen (A.1.98) - (A.1.101) mit Hilfe der OLS-Methode führt zu folgenden Ergebnissen:<sup>1)</sup>

$$M_t = .45769Q_t + .65126QQPOT_t - 5.68419 \frac{PVDD_t}{PM_t} - 2.02591TIME + .49537M_{t-1}$$

(5.06)            (1.85)            (.32)            (2.37)

55 - 74

R<sup>2</sup>=.997  
DW=2.018  
SE=2.2654 (A.1.102)

$$M_t = .44984Q_t + .74179QQPOT_t + 10.46036 \left[ \frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}} \right] - 2.25567TIME + .52841M_{t-1}$$

(5.07)            (3.39)            (.59)

55 - 74

R<sup>2</sup>=.997  
DW= 2.009  
SE= 2.2475 (A.1.103)

$$M_t = .69279YD_t + .83157QQPOT_t - 20.77241 \frac{PVDD_t}{PM_t} - 2.12256TIME + .54874M_{t-1}$$

(3.14)            (1.79)            (.86)            (1.88)

55 - 74

R<sup>2</sup>=.995  
DW=2.130  
SE=2.89739 (A.1.104)

$$M_t = .61221YD_t + 1.06994QQPOT_t + 7.89134 \left[ \frac{PVDD_t}{PM_t} - \frac{PVDD_{t-1}}{PM_{t-1}} \right] - 2.72262TIME + .67184M_{t-1}$$

(2.92)            (2.85)            (.33)

55 - 74

R<sup>2</sup>=.995  
DW=1.993  
SE=2.95653 (A.1.105)

<sup>1)</sup> Bezüglich der Interpretation der DW-Statistik sowie der Eigenschaften der Parameterschätzstatistiken in autoregressiven Modellen siehe Abschnitt 1.1.1.2.

Als Einheit für die Importe i.w.S.,  $M_t$ , das Bruttonationalprodukt,  $Q_t$ , und das disponible Einkommen,  $YD_t$ , zu Preisen 1964 wurde eine Mrd.S verwendet.<sup>1)</sup> Die Potentialauslastung,  $QQPOT_t$ , der Deflator der Importe i.w.S.,  $PM_t$ , sowie der Deflator der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion,  $PVDD_t$ , werden in Prozenten gemessen. Der Ursprung der Zeitvariablen TIME liegt im Jahr 1900, d.h. im Jahr 2000 beträgt ihr Wert 100.

Der Beitrag der relativen Preise zur Erklärung des Importvolumens erweist sich in jeder der Gleichungen (A.1.102), (A.1.103), (A.1.104) und (A.1.105) als signifikant.<sup>2)</sup> Daraus kann man jedoch nicht die Schlußfolgerung ziehen, daß die österreichischen Importe insgesamt unabhängig von Veränderungen des in- und ausländischen Preisniveaus sind, sondern, daß eine stärkere Disaggregation nach Gütergruppen erforderlich wäre, um "Relative-Preiseffekte" einzufangen.<sup>3)</sup> Wie weit allerdings die relativen Preise das Importvolumen einzelner Gütergruppen beeinflussen, wird von den jeweiligen Substitutionsmöglichkeiten abhängen.

Unterdrückt man in den Schätzansätzen (A.1.98) bis (A.1.101) die insignifikante "Relative-Preisvariable", erhält man:<sup>4)</sup>

- 
- 1) Als Deflator des nominellen disponiblen Einkommens wurde der Preisindex des Privaten Konsums herangezogen (vgl. auch Abschnitt 1.1.1.3.).
  - 2) Außerdem besitzt die "Relative-Preisvariable" in den Gleichungen (A.1.102) und (A.1.104) das falsche Vorzeichen.
  - 3) Vom Autor durchgeführte Schätzversuche mit dem Ansatz (A.1.101) für Dienstleistungsimporte allein zeigen, daß die relativen Preise in diesem Zusammenhang sehr wohl einen signifikanten Beitrag liefern. Als "Relative-Preisvariable" wurde der Quotient aus den Deflatoren des Dienstleistungskonsums und des Dienstleistungsimports verwendet. Beide Größen werden allerdings innerhalb des vorliegenden Modells nicht erklärt.
  - 4) Eine disaggregierte Schätzung der Importe erscheint innerhalb der vorliegenden hochaggregierten Modellstruktur nicht möglich, da die hierzu erforderlichen Größen aus den anderen Sektoren der Wirtschaft nicht zur Verfügung stehen. Allein eine Unterteilung in Dienstleistungs- und Warenimporte stößt - wegen des hohen Aggregationsniveaus des Konsumgütersektors - auf Schwierigkeiten (vgl. Fußnote 3 auf dieser Seite).

$$M_t = .45324Q_t + .73896QQPOT_t - 2.24889TIME + .51610M_{t-1} \quad (A.1.106)$$

(5.22)            (3.45)                    (4.68)                    (3.90)

55 - 74

$$R^2 = .997$$

$$DW = 1.999$$

$$SE = 2.20096$$

bzw.

$$M_t = .62085YD_t + 1.07630QQPOT_t - 2.73897TIME + .65923M_{t-1} \quad (A.1.107)$$

(3.07)            (2.96)                    (3.18)                    (3.77)

55 - 74

$$R^2 = .995$$

$$DW = 1.989$$

$$SE = 2.8733$$

Alle geschätzten Parameter sind zumindest mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% signifikant von Null unterschieden. Die DW-Statistik läßt für keine der beiden Funktionen den Schluß auf Autokorrelation in den Residuen zu. Beide Ansätze erzielen gute Anpassungswerte. Aufgrund der um ca. ein Viertel kleineren Streuung des Störterms (SE) wird jedoch die Funktion (A.1.106) dem Ansatz (A.107) vorgezogen.

Unter Verwendung der Beziehung (A.1.98) berechnet man aus (A.1.106):

$$\begin{aligned} \hat{\delta} &= .48390 \\ \hat{q}_0 &= .93664 \\ \hat{q}_1 &= 1.52710 \\ \hat{q}_2 &= -4.6727. \end{aligned} \quad (A.1.108)$$

Die geschätzte jährliche Anpassungsgeschwindigkeit  $\hat{\delta}$  an das gewünschte Importniveau beträgt ca 50%. Für die gewünschte Importquote erhalten wir (Gleichung (A.1.91) mit  $AV_t = Q_t$  und  $q_2 = 0$ ):<sup>1)</sup>

$$\hat{q}_t^* = .93664 + 1.52710 \frac{QQPOT_t}{Q_t} - 4.64727 \frac{TIME}{Q_t}. \quad (A.1.109)$$

<sup>1)</sup> Der Schätzgleichung (A.1.106) liegt das Anpassungsmodell (A.1.97) mit  $M_t^* = q_t Q_t$  zugrunde. Um anzudeuten, daß  $q_t$  in diesem Zusammenhang die gewünschte und nicht die tatsächliche Importquote darstellt, wird das Symbol  $q_t^*$  verwendet.

Das negative Vorzeichen des bei der Zeitvariablen stehenden Koeffizienten bedeutet keinen Widerspruch zum empirischen Befund einer steigenden Importquote (Gl.(A.1.85)). Um dies zu zeigen, wird eine einfache Abschätzung der absoluten Zuwachsrates der gewünschten Importquote,  $\Delta \hat{q}_t^* = \hat{q}_t^* - \hat{q}_{t-1}^*$ , unter der Hypothese

$$Q_t = Q_t^{\text{TREND}} = \bar{Q} \cdot e^{\gamma \cdot \text{TIME}_t} = 9.889 e^{0.04882 \cdot \text{TIME}_t} \quad (\text{A.1.110})$$

und

$$\text{QQPOT}_t = \text{QQPOT}_{t-1} = \overline{\text{QQPOT}} \quad (\text{A.1.111})$$

für alternative Werte der Potentialauslastung durchgeführt. Die Größe  $Q_t^{\text{TREND}}$  stellt dabei den exponentiellen Trend des Bruttonationalprodukts zu Preisen 1964 dar, d.h. die Abschätzungen erfolgen für durchschnittliches BNP-Wachstum.<sup>1)</sup>

Setzt man die Beziehungen (A.1.110) und (A.1.111) in die Gleichung (A.109) ein, erhält man unter Verwendung der Approximation

$$e^{\gamma} \doteq 1 + \gamma \quad (\text{A.1.112})$$

für die absolute Veränderung von  $\hat{q}_t^*$  gegenüber der Vorperiode:<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} \Delta \hat{q}_t^* &= \frac{\exp\{-\gamma \cdot \text{TIME}_t\}}{\bar{Q}} \left\{ -\hat{q}_3 \left[ \gamma (\text{TIME}_t - 1) - 1 \right] - \hat{q}_1 \cdot \gamma \cdot \overline{\text{QQPOT}} \right\} = \\ &= \frac{\exp\{-\gamma \cdot \text{TIME}_t\}}{\bar{Q}} \left\{ 4.64727 \left[ \gamma (\text{TIME}_t - 1) - 1 \right] - 1.52710 \cdot \gamma \cdot \overline{\text{QQPOT}} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.1.113})$$

Der Ausdruck  $[\exp\{-\gamma \cdot \text{TIME}_t\}]/\bar{Q}$  ist stets positiv. Um zu zeigen, daß in der Schätzperiode  $\Delta q_t^* > 0$  gilt, genügt es daher, den Ausdruck

1) Der exponentielle Trend des Bruttonationalprodukts wurde mit Hilfe des Schätzansatzes,  $\log Q_t = a_0 + \gamma \cdot \text{TIME}_t$ , ermittelt. Es gilt  $\bar{Q} = \exp(a_0)$ .

2) Zur Approximation (A.1.112) gelangt man aufgrund der Reihendarstellung der Exponentialfunktion

$$e^{\gamma} = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\gamma^v}{v!} = 1 + \gamma + \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma^3}{6} + \dots$$

unter Vernachlässigung aller Glieder höherer Ordnung als Eins.

$$B(\text{TIME}_t, \overline{\text{QQPOT}}) = \left\{ 4.64727 \left[ \gamma \cdot (\text{TIME}_t - 1) - 1 \right] - 1.52710 \cdot \gamma \cdot \overline{\text{QQPOT}} \right\} \quad (\text{A.1.114})$$

abzuschätzen. Dieser ist monoton steigend in TIME. Die Abschätzung hat daher nur für den kleinsten Wert von TIME innerhalb der Schätzperiode, d.h. TIME = 55, zu erfolgen. In Tabelle A.1.5 sind die Werte von B(55,QQPOT) für QQPOT = 100,95 und 90 zusammengestellt.

$\overline{\text{QQPOT}}$	B(55,QQPOT)
100	.1489
95	.52169
90	.89446

Tabelle A.1.5

Sie besitzen durchwegs positives Vorzeichen, d.h. es gilt  $\Delta \hat{q}_t > 0$  innerhalb der Schätzperiode.<sup>1)</sup>

### 1.3.1.3. IDENTITÄTEN

Die nominellen Importe i.w.S.  $M\$/_t$ , ergeben sich aus der Identität:

$$M\$/_t = M_t \frac{PM_t}{100} \quad (\text{A.1.115})$$

Der Deflator der Importe i.w.S.,  $PM_t$ , stellt dabei eine exogene Modellgröße dar.<sup>2)</sup>  $M\$/_t$  wird in Mrd.S,  $PM_t$  in Prozenten gemessen.

---

<sup>1)</sup> Die Erklärung für das säkulare Wachstum der gewünschten Importquote trotz des negativen Vorzeichens des Parameters  $q_3$  liegt darin, daß die Variable  $\text{TIME}_t$  eine kleine Wachstumsrate besitzt als die Variable  $Q_t^{\text{TREND}}$ . Da die Wachstumsrate des Quotienten zweier Größen gleich der Differenz der Wachstumsrate der im Zähler und der im Nenner stehenden Größe ist, folgt, daß die Wachstumsrate des Quotienten  $\text{TIME}_t/Q_t^{\text{TREND}}$  negativ ist. Der Ausdruck  $q_3 \cdot \text{TIME}_t/Q_t^{\text{TREND}}$  besitzt somit eine Wachstumsrate größer Null und trägt positiv zum Wachstum von  $q_t$  bei.

<sup>2)</sup> vgl. Abschnitt 3.

### 1.3.2 EXPORTE

Die Exporte eines Landes stellen die Importe bzw. Teile der Importe anderer Länder dar. Wie im Abschnitt 1.3.1 dargelegt wurde, hängen die Importe stark von der wirtschaftlichen Situation des importierenden Landes ab. Das bedeutet aber, daß die Exporte Österreichs sehr stark durch die Wirtschaftslage seiner Handelspartner bestimmt sind. Die Exporte i.w.S. zu Preisen 1964,  $X_t$ , werden daher innerhalb des vorliegenden Modells nicht erklärt. Sie gehen als exogene Größe in das Modell ein. Die Exporte i.w.S. zu laufenden Preisen,  $X\$/_t$ , bestimmen sich aus der Identität

$$X\$/_t = X_t \frac{PX_t}{100} \quad (\text{A.1.116})$$

Der Deflator der Exporte i.w.S.,  $PX_t$ , wird im Lohn-Preis-Sektor ermittelt.  $X_t$  und  $X\$/_t$  werden in Mrd.S,  $PX_t$  in Prozenten gemessen.

### 1.4. BRUTTONATIONALPRODUKT, GESAMT- UND INLANDSNACHFRAGE

In diesem Abschnitt erfolgt die definitionsgemäße Bestimmung des realen und nominellen Bruttonationalprodukt,  $Q_t$  bzw.  $Q\$/_t$ , der realen und nominellen Gesamtnachfrage,  $V_t$  bzw.  $V\$/_t$ , der realen und nominellen Inlandsnachfrage,  $VD_t$  bzw.  $VD\$/_t$ , sowie der realen und nominellen Werte der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion,  $VDD_t$  bzw.  $VDD\$/_t$ , aus den in den Abschnitten 1.1 - 1.3 ermittelten Nachfragekomponenten:

(i) Reale Größen

$$VDD_t = CP_t + CG_t + IF_t + II_t - M_t$$

$$Q_t = VDD_t + X_t$$

$$VD_t = VDD_t + M_t$$

$$V_t = VDD_t + M_t + X_t$$

(A.1.117)

(ii) Nominelle Größen

$$\begin{aligned}VDD\$_t &= VDD_t \frac{PVDD_t}{100} \\Q\$_t &= VDD\$_t + X\$_t \\VD\$_t &= VDD\$_t + M\$_t \\V\$_t &= VDD\$_t + M\$_t + X\$_t\end{aligned}\tag{A.1.118}$$

Die verwendete Einheit des Deflators der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion,  $PVDD_t$ , ist ein Prozent. Alle übrigen Größen werden in Mrd.S. gemessen.

## 2. ENTSTEHUNGSSEITE

### 2.1. NACHFRAGEFUNKTIONEN FÜR ARBEIT UND KAPITAL

#### 2.1.1 ALLGEMEINES

Geht man von der in der neoklassischen Theorie üblichen Hypothese der Bestimmung der gewünschten Faktorinputs durch Optimierung einer bestimmten Zielgröße unter einer gegebenen technologischen Beschränkung (Produktionsfunktion) aus, so kann die Schätzung der Nachfragefunktion nach Arbeit und Kapital nicht unabhängig von einander erfolgen. In jeder der Nachfragefunktionen schlagen sich die Parameter der zugrundeliegenden Produktionsfunktion nieder. Eine unabhängige Schätzung impliziert i.a. widersprüchliche Werte für die Parameter der Produktionsfunktion.

Die vorliegende Arbeit geht von der Vorstellung einer homogenen, langfristigen Produktionsfunktion

$$Q_t^* = \phi(K_t^*, L_t^*, t, \theta, A, \lambda) = A(t)F(K_t^*, L_t^*, \theta) \quad (\text{A.2.1.1})$$

mit

$$A(t) = Ae^{\lambda t}$$

aus.<sup>1)</sup> Diese stellt eine Beschränkung zwischen dem erwarteten Output  $Q_t^*$  und den gewünschten Kapital- und Arbeitsinputs,  $K_t^*$  bzw.  $L_t^*$  dar.  $A$  ist ein konstanter Skalierungsfaktor,  $\lambda$  die Rate des technischen Fortschritts und  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$  ist der Vektor der

---

<sup>1)</sup> Der technische Fortschritt wird als Hicks-neutral angenommen, d.h., es wird unterstellt, daß die Beziehung zwischen der Grenzrate der Substitution und der Kapitalintensität  $K^*/L^*$  nicht von der Zeit abhängt. Es gilt der Satz: Technischer Fortschritt ist neutral im Sinne von Hicks dann und nur dann, wenn man die Produktionsfunktion (A.2.1.1) schreiben kann als

$$\begin{aligned} Q_t^* &= \phi(K_t^*, L_t^*, t, \theta, A, \lambda) = F[A(t)^{1/v} \cdot K_t^*, A(t)^{1/v} \cdot L_t^*, \theta] \\ &= A(t) \cdot F(K_t^*, L_t^*, \theta) . \end{aligned}$$

$v$  ist der Grad der Homogenität der Produktionsfunktion (vgl. J.E.J. Plasmans /22/, pp 26-27, sowie M. Beckmann u. R. Sato /24/, /25/).

in der Funktion F vorkommenden k Parameter. Zur Bestimmung der gewünschten Faktorinputs wird Kostenminimierung unterstellt.<sup>1)</sup> Bei Fehlen eines Monopsons auf den Faktormärkten erhält man die bekannte Grenzproduktbedingung

$$\frac{\frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t^*}}{\frac{\partial Q_t^*}{\partial K_t^*}} = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = G(K_t^*, L_t^*, Q_t^*, \theta) \quad (\text{A.2.1.2})$$

mit  $W_t^*$  bzw.  $R_t^*$  als dem erwarteten nominellen Lohnsatz bzw. dem erwarteten nominellen Rental Price of Capital.<sup>2)</sup> Die Lösung

- 1) Diese Annahme impliziert, daß auf die zumeist unrealistische Hypothese vollständiger Konkurrenz auf den Gütermärkten verzichtet werden kann (vgl. auch nächste Fußnote).
- 2) Die Gültigkeit der Beziehung (A.2.1.2) kann wie folgt gezeigt werden: Es sollen die Kosten  $C^* = W^* \cdot L^* + R^* \cdot K^*$  unter der Beschränkung  $\bar{Q}^* = A(t)F(K^*, L^*, \theta)$  minimiert werden. Führt man die Lagrange Funktion  $\mathcal{L}$  ein, so stellt sich das Problem folgendermaßen dar:

$$\min \mathcal{L} = W^* L^* + R^* K^* + \mu (\bar{Q}^* - A(t)F(K^*, L^*, \theta))$$

bezüglich  $L^*$ ,  $K^*$  und  $\mu$ . Die notwendigen Bedingungen für ein Minimum von  $\mathcal{L}$  lauten:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L^*} = W^* + \frac{\partial W^*}{\partial L^*} \cdot L^* - \mu \frac{\partial}{\partial L^*} (A(t)F(K^*, L^*, \theta)) = 0 ,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K^*} = R^* + \frac{\partial R^*}{\partial K^*} \cdot K^* - \mu \frac{\partial}{\partial K^*} (A(t)F(K^*, L^*, \theta)) = 0 ,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \bar{Q}^* - A(t)F(K^*, L^*, \theta) = 0 .$$

Daraus folgt

$$\mu = \frac{W^* + \frac{\partial W^*}{\partial L^*} \cdot L^*}{\frac{\partial Q^*}{\partial L^*}} = \frac{R^* + \frac{\partial R^*}{\partial K^*} \cdot K^*}{\frac{\partial Q^*}{\partial K^*}}$$

bzw.

$$\frac{\frac{\partial Q^*}{\partial L^*}}{\frac{\partial Q^*}{\partial K^*}} = \frac{W^*}{R^*} \left[ \frac{1 + \frac{\partial W^*}{\partial L^*} / \frac{W^*}{L^*}}{1 + \frac{\partial R^*}{\partial K^*} / \frac{R^*}{K^*}} \right]$$

Bei Fehlen eines Monopsons gilt  $\frac{\partial W^*}{\partial L^*} = \frac{\partial R^*}{\partial K^*} = 0$ .

der Gleichungen (A.2.1.1) und (A.2.1.2) nach  $K^*$  und  $L^*$  führt allgemein zu

$$K_t^* = K^* \left[ \left( \frac{W^*}{R^*} \right)_t, Q_t^*, A, \lambda, \theta \right]$$

und

$$L_t^* = L^* \left[ \left( \frac{W^*}{R^*} \right)_t, Q_t^*, A, \lambda, \theta \right] .$$

(A.2.1.3)

Die Form obiger Funktionen wird durch die Form der zugrundeliegenden Produktionsfunktion und deren Parameterwerte bestimmt.

Die gewünschten Kapital- und Arbeitsinputs werden infolge dynamischer Anpassungskosten i.a. nicht sofort realisiert.<sup>1)</sup>

Es werden daher in der vorliegenden Arbeit Anpassungsprozesse für die (tatsächliche) Kapitalintensität - d.h., den Quotienten aus (tatsächlichem) Kapital- und Arbeitseinsatz,  $K_t$  bzw.  $L_t$  - sowie für den (tatsächlichen) Kapitalstock an die gewünschten Werte spezifiziert.<sup>2)</sup>

Für die empirische Überprüfung des Anpassungsmodells ist es notwendig, die die gewünschten Faktorinputs bestimmenden Erwartungsgrößen  $\left( \frac{W^*}{R^*} \right)_t$  und  $Q_t^*$  auf beobachtbare Größen zurückzuführen. Dies erfolgt durch die Erstellung eines Erwartungsmodells.

Die Spezifikation des Anpassungs- und Erwartungsmodells wird so gewählt, daß die Schätzung der daraus abgeleiteten Faktornachfragefunktionen neben der Bestimmung der Anpassungs- und Erwartungsparameter auch die Ermittlung der Parameter der langfristigen Produktionsfunktion gestattet. Die verwendete Schätzmethode gewährleistet, daß die Nachfragefunktionen nach Arbeit und Kapital ein und dieselben Parameterwerte der zugrundeliegen-

---

1) vgl. J.P.Gould /27/

2) Aus der Kenntnis des Kapitaleinsatzes  $K_t$  und der Kenntnis der Kapitalintensität ergibt sich aus der Definition der Kapitalintensität unmittelbar der Arbeitseinsatz  $L_t$ .

den Produktionsfunktion implizieren.<sup>1)</sup>

Zur Bestimmung der funktionellen Form der langfristigen Produktionsfunktion werden alternative Ansätze getestet. Neben einer Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas-Typ, die eine Substitutionselastizität von Eins impliziert, werden den Faktornachfragefunktionen auch Produktionsfunktionen mit

---

<sup>1)</sup> Eine interdependente Schätzung der Faktornachfragefunktionen bei gleichzeitiger indirekter Schätzung der zugrundeliegenden langfristigen Produktionsfunktion wurde erstmals von R.M.Coen und B.G.Hickman /1/ für die USA durchgeführt. F.Schebeck und G.Thury /3/ führen mit Hilfe dieser Methode Schätzungen für die österreichische Wirtschaft durch. Entsprechende Vorschläge wurden von P.J.Dhrymes /13/ und M.Nerlove /15/ gemacht.

R.M.Coen und B.G.Hickman unterstellen eine Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas-Typ:

$$Q_t^* = A \cdot e^{\lambda t} \cdot K_t^{*\alpha} L_t^{*\beta}, \quad A, \lambda, \alpha, \beta > 0 \quad (\text{A.2.1.4})$$

Das Anpassungsmodell lautet

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} &= \gamma_1 (\ln K_t^* - \ln K_{t-1}) \quad , \quad (\text{A.2.1.5}) \\ \ln L_t - \ln L_{t-1} &= \gamma_2 (\ln L_t^* - \ln L_{t-1}) \quad . \end{aligned}$$

Das Erwartungsmodell wird wie folgt spezifiziert:

$$Q_{t,i}^* = Q_t^{k_{1i}} Q_{t-1}^{1-k_{1i}}, \quad k_{1i}, w_{1i} \geq 0, \quad i=1,2, \quad (\text{A.2.1.6})$$

$$\left(\frac{W}{R}\right)_{t,i}^* = \left(\frac{W}{R}\right)_t^{w_{1i}} \cdot \left(\frac{W}{R}\right)_{t-1}^{1-w_{1i}} .$$

Dabei wird die Möglichkeit unterschiedlicher Erwartungen bei der Bestimmung des optimalen Kapitalinputs und bei der Festlegung des optimalen Arbeitseinsatzes zugelassen. Die unterschiedlichen Erwartungsmodelle werden mit Hilfe des Index  $i$  gekennzeichnet.

Die gewünschten Faktorinputs ergeben sich aus der Grenzproduktbeziehung (A.2.1.2) und der Produktionsfunktion (A.2.1.4). Indem sie diese in Gleichung (A.2.1.5) einsetzen und zugleich für die erwarteten relativen Preise und den erwarteten Output Gleichung (A.2.1.6) substituieren, erhalten R.Coen und B.G.Hickman Schätzbeziehungen für die Faktornachfragefunktionen nach Arbeit und Kapital. Diese erweisen sich infolge der ihnen gemeinsamen (Fortsetzung nächste Seite.)

einer Substitutionselastizität ungleich Eins sowie variabler Substitutionselastizität zugrunde gelegt.

Die analytische Ableitung und Spezifikation der alternativen Nachfragefunktionen erfolgt im Abschnitt 2.1.2. Im Kapitel 2.1.3 werden diese Ansätze mit den Daten konfrontiert. Die - aufgrund der Schätzergebnisse - für das Modell ausgewählten Faktornachfragefunktionen basieren auf einer langfristigen Produktionsfunktion mit variabler Substitutionselastizität.<sup>1)</sup> Im Abschnitt 2.2 wird diese Produktionsfunktion zur Bestimmung von Auslastungsmaßen von Arbeit und Kapital bzw. zur Ermittlung des Potentialoutputs verwendet.

---

<sup>1)</sup> Die Definition dieser Funktion sowie eine Diskussion ihrer Eigenschaften findet sich im Abschnitt 2.1.2.4.

---

Fortsg.

Parameter der langfristigen Produktionsfunktion als nicht unabhängig voneinander. Dieser Tatsache wird durch eine "Full information maximum likelihood method for joint estimation of equations subject to restrictions across equations" Rechnung getragen (vgl. H.Eisenpress u. J.Greenstadt /17/).

Weder R.M.Coen und B.G.Hickman noch F.Schebeck und G.Thury war es möglich, Schätzergebnisse für alle unbekannt Parameter zu erhalten, die den in Gleichung (A.2.1.4), (A.2.1.5) u. (A.2.1.6) spezifizierten a priori Restriktionen *genügen*. Um zu sinnvollen Ergebnissen zu gelangen, mußten die Parameter des Erwartungsmodells  $w_{1j}$  und  $k_{1j}$  ( $j=1,2$ ) vorgegeben werden.

Die vorliegende Untersuchung basiert auf einem gegenüber (A.2.1.5) unterschiedlichen Anpassungskonzept: Die unterstellten Anpassungsprozesse beziehen sich zum einen auf die Kapitalintensität zum anderen auf den Kapitaleinsatz. Mit Hilfe dieses Anpassungskonzepts und einer zweistufigen Schätzmethode ist es möglich, auch Faktornachfragefunktionen zu schätzen, die auf Produktionsfunktionen mit einer Substitutionselastizität ungleich Eins sowie variabler Substitutionselastizität beruhen. (Die exakte Spezifikation des Anpassungsmodells und eine Beschreibung der Schätzmethode findet sich im Abschnitt 2.1.2).

2.1.2 FAKTORNACHFRAGEFUNKTIONEN FÜR VERSCHIEDENE  
PRODUKTIONSFUNKTIONEN

Die in dieser Arbeit untersuchten Produktionsfunktionen werden homogen vom Grade Eins angenommen:<sup>1)</sup>

$$Q_t^* = A(t)\tilde{F}(K_t^*, L_t^*) = A(t)L_t^* \tilde{F}\left(\frac{K_t^*}{L_t^*}, 1\right) = A(t)L_t^* \psi\left(\frac{K_t^*}{L_t^*}\right) . \quad (\text{A.2.1.7})$$

Unter dieser Hypothese ergibt sich die Grenzrate der Substitution  $s$  und die Substitutionselastizität  $\sigma$  als Funktion der Kapitalintensität  $K_t^*/L_t^*$ :

$$s = \frac{\frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t^*}}{\frac{\partial Q_t^*}{\partial K_t^*}} = \frac{\psi(K_t^*/L_t^*) - [K_t^*/L_t^*]\psi'(K_t^*/L_t^*)}{\psi'(K_t^*/L_t^*)} = f(K_t^*/L_t^*) \quad (\text{A.2.1.8})$$

und

$$\sigma = \frac{\frac{d(K_t^*/L_t^*)}{K_t^*/L_t^*}}{\frac{ds}{s}} = \frac{f(K_t^*/L_t^*)}{(K_t^*/L_t^*)f'(K_t^*/L_t^*)} . \quad (\text{A.2.1.9})$$

Unter Verwendung der Grenzproduktbeziehung (A.2.1.2) erhält man für die gewünschte Kapitalintensität

$$\left(\frac{K_t^*}{L_t^*}\right) = f^{-1}\left(\frac{W_t^*}{R_t^*}\right) . \quad (\text{A.2.1.10})$$

Weiters folgt aus der Homogenität der Produktionsfunktion vom Grade Eins (Euler Theorem):<sup>2)</sup>

$$Q_t^* = \frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t^*} L_t^* + \frac{\partial Q_t^*}{\partial K_t^*} K_t^* . \quad (\text{A.2.1.11})$$

---

1) Zur Definition der Homogenität einer Funktion vgl. J.M.Henderson und R.E.Quandt /28/, pp.79, A.C. Chiang /29/, pp.370.

2) Vgl. Tintner /8/, pp.161.

Das erwartete Verhältnis von Lohneinkommen zu Profit,  $V_t^*$ , ergibt sich unter Verwendung von (A.2.1.2) zu

$$V_t^* = \frac{\left(\frac{\partial Q_t^*}{\partial K_t^*}\right) L_t^*}{\left(\frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t^*}\right) K_t^*} = \frac{W_t^* L_t^*}{R_t^* K_t^*} \quad (\text{A.2.1.12})$$

Die erwartete Lohnquote  $q_t^*$  bestimmt sich zu

$$q_t^* = \frac{\frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t^*} L_t^*}{\frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t^*} L_t^* + \frac{\partial Q_t^*}{\partial K_t^*} K_t^*} = \frac{V_t^*}{1+V_t^*} \quad (\text{A.2.1.13})$$

In den folgenden Abschnitten 2.1.2.1 bis 2.1.2.4 werden für verschiedene Produktionsfunktionen Faktornachfragefunktionen unter Zugrundelegung leicht unterschiedlicher Anpassungsmodelle abgeleitet.

### 2.1.2.1 COBB-DOUGLAS PRODUKTIONSFUNKTION (CD)

Bei der bereits von K.Wicksell verwendeten, sogenannten Cobb-Douglas Produktionsfunktion,<sup>1)</sup>

$$Q_t^* = A e^{\lambda t} \cdot K_t^{*\alpha} \cdot L_t^{*1-\alpha}, \quad A, \lambda, \alpha > 0, \quad (\text{A.2.1.14})$$

ergibt sich die Grenzrate der technischen Substitution (Gleichung (A.2.1.8) und (A.2.1.2)) zu:

$$s = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{K_t^*}{L_t^*} = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t \quad (\text{A.2.1.15})$$

Für die Substitutionselastizität erhält man (Gleichung (A.2.1.9)):

$$\sigma = 1 \quad (\text{A.2.1.16})$$

---

<sup>1)</sup> vgl. K.Wicksell /51/, C.W.Cobb and P.H.Douglas /16/ sowie G.Tintner /6/, ch.3.4, /7/, ch.2.4.

Die gewünschte Faktornachfrage bestimmt sich aus Gleichung (A.2.1.14) und (A.2.1.15) zu

$$L_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{L,t}^{CD} Q_t^* \quad \text{mit} \quad (A.2.1.17)$$

$$X_{L,t}^{CD} = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t^{-\alpha} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{-\alpha}$$

und

$$K_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{K,t}^{CD} Q_t^* \quad \text{mit} \quad (A.2.1.18)$$

$$X_{K,t}^{CD} = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t^{1-\alpha} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

Aus (A.2.1.15) folgt unmittelbar

$$v_t^* = \frac{1-\alpha}{\alpha} \quad (A.2.1.19)$$

Das zu untersuchende Anpassungsmodell wird wie folgt spezifiziert:

$$\frac{K_t}{L_t} - \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} = \gamma \left( \frac{K_t^*}{L_t^*} - \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \right) + u_t, \quad 0 < \gamma < 1, \quad (A.2.1.20)$$

$$\ln K_t - \ln K_{t-1} = \sum_{i=0}^n \omega_i (\ln K_{t-i} - \ln K_{t-i-1}) + v_t, \quad 0 \leq \omega_i \leq 1. \quad (A.2.1.21)$$

Die zu testende Hypothese (A.2.1.20) unterstellt, daß sich die Kapitalintensität der Periode  $t$  als gewichtete Summe der gewünschten Kapitalintensität dieser und vergangener Perioden bestimmt.<sup>1)</sup> Die Kapitalnachfrage  $K_t$  ergibt sich aus einem

---

<sup>1)</sup> Gleichung (A.2.1.20) stellt einen autoregressiven Prozeß erster Ordnung in  $K_t/L_t$  dar und kann, da  $0 < \gamma < 1$  vorausgesetzt wird, transformiert werden in

$$\frac{K_t}{L_t} = \gamma \sum_{v=0}^{\infty} (1-\gamma)^v \left(\frac{K^*}{L^*}\right)_{t-v} + \sum_{v=0}^{\infty} (1-\gamma)^v u_{t-v}$$

(vgl. P. Schönfeld /9/, pp.33, L.M.Koyck /30/).

loglinearen Anpassungsprozeß an den gewünschten Kapitalstock. Die Lagstruktur dieses Anpassungsprozesses wird vorerst nicht genauer spezifiziert, sondern soll empirisch ermittelt werden. Die Arbeitsnachfrage  $L_t$  ergibt sich bei bekanntem  $K_t$  aus (A.2.1.20).

Für das Erwartungsmodell wird folgender Ansatz gewählt:

$$\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = \left(\frac{W}{R}\right)_t^1, \quad (\text{A.2.1.22})$$

$$Q_t^* = Q_t^\mu Q_{t-1}^{1-\mu}, \quad 0 \leq \mu \leq 1. \quad (\text{A.2.1.23})$$

Substituiert man (A.2.1.15) und (A.2.1.22) in (A.2.1.20) sowie (A.2.1.18) und (A.2.1.23) in (A.2.1.21), erhält man als Schätzgleichungen

$$\frac{K_t}{L_t} = \eta \frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{W}{R}\right)_t + (1-\eta) \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} + u_t, \quad (\text{A.2.1.24})$$

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} &= \ln(A^{-1}) \cdot \left[ \sum_{i=0}^n \omega_i \right] + \lambda \cdot \left[ \sum_{i=0}^n i \omega_i \right] - \lambda \cdot \left[ \sum_{i=0}^n \omega_i \right] \cdot t + \\ &+ \sum_{i=0}^n \omega_i \ln \left\{ \left[ \frac{W}{R} \right]_{t-i}^{1-\alpha} \cdot \left[ \frac{\alpha}{1-\alpha} \right]^{1-\alpha} \cdot Q_{t-i}^\mu \cdot Q_{t-1-i}^{1-\mu} / K_{t-1-i} \right\} + v_t. \end{aligned} \quad (\text{A.2.1.25})$$

Die Schätzung obestehender Gleichungen erfolgt in zwei Stufen. Vorerst wird die OLS-Methode auf die Gl. (A.2.1.24) angewendet. Alle Parameter lassen sich eindeutig identifizieren. Die Ergebnisse sind für

---

1) Das Erwartungsmodell

$$\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = \left(\frac{W}{R}\right)_t + (1-\eta) \left(\frac{W}{R}\right)_{t-1}, \quad \eta \in [0, 1], \quad (\text{A.2.1.22}')$$

kann infolge der bei durchgeführten Schätzungen für die verschiedenen Parameter ausgewiesenen t-Statistiken nicht abgelehnt werden. Alle Parameter lassen sich eindeutig identifizieren. Die implizierten Produktionsfunktionsparameter sind fast identisch mit jenen, die das Erwartungsmodell (A.2.1.22) liefert. Wegen der bei Verwendung von (A.2.1.22') durch die DW-Statistik angezeigten stark positiven Autokorrelation der Residuen wird jedoch das Erwartungsmodell (A.2.1.22) vorgezogen.

den Fall, daß die Residuen nicht autokorreliert sind, konsistent.<sup>1)</sup>

Die aus Gleichung (A.2.1.24) erhaltenen Produktionsfunktionsparameter werden dann in einem zweiten Schritt bei der Schätzung der Kapitalnachfragefunktion (A.2.1.25) als a-priori-Information vorgegeben. Der gesuchte Erwartungsparameter  $\mu$  läßt sich nur für den Spezialfall

$$\omega_i = 0 \quad \forall i \geq 1 \quad (\text{A.2.1.26})$$

eindeutig identifizieren. Gibt man jedoch  $\mu$  a priori vor, sind alle gesuchten Parameter eindeutig identifizierbar und für den Fall nicht autokorrelierter Residuen konsistent schätzbar. Als Auswahlkriterium unter alternativen Werten für  $\mu \in [0,1]$  dient der Korrelationskoeffizient zwischen der geschätzten und der tatsächlichen abhängigen Variablen.<sup>2)</sup>

Diese 2-Stufenmethode wird auch bei der Untersuchung aller übrigen Produktionsfunktionen angewendet. Die Darstellung beschränkt sich daher im folgenden auf die Herleitung der jeweiligen Schätzgleichungen.

---

<sup>1)</sup> vgl. G.Tintner /6/, ch.10.3.3, P.Schönfeld /9/, ch.9, E.Malinvaud /10/, ch.14, Goldberger /11/, ch.6.3 sowie Abschnitt 1.1.1.2 der vorliegenden Arbeit. Wie L.Hurwicz /18/ und E.Malinvaud /19/ gezeigt haben, ist jedoch für kleine Stichproben die Schätzung des dem autoregressiven Teil zugehörigen Parameters nicht erwartungstreu. Der Bias läßt sich mit Hilfe der Formel

$$E[(1-\hat{\rho})] \approx (1-\hat{\rho})(1-\frac{2}{T}) \quad (\text{A.2.1.27})$$

abschätzen (vgl. Schönfeld /9/, p.38). Für den Stichprobenumfang T gilt: T = 20.

<sup>2)</sup> Eine - dem Prinzip nach - im ersten Schritt gleiche 2-Stufenmethode verwendet C.A.K.Lovell /20/ zur Schätzung von linear homogenen CES- und VES-Produktionsfunktionen für die USA:

$$Q_t = A \cdot e^{\lambda t} \tilde{F}(K_t, L_t) \quad (\text{A.2.1.28a})$$

Im ersten Schritt werden die Parameter der Funktion  $\tilde{F}$  über einen Anpassungsprozeß an die gewünschte Kapitalintensität geschätzt. Sie bestimmt sich aus einem Kostenminimierungsproblem unter der Beschränkung (A.2.1.28a).  $Q_t, K_t, L_t$  sollten demnach erwartete bzw. gewünschte Größen darstellen.

Im zweiten Schritt werden die Parameter A und  $\lambda$  aus der invertierten Beziehung (A.2.1.28a)

$$\ln[Q_t \tilde{F}^{-1}(K_t, L_t)] = \ln A + \lambda t \quad (\text{A.2.1.28b})$$

unter Vorgabe der in der ersten Stufe ermittelten Parameter der Funktion  $\tilde{F}$  geschätzt. Das dieser Methode zugrundeliegende Konzept erscheint nicht völlig klar, zumal in dieser Stufe für  $Q_t, K_t, L_t$  die aktuellen Werte eingesetzt werden.

### 2.1.2.2 CES-PRODUKTIONSFUNKTION

Die Substitutionselastizität kann im Prinzip jeden Wert zwischen Null und Unendlich annehmen. Die bei der CD-Produktionsfunktion getroffene Annahme einer Substitutionselastizität von Eins kann zu einem Spezifikationsbias führen. Die von Arrow et al./23/ entwickelte CES-Produktionsfunktion

$$Q_t^* = A e^{\lambda t} \left[ \delta K_t^{*-g} + (1-\delta) L_t^{*-g} \right]^{-1/g} \quad (\text{A.2.1.29})$$

ermöglicht die Schätzung einer konstanten, jedoch ansonsten beliebigen Substitutionselastizität aus den Daten. Die Grenzrate der technischen Substitution ergibt sich zu (Gl.(A.2.1.2) und (A.2.1.8)):

$$s = \frac{(1-\delta)}{\delta} \left( \frac{K_t^*}{L_t^*} \right)^{1+g} = \left( \frac{W_t^*}{R_t^*} \right) \quad (\text{A.2.1.30})$$

Für die Substitutionselastizität erhält man (Gl.(A.2.1.9)):

$$\sigma = \frac{1}{1+g} \quad (\text{A.2.1.31})$$

Die gewünschte Faktornachfrage bestimmt sich aus (A.2.1.29) und (A.2.1.30) zu

$$L_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{L,t}^{\text{CES}} Q_t^* \quad (\text{A.2.1.32})$$

mit

$$X_{L,t}^{\text{CES}} = (1-\delta)^{1/g} \left\{ 1 + \left[ \frac{1-\delta}{\delta} \right]^{\frac{-1}{1+g}} \cdot \left( \frac{W_t^*}{R_t^*} \right)^{\frac{-g}{1+g}} \right\}^{1/g}$$

und

$$K_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{K,t}^{\text{CES}} Q_t^* \quad (\text{A.2.1.33})$$

mit

$$X_{K,t}^{\text{CES}} = \delta^{1/g} \left\{ 1 + \left[ \frac{1-\delta}{\delta} \right]^{\frac{1}{1+g}} \cdot \left( \frac{W_t^*}{R_t^*} \right)^{\frac{g}{1+g}} \right\}^{1/g}$$

Aus Gleichung (A.2.1.30) folgt

$$V_t^* = \left( \frac{W_t^*}{R_t^*} \right) \left[ \frac{\delta}{1-\delta} \left( \frac{W_t^*}{R_t^*} \right) \right]^{\frac{-1}{1+g}} \quad (\text{A.2.1.34})$$

Das Anpassungsmodell wird folgendermaßen spezifiziert:

$$\ln\left(\frac{K_t}{L_t}\right) - \ln\left(\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}\right) = \gamma \left[ \ln\left(\frac{K_t^*}{L_t^*}\right) - \ln\left(\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}\right) \right] + u_t, \quad (\text{A.2.1.35})$$

$$0 < \gamma < 1,$$

$$\ln K_t - \ln K_{t-1} = \sum_{i=0}^n \omega_i (\ln K_t^* - \ln K_{t-1}) + v_t, \quad (\text{A.2.1.21})$$

$$0 < \omega_i < 1.$$

Dieses Modell unterscheidet sich von dem bei der CD-Funktion gewählten lediglich dadurch, daß der Anpassungsprozeß bezüglich der Kapitalintensität in loglinearer und nicht in linearer Form erfolgt. Das Erwartungsmodell wird analog zu jenem bei der CD-Funktion gewählt:

$$\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = \left(\frac{W}{R}\right)_t^1, \quad (\text{A.2.1.22})$$

$$Q_t^* = Q_t^\mu Q_{t-1}^{1-\mu}, \quad 0 < \mu < 1. \quad (\text{A.2.1.23})$$

Substituiert man (A.2.1.30) und (A.2.1.22) in (A.2.1.35) sowie (A.2.1.33) und (A.2.1.23) in (A.2.1.21), erhält man als Schätzgleichungen:

$$\ln\left(\frac{K_t}{L_t}\right) = \frac{\gamma}{1+\gamma} \ln \frac{\delta}{1-\delta} + \frac{\gamma}{1+\gamma} \ln\left(\frac{W}{R}\right)_t + (1-\gamma) \ln\left(\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}\right) + u_t, \quad (\text{A.2.1.36})$$

$$\ln K_t - \ln K_{t-1} = \ln(A^{-1}) \cdot \sum_{i=0}^n \omega_i + \lambda \cdot \sum_{i=0}^n i \omega_i - \left[ \lambda \cdot \sum_{i=0}^n \omega_i \right] \cdot t +$$

$$+ \sum_{i=0}^n \omega_i \ln \left\{ \delta \left[ 1 + \left( \frac{1-\delta}{\delta} \right)^{\frac{1}{1+\gamma}} \left( \frac{W}{R} \right)_{t-i}^{\frac{\gamma}{1+\gamma}} \right] Q_{t-i}^\mu Q_{t-1-i}^{1-\mu} / K_{t-1-i} \right\} + v_t. \quad (\text{A.2.1.37})$$

---

<sup>1)</sup> Das Erwartungsmodell (A.2.1.22) wird der Spezifikation

$$\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = \left(\frac{W}{R}\right)_t^\eta \left(\frac{W}{R}\right)_{t-1}^{1-\eta} \quad (\text{A.2.1.22''})$$

mit derselben Begründung wie bei der CD-Funktion dem Erwartungsmodell (A.2.1.22') vorgezogen (vgl. Fußnote 1 auf Seite 63).

### 2.1.2.3 VES-1 PRODUKTIONSFUNKTION <sup>1)</sup>

Die CES-Produktionsfunktion impliziert eine konstante Substitutionselastizität. A priori besteht jedoch kein Grund für diese Annahme. Im Falle einer linear homogenen Produktionsfunktion ergibt sich die Substitutionselastizität allgemein als Funktion der Kapitalintensität (Gl.A.2.1.9)<sup>2)</sup>. Verschiedene Modellierungen dieses Zusammenhangs implizieren verschiedene Produktionsfunktionen. Die in diesem und Abschnitt 2.1.2.4 verwendeten Spezifikationen werden so gewählt, daß die resultierenden Produktionsfunktionen verschiedene Spezialfälle der CES-Funktion enthalten: Das Harrod-Domar-Modell mit fixen Koeffizienten,<sup>3)</sup> die lineare Produktionsfunktion und die CD-Funktion.<sup>4)</sup>

Die Substitutionselastizität der in diesem Abschnitt untersuchten Produktionsfunktion

$$Q_t^* = A e^{\lambda t} \cdot \left[ (1+\beta) K_t^* L_t^{*\beta} + \alpha L_t^{*1+\beta} \right]^{\frac{1}{1+\beta}}, \quad (A.2.1.38)$$

$$\beta > 0,$$

$$-(\alpha/\beta) < K_t^*/L_t^*,$$

ergibt sich zu (Gl.(A.2.1.9)):

$$\sigma = 1 + \frac{\alpha}{\beta} \frac{L_t^*}{K_t^*}, \quad (A.2.1.39)$$

d.h.,

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \geq 1 \\ \frac{d\sigma}{d(K_t^*/L_t^*)} \leq 0 \end{array} \right\} \text{für } \alpha \geq 0 \quad 5) \quad (A.2.1.40)$$

- 
- 1) "VES" steht für "Variable Elasticity of Substitution".  
 2) Vgl. auch J.Hicks /31/, pp.286 u.R.Allen /32/ pp.320,/39/ pp.53.  
 3) Vgl. R.F.Harrod /41/,/42/ u.E.Domar /43/ sowie R.G.D.Allen /39/, pp.219 und D. Hamberg /40/, pp. 3-20.  
 4) Produktionsfunktionen mit variabler Substitutionselastizität aus denen sich die CES-Funktion als Spezialfall ergibt, finden sich bei M.Bruno /38/ bzw. T.C.Liu und G.H.Hildebrand /37/ sowie bei N.S.Revankar /33/ bzw. R.Sato /35/, /36/.  
 5) Vgl. C.A.K.Lovell /20/ und N.S.Revankar /34/. Der umgekehrte Weg, nämlich die Herleitung der Produktionsfunktion (A.2.1.38) aus (A.2.1.39) unter Verwendung von (A.2.1.8) und (A.2.1.9) findet sich bei J.E.J.Plasmans /22/, Appendix A. Dabei ist K durch L und L durch K zu substituieren.

Ob die Substitutionselastizität mit zunehmender Kapitalintensität steigt oder fällt, hängt vom zu schätzenden Parameter  $\alpha$  ab. Für die Grenzrate der Substitution erhält man (Gleichung (A.2.1.2) und (A.2.1.8)):

$$s = \alpha + \beta \frac{K_t^*}{L_t^*} = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t \quad (\text{A.2.1.41})$$

Die gewünschte Faktornachfrage bestimmt sich aus (A.2.1.41) und (A.2.1.38) zu

$$L_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{L,t}^{\text{VES1}} Q_t^* \quad (\text{A.2.1.42})$$

mit

$$X_{L,t}^{\text{VES1}} = \left\{ \frac{1+\beta}{\beta} \cdot \left[\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t - \alpha\right] + \alpha \right\}^{\frac{-1}{1+\beta}}$$

und

$$K_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{K,t}^{\text{VES1}} Q_t^* \quad (\text{A.2.1.43})$$

mit

$$X_{K,t}^{\text{VES1}} = \frac{\left[\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t - \alpha\right]}{\beta} \left\{ \frac{1+\beta}{\beta} \cdot \left[\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t - \alpha\right] + \alpha \right\}^{\frac{-1}{1+\beta}}$$

Aus Gleichung (A.2.1.41) folgt

$$V_t^* = \beta \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t / \left[\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t - \alpha\right] \quad (\text{A.2.1.44})$$

Das Anpassungsmodell und Erwartungsmodell wird analog zur CD-Funktion spezifiziert:

$$\frac{K_t}{L_t} - \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} = \gamma \left[ \frac{K_t^*}{L_t^*} - \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \right] + u_t, \quad 0 < \gamma < 1, \quad (\text{A.2.1.20})$$

$$\ln K_t - \ln K_{t-1} = \sum_{i=0}^n \omega_i (\ln K_{t-i}^* - \ln K_{t-i-1}) + v_t, \quad 0 < \omega_i < 1, \quad (\text{A.2.1.21})$$

sowie

$$\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = \left(\frac{W}{R}\right)_t \quad 1) \quad (A.2.1.22)$$

$$Q_t^* = Q_t^\mu Q_{t-1}^{1-\mu} \quad (A.2.1.23)$$

Substituiert man (A.2.1.41) und (A.2.1.22) in (A.2.1.20) sowie (A.2.1.43) und (A.2.1.23) in (A.2.1.21) erhält man die Schätzbeziehungen

$$\frac{K_t}{L_t} = -\gamma\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) + \left(\frac{\beta}{\beta}\right)\left(\frac{W}{R}\right)_t + (1-\gamma)\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \quad (A.2.1.45)$$

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} &= \ln(A^{-1}) \cdot \sum_{i=0}^n \omega_i + \lambda \cdot \sum_{i=0}^n i \omega_i - \left[ \lambda \cdot \sum_{i=0}^n \omega_i \right]_t + \\ &+ \sum_{i=0}^n \omega_i \cdot \ln \left\{ \frac{\left[\left(\frac{W}{R}\right)_t - \alpha\right]}{\beta} \cdot \left[ \frac{1+\beta}{\beta} \left[\left(\frac{W}{R}\right)_{t-i} - \alpha\right] + \alpha \right]^{\frac{-1}{1+\beta}} \cdot Q_{t-i}^\mu Q_{t-1-i}^{1-\mu} / K_{t-1-i} \right\}. \end{aligned} \quad (A.2.1.46)$$

#### 2.1.2.4 VES-2 PRODUKTIONSFUNKTION

In diesem Abschnitt wird die Faktornachfrage aus der Produktionsfunktion

$$Q_t^* = A e^{\lambda t} \cdot \left[ (\alpha+1) L_t^* K_t^{*\alpha} + \beta K_t^{*\alpha+1} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}}, \quad \alpha > 0, \quad -\frac{\beta}{\alpha} < \frac{L_t^*}{K_t^*}, \quad (A.2.1.47)$$

abgeleitet. Die VES-2-Produktionsfunktion erhält man, indem man in (A.2.1.38) Arbeit und Kapital sowie  $\alpha$  und  $\beta$  vertauscht. Die Grenzrate der Substitution ergibt sich zu (Gleichung (A.2.1.2) und (A.2.1.8)):

1) Das Erwartungsmodell (A.2.1.22) wird mit derselben Begründung wie bei der CD-Funktion dem Erwartungsmodell

$$\left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t = \eta \left(\frac{W}{R}\right)_t + (1+\eta) \left(\frac{W}{R}\right)_{t-1} \quad (A.2.1.22')$$

vorgezogen (vgl. Fußnote 1 auf Seite 63).

$$s = \frac{\frac{K_t^*}{L_t^*}}{\alpha + \beta \cdot \frac{K_t^*}{L_t^*}} = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t \quad (\text{A.2.1.48})$$

Für die Substitutionselastizität erhält man (Gl.A.2.1.9):

$$\sigma = 1 + \frac{\beta}{\alpha} \frac{K_t^*}{L_t^*}, \quad (\text{A.2.1.49})$$

d.h.,

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \geq 1 \\ \frac{d\sigma}{d(K_t^*/L_t^*)} \geq 0 \end{array} \right\} \text{für } \beta \geq 0. \quad (\text{A.2.1.50})$$

Die gewünschte Faktornachfrage bestimmt sich aus (A.2.1.47) und (A.2.1.48) zu

$$L_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{L,t}^{\text{VES2}} Q_t^*$$

mit

$$X_{L,t}^{\text{VES2}} = \frac{\left[\left(\frac{R^*}{W^*}\right)_t - \beta\right]}{\alpha} \left\{ \frac{\alpha+1}{\alpha} \left[\left(\frac{R^*}{W^*}\right)_t - \beta\right] + \beta \right\}^{\frac{-1}{\alpha+1}} \quad (\text{A.2.1.51})$$

und

$$K_t^* = A^{-1} e^{-\lambda t} X_{K,t}^{\text{VES2}} Q_t^*$$

mit

$$X_{K,t}^{\text{VES2}} = \frac{\alpha+1}{\alpha} \left\{ \left[\left(\frac{R^*}{W^*}\right)_t - \beta\right] + \beta \right\}^{\frac{-1}{\alpha+1}}. \quad (\text{A.2.1.52})$$

Aus Gleichung (A.2.1.48) folgt

$$V_t^* = \left(\frac{W^*}{R^*}\right)_t \cdot \left[\left(\frac{R^*}{W^*}\right)_t - \beta\right] / \alpha. \quad (\text{A.2.1.53})$$

Das Anpassungs- und Erwartungsmodell wird wiederum analog zur CD-Funktion spezifiziert. Bei der Modellierung des Anpassungsprozesses bezüglich der Kapazitätsintensität wird die Rolle von K und L vertauscht:

$$\frac{L_t}{K_t} - \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}} = \gamma \cdot \left[ \frac{L_t^*}{K_t^*} - \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}} \right], \quad (\text{A.2.1.54})$$

$$\ln K_t - \ln K_{t-1} = \sum_{i=0}^n \omega_i (\ln K_{t-i}^* - \ln K_{t-i-1}), \quad (\text{A.2.1.21})$$

sowie

$$\left( \frac{W^*}{R^*} \right)_t = \left( \frac{W}{R} \right)_t, \quad (\text{A.2.1.22})$$

$$Q_t^* = Q_t^\mu Q_{t-1}^{1-\mu}. \quad (\text{A.2.1.23})$$

Substituiert man (A.2.1.48) und (A.2.1.22) in (A.2.1.54) sowie (A.2.1.52), (A.2.1.22) und (A.2.1.23) in (A.2.1.21), ergeben sich folgende Schätzgleichungen:

$$\frac{L_t}{K_t} = -\gamma \left( \frac{\beta}{\alpha} \right) + \frac{\gamma}{\alpha} \left( \frac{R}{W} \right)_t + (1-\gamma) \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}}, \quad (\text{A.2.1.55})$$

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} &= \ln(A^{-1}) \cdot \sum_{i=0}^n \omega_i + \lambda \cdot \sum_{i=0}^n i \omega_i - \left[ \lambda \cdot \sum_{i=0}^n \omega_i \right]_t + \\ &+ \sum_{i=0}^n \omega_i \ln \left\{ \left[ \frac{\alpha+1}{\alpha} \left[ \left( \frac{R}{W} \right)_{t-1}^{-\beta} \right] + \beta \right]^{\frac{-1}{\alpha+1}} \cdot Q_{t-i}^\mu Q_{t-1-i}^{1-\mu} / K_{t-1-i} \right\}. \quad (\text{A.2.1.56}) \end{aligned}$$

### 2.1.3. SCHÄTZUNG DER FAKTORNACHFRAGEFUNKTIONEN

#### 2.1.3.1 DATEN

Als Kapitalstockgröße  $K_t$  wird das im Teil B dieser Arbeit errechnete reale Bruttoanlagevermögen für die österreichische Gesamtwirtschaft - datiert zum 31. Dezember jedes Jahres, gemessen in Mrd.S - verwendet.<sup>1)</sup> Das Bruttoanlagevermögen stellt ein

<sup>1)</sup> Das im Teil B dieser Arbeit errechnete Bruttoanlagevermögen ist auf den 1. Jänner jedes Jahres bezogen. Es wird eine Um-datierung auf den 31. Dezember des Vorjahres vorgenommen.

Maß für das in der nächsten Periode zur Verfügung stehende Kapazitätspotential dar und ist somit die für produktions-theoretische Untersuchungen geeignete Größe (vgl. Teil B, Abschnitt 1).

Für den Arbeitsinput  $L_t$  wird die Zahl der in der Gesamtwirtschaft Beschäftigten herangezogen. Als Einheit werden 10 000 Personen gewählt. Diese Vorgangsweise erscheint mit der Messung des Kapitalinputs, die ebenfalls nicht in Stunden erfolgt, konsistent.<sup>1)</sup> Eine intensivere Nutzung der Faktoren - wie sie in diesem Modell möglich ist - kann somit sowohl eine Erhöhung jener Stundenanzahl, während der der Faktor im Einsatz steht, als auch eine Erhöhung der Produktionsgeschwindigkeit bedeuten.

Die verwendete Outputgröße  $Q_t$  ist das BNP zu Marktpreisen 1964 gemessen in Mrd.S. Die Wahl der Produktionsgröße hat wegen der Homogenität der Produktionsfunktion vom Grade Eins keinen Einfluß auf die Verteilungsparameter. Diese werden im ersten Schritt aus dem Anpassungsprozeß bezüglich der Kapitalintensität geschätzt. Für den gewünschten Kapitalstock  $K_t^*$  gilt allgemein (Glg.(A.2.1.18), (A.2.1.33), (A.2.1.43) und (A.2.1.52)):

$$K_t^* = K_t^*(Q_t^*, (\frac{W}{R})_t) \quad (A.2.1.57)$$

mit

$$Q_t^* = Q_t^\mu Q_{t-1}^{1-\mu} \quad (A.2.1.23)$$

Geht man von der Annahme aus, daß  $K_t^*$  neben den relativen Preisen durch die erwartete Outputmenge bestimmt wird, erscheint das BNP zu Marktpreisen als das geeignete Maß für  $Q_t$ .

---

1) Für das Bruttoanlagevermögen stehen keine Daten über die durchschnittliche Nutzungsdauer einer Kapitaleinheit pro Periode zur Verfügung. Die in der VGR vorhandene Zeitreihe über durchschnittliche Arbeitsstunden pro Beschäftigten und Periode bezieht sich außerdem nur auf die Arbeiter in der Industrie und läßt sich nicht ohne weiteres auf die Gesamtbeschäftigten übertragen.

Der Lohnsatz  $W_t$  ist gleich der Brutto-Lohn- und -Gehaltssumme laut volkswirtschaftlicher Gesamtrechnung dividiert durch die Anzahl der Beschäftigten. Die Verwendete Einheit ist Mrd.S/10000 Personen.

Zur Bestimmung des Preises,  $R_t$ , des Faktors Kapital wird das Konzept des "Implicit Rental Price of Capital" verwendet.<sup>1)</sup> Der Rental Price of Capital ist definiert als jene Kosten pro Einheit Kapital, die einem Unternehmen aus der Verfügbarkeit dieser Einheit pro Periode entstehen. Mietet das Unternehmen die Kapitaleinheit, so ist der Mietpreis gleich dem Implicit Rental Price. Besitzt das Unternehmen die Kapitaleinheit selbst, so erwachsen ihm Opportunitätskosten in derselben Höhe.

Die Ableitung des Rental Price of Capital unter der Hypothese, daß die Firmen die bei der Produktion einer bestimmten (konstanten) Outputmenge über den gesamten (unendlich langen) Planungshorizont auftretenden Kosten minimieren, führt unter Vernachlässigung der direkten Steuern zu:<sup>2)</sup>

$$R_t = \text{PIF}_t (i_t + D_t) / 100. \quad (\text{A.2.1.58})$$

$\text{PIF}_t$  ist der Deflator der Bruttoanlageinvestitionen,

$$\text{PIF}_t = \frac{\text{IFS}_t}{\text{IF}_t} 100, \quad (\text{A.2.1.59})$$

$D_t$  die bei der Berechnung des Bruttoanlagevermögens der Gesamtwirtschaft ermittelte Abgangsrate,

$$D_t = \frac{\text{IF}_t - (K_t - K_{t-1})}{K_{t-1}}, \quad (\text{A.2.1.60})$$

$i_t$  ist der erwartete - als konstant angenommene - reale Zinssatz. Diese Größe ist nicht beobachtbar. Ihre Wahl erfolgte, indem alternative reale Zinssätze auf ihre implizierte langfristige

1) Vgl. D.W.Jorgenson /44/, R.M.Coen /45/, R.M.Coen u. B.G.Hickman /46/, Appendix A. D.W.Jorgenson verwendet für "Implicit Rental Price of Capital" den Ausdruck "User Cost of Capital".

2) Vgl. R.M.Coen /45/, /21/, R.M.Coen u. B.G.Hickman /46/, Appendix A.

Verteilung untersucht wurden ((A.2.1.12) und (A.2.1.13)). Für den Mittelwert der über die Schätzperiode tatsächlich beobachteten Lohnquote,  $q_t$ , gilt:  $\bar{q}_t = .629$ .<sup>1)</sup> Geht man von der Annahme aus, daß über einen längeren Zeitraum die erwartete Lohnquote infolge von Lernprozessen ungefähr der tatsächlichen entsprechen wird, so erweist sich ein realer Zinssatz von 5%, d.h.

$$i = 0,05$$

als geeignet:<sup>2)</sup>

Der Mittelwert  $\bar{q}_t$  liegt für die CES-Produktionsfunktion bei .599, für die VES-1-Funktion bei .595 und die VES-2-Funktion bei .594. Die langfristige Lohnquote nimmt bei diesen Produktionsfunktionen ebenso wie die tatsächliche Lohnquote über die Schätzperiode zu.

Die CD-Funktion dagegen impliziert eine langfristige konstante Lohnquote von .51. Dieser niedrige Wert wird darauf zurückgeführt, daß bei der CD-Funktion a priori eine Substitutionselastizität von Eins angenommen wird, während die Schätzungen für die CES-, VES-1- und VES-2-Funktion eine Substitutionselastizität von ca. .7 ergeben.<sup>3)</sup> D.h. unter der Hypothese einer CD-Funktion reagieren die Unternehmer schneller auf eine Veränderung der relativen Faktorpreise und beeinflussen auf diese Weise die Verteilung zu ihren Gunsten.

### 2.1.3.2 SCHÄTZERGEBNISSE

Die Schätzung mit der in Abschnitt 2.1.2.1 beschriebenen 2-Stufenmethode führt zu folgenden Ergebnissen:

- 
- 1) Die Lohnquote  $q_t$  ist definiert als Lohn- und Gehaltssumme laut VGR dividiert durch das Volkseinkommen.
  - 2) Alternative reale Zinssätze zwischen 3 und 8% führen durchwegs zu signifikanten Schätzergebnissen und haben praktisch keinen Einfluß auf Korrelationskoeffizient und DW-Statistik (Stufe 1 der Schätzung). Die implizierte Substitutionselastizität erweist sich ebenfalls als fast unabhängig von der Wahl des erwarteten Zinssatzes.
  - 3) Bei der VES-1- und VES-2-Funktion bezieht sich diese Aussage auf den Mittelwert der Substitutionselastizität.

2.1.3.2.1 SCHÄTZSTUFE 1

(i) CD-Funktion

$$\frac{K_t}{L_t} = .04910 \left(\frac{W}{R}\right)_t + .94833 \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \quad R^2 = .995 \quad (A.2.1.61)$$

(2.34) (27.37)

55 - 74

DW = .72  
SE = .07472

(ii) CES-Funktion

$$\ln \left(\frac{K_t}{L_t}\right) = .08663 + .31583 \ln \left(\frac{W}{R}\right)_t + .55695 \ln \left(\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}\right)$$

(3.34) (6.46) (7.40)

55 - 74

R<sup>2</sup> = .998 (A.2.1.62)  
DW = 2.134  
SE = .00908

(iii) VES-1-Funktion

$$\frac{K_t}{L_t} = .63665 + .18857 \left(\frac{W}{R}\right)_t + .59805 \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \quad R^2 = .996 \quad (A.2.1.63)$$

(2.64) (3.37) (4.39)

55 - 74

DW = 1.69  
SE = .06479

(iv) VES-2-Funktion

$$\frac{L_t}{K_t} = .01939 + .42135 \left(\frac{R}{W}\right)_t + .60729 \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}} \quad R^2 = .999 \quad (A.2.1.64)$$

(5.36) (9.35) (13.39)

55 - 74

DW = 2.19  
SE = .00144

Der Korrelationskoeffizient liegt für alle untersuchten Anpassungsprozesse bei Eins. Alle geschätzten Koeffizienten sind zumindest mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% signifikant. Die Durbin-Watson-Statistik zeigt allein für die CD-Funktion positive

Autokorrelation an.<sup>1)</sup>

Unter Verwendung der Gleichungen (A.2.1.24), (A.2.1.36), (A.2.1.45) und (A.2.1.55) errechnen sich die Parameter der zugrundeliegenden Produktionsfunktionen und die Anpassungsgeschwindigkeiten bezüglich der Kapitalintensität zu:<sup>2)</sup>

$$\begin{array}{ll} \text{(i) CD-Funktion} & \hat{\alpha} = .48725 \\ & \hat{\beta} = .05167 \end{array} \quad (\text{A.2.1.65})$$

$$\begin{array}{ll} \text{(ii) CES-Funktion} & \hat{\beta} = .40281 \\ & \hat{\delta} = .56815 \\ & \hat{\gamma} = .44305 \end{array} \quad (\text{A.2.1.66})$$

$$\begin{array}{ll} \text{(iii) VES-1-Funktion} & \hat{\alpha} = -3.37619 \\ & \hat{\beta} = 2.131569 \\ & \hat{\gamma} = .40195 \end{array} \quad (\text{A.2.1.67})$$

$$\begin{array}{ll} \text{(iv) VES-2-Funktion} & \hat{\alpha} = .932028 \\ & \hat{\beta} = -.0460187 \\ & \hat{\gamma} = .39271 \end{array} \quad (\text{A.2.1.68})$$

Die implizierte langfristige Substitutionselastizität und Lohnquote kann mit Hilfe der Gleichungen (A.2.1.16), (A.2.1.31), (A.2.1.39), (A.2.1.49) und (A.2.1.19), (A.2.1.34), (A.2.1.44),

---

<sup>1)</sup> Bei der Interpretation des DW-Tests (vgl. J.Durbin u. G.S.Watson /49/) muß beachtet werden, daß das Prüfmaß

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}$$

ebenso wie der Schätzwert des Autokorrelationskoeffizienten erster Ordnung,

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}$$

im Falle autoregressiver Modelle asymptotisch in Richtung Nichtkorrelation der Störvariablen verzerrt ist (vgl. P.Schönfeld /9/, pp.63-64). Bei J.Durbin /50/ findet sich ein korrigiertes Prüfmaß das diesem Sachverhalt Rechnung trägt. Vgl. auch Abschnitt 1.1.1.2.

<sup>2)</sup> Das Symbol " $\hat{\phantom{x}}$ " soll andeuten, daß es sich um Schätzwerte und nicht um die wahren Parameter handelt.

(A.2.1.53) sowie (A.2.1.13) ermittelt werden:<sup>1)</sup>

(i) CD-Funktion	$\sigma = 1$	$\bar{q}^* = .512752$	(A.2.1.69)
(ii) CES-Funktion	$\sigma = .71285$	$\bar{q}^* = .59916$ (.01998)	(A.2.1.70)
(iii) VES-1-Funktion	$\sigma = .69749$ (.0602)	$\bar{q}^* = .59489$ (.02223)	(A.2.1.71)
(iv) VES-2-Funktion	$\sigma = .72952$ (.0569)	$\bar{q}^* = .59444$ (.01944)	(A.2.1.72)

Die Ergebnisse zeigen für die CES-, VES-1- und VES-2-Funktion große Übereinstimmung, nur die für die CD-Funktion erzielten Resultate weichen von den übrigen ab. Dies wird auf die der CD-Funktion zugrundeliegende Hypothese einer Substitutionselastizität von Eins zurückgeführt. Im folgenden wird diese Hypothese mittels der für die CES-Funktion erhaltenen Schätzergebnisse getestet:

Die CD-Funktion ergibt sich für  $\rho = 0$  bzw.  $\sigma = 1$  als Spezialfall der CES-Funktion.<sup>2)</sup> Die Nullhypothese des Tests lautet somit

$$H_0: \rho = 0 \quad (\text{A.2.1.73})$$

und soll gegen die Alternativhypothese

$$H_1: \rho \neq 0 \quad (\text{A.2.1.74})$$

geprüft werden.

Bezeichnet man die zu schätzenden Koeffizienten des Anpassungsprozesses (A.2.1.36) mit  $a_i$ ,  $i = 0, 1, 2$ , erhält man:

$$\ln\left(\frac{K_t}{L_t}\right) = a_0 + a_1 \ln\left(\frac{W}{R}\right)_t + a_2 \ln\left(\frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}\right)$$

mit

$$a_0 = \frac{\gamma}{1+\rho} \ln \frac{\delta}{1-\delta}, \quad a_1 = \frac{\gamma}{1+\rho}, \quad a_2 = (1-\gamma) \cdot (\text{A.2.1.36'})$$

1) Bei variabler Substitutionselastizität und Lohnquote werden Mittelwerte errechnet. Die zugehörige empirische Standardabweichung steht unterhalb in Klammern. Die Substitutionselastizität nimmt bei der VES-1- und VES-2-Funktion über die Schätzperiode ab. Dieses Ergebnis kann, da die Kapitalintensität über die Schätzperiode zunimmt, auch aus (A.2.1.67) und (A.2.1.40) bzw. (A.2.1.68) und (A.2.1.50) abgeleitet werden.

2) Vgl. Arrow et al./23/, M.K.Evans /52/, pp.256-258, J.M.Henderson u. R.E.Quandt /28/, pp.87-88, D.F.Heathfield /53/, pp.53-54.

Daraus folgt für den Substitutionsparameter  $\varrho$ :

$$\varrho = \frac{1-(a_1+a_2)}{a_1} \quad (\text{A.2.1.75})$$

Unter der Annahme  $a_1 \neq 0$  läßt sich der Test wie folgt reformulieren:<sup>1)</sup>

$$H_0: (a_1+a_2) = 1 \quad (\text{A.2.1.76})$$

gegen

$$H_1: (a_1+a_2) \neq 1 \quad (\text{A.2.1.77})$$

D.h., es ist zu prüfen, ob die Koeffizienten  $a' = [a_0, a_1, a_2]$  der linearen Restriktion

$$b' \cdot a = 1 \quad (\text{A.2.1.78})$$

mit  $b' = [0, 1, 1]$  genügen. Das entsprechende Prüfmaß

$$t = \frac{b'a-1}{\sqrt{\hat{\text{var}}(b'\hat{a})}} \quad (\text{A.2.1.79})$$

ist unter  $H_0$  zentral Student-t-verteilt mit T-K Freiheitsgraden und analog zum üblichen Signifikanztest eines Parameters auszuwerten.<sup>2)</sup> T = 20 ist die Anzahl der Beobachtungen, K = 3 die Anzahl der erklärenden Variablen,  $\hat{a}$  ist der Vektor der Schätzwerte von a. Es gilt

$$\hat{\text{var}}(b'\hat{a}) = b' \sum_{\hat{a}\hat{a}} b \quad (\text{A.2.1.80})$$

wobei  $\sum_{\hat{a}\hat{a}}$  die geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix von  $\hat{a}$  ist:

$$\sum_{\hat{a}\hat{a}} = \begin{bmatrix} .000671796 & .000915162 & -.00159036 \\ .000915162 & .00239090 & -.00363982 \\ -.00159036 & -.00363982 & .00566359 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.1.81})$$

<sup>1)</sup> Gleichung (A.2.1.62) zeigt, daß die Hypothese  $a_1 = 0$  mit 99,9%iger Wahrscheinlichkeit abgelehnt werden kann.

<sup>2)</sup> Zur Problematik des Tests linearer Hypothesen über die Koeffizienten des klassischen Modells der Normalregression vgl. P.Schönfeld /47/, pp.123-124 sowie G.Tintner /7/, pp.218 und /8/, pp.89.

Die geschätzten Werte für  $a_1$  und  $a_2$  können aus Gleichung (A.2.1.62) abgelesen werden. Für das Prüfmaß  $t$  erhält man:

$$t = 4.30088 .$$

Die Hypothese einer Substitutionselastizität von Eins, wie sie bei der CD-Funktion angenommen wird, kann somit mit 99,9%iger Wahrscheinlichkeit abgelehnt werden.

Die Ergebnisse bezüglich der Lohnquote wurden bereits in Kapitel 2.1.3.1 vorweggenommen und dort kommentiert.

Tabelle A.2.1 enthält für die in diesem Abschnitt geschätzten Anpassungsprozesse Zeitprofile der Reaktion auf eine permanente Veränderung der gewünschten Kapitalintensität zu Beginn der Periode  $t$  unter der Hypothese der Gleichheit von tatsächlichen und gewünschten Werten vor diesem Zeitpunkt:

$$\begin{aligned} K_{t-1-i}/L_{t-1-i} &= K_{t-1-i}^*/L_{t-1-i}^* = K_{t-1}^*/L_{t-1}^*, \\ K_{t+i}^*/L_{t+i}^* &= K_t^*/L_t^* \neq K_{t-1}^*/L_{t-1}^*, \quad \forall i \geq 0. \end{aligned} \quad (\text{A.2.1.82})$$

In der linken Spalte ist jeweils die prozentuelle Anpassung in der Periode  $t+i$  angegeben:

$$\frac{\frac{K_{t+i}}{L_{t+i}} - \frac{K_{t+i-1}}{L_{t+i-1}}}{\frac{K_t^*}{L_t^*} - \frac{K_{t-1}^*}{L_{t-1}^*}} \cdot 100 . \quad (\text{A.2.1.83})$$

In der rechten Spalte steht jeweils die prozentuelle Anpassung am Ende der Periode  $t+i$  insgesamt:

$$\frac{\frac{K_{t+i}}{L_{t+i}} - \frac{K_{t-1}^*}{L_{t-1}^*}}{\frac{K_t^*}{L_t^*} - \frac{K_{t-1}^*}{L_{t-1}^*}} \cdot 100 . \quad (\text{A.2.1.84})$$

Periode	CD-Funktion	CES-Funktion	VES-1-Funktion	VES-2-Funktion
t	5.3	44.3	40.2	39.3
t+1	5.1	24.6	24.2	23.8
t+2	4.8	13.8	14.2	14.5
t+3	4.5	7.7	9.1	8.8
t+4	4.3	4.2	4.6	5.3
t+5	4.0	2.4	3.1	3.3

Tabelle A.2.1: Prozentuelle Anpassung der Kapitalintensität  
pro Periode und insgesamt

Ähnliche Anpassungsgeschwindigkeiten wie für die CES-, VES-1- und VES-2-Funktion erhält C.A.K.Lovell /20/ bei Schätzungen für den US-Industriesektor. Die extrem niedrige Anpassungsgeschwindigkeit bei der CD-Funktion wird auf eine fehlspezifizierte Substitutionselastizität zurückgeführt.

### 2.1.3.2.2 SCHÄTZSTUFE 2

Die in der ersten Stufe ermittelten Produktionsfunktionsparameter werden bei der Schätzung der Kapitalnachfragefunktionen vorgegeben. Die Größen  $C_{K,t}^{CD}$ ,  $X_{K,t}^{CES}$ ,  $X_{K,t}^{VES1}$  und  $X_{K,t}^{VES2}$  werden durch ihre Schätzwerte ersetzt:

$$\hat{X}_{t,K}^{CD} = \left(\frac{W}{R}\right)_t^{1-\hat{\alpha}} \left(\frac{\hat{\alpha}}{1-\hat{\alpha}}\right)^{1-\hat{\alpha}}, \quad (\text{A.2.1.85})$$

$$\hat{X}_{t,K}^{CES} = \hat{\delta}^{1/\hat{\delta}} \cdot \left[1 + \left(\frac{1-\hat{\delta}}{\hat{\delta}}\right)^{\frac{1}{1+\hat{\delta}}} \left(\frac{W}{R}\right)_t^{\frac{\hat{\delta}}{1+\hat{\delta}}}\right]^{1/\hat{\delta}}, \quad (\text{A.2.1.86})$$

$$\hat{X}_{t,K}^{VES1} = \frac{\left[\left(\frac{W}{R}\right)_t^{-\hat{\alpha}}\right]}{\hat{\beta}} \left\{ \frac{1+\hat{\beta}}{\hat{\beta}} \cdot \left[\left(\frac{W}{R}\right)_t^{-\hat{\alpha}}\right] + \hat{\alpha} \right\}^{\frac{-1}{1+\hat{\beta}}}, \quad (\text{A.2.1.87})$$

$$\hat{X}_{t,K}^{VES2} = \left\{ \frac{\hat{\alpha}+1}{\hat{\alpha}} \cdot \left[\left(\frac{R}{W}\right)_t^{-\hat{\beta}}\right] + \hat{\beta} \right\}^{\frac{-1}{1+\hat{\beta}}}. \quad (\text{A.2.1.88})$$

Zur Ermittlung der in Kapitel 2.1.2 vorerst nicht näher spezifizierten Lagstruktur der Kapitalnachfragefunktionen (A.2.1.37), (A.2.1.46), (A.2.1.56) und (A.2.1.25) wurden alternative Hypothesen getestet. Der Diskriminierungsprozeß zwischen verschiedenen Lagstrukturen erfolgte nach statistischen Kriterien ( $R^2$ , t-Werte) und ergab für alle untersuchten Produktionsfunktionen die gleiche Lagstruktur.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Es zeigt sich, daß der Absolutbetrag des geschätzten Autokorrelationskoeffizienten mit der Länge der Lagstruktur abnimmt. Längere Lagstrukturen erzielen jedoch gleichzeitig schlechtere Anpassungswerte ( $R^2$ ) bzw. ergeben insignifikante Parameterschätzungen.

Versuche, die Lagstruktur ohne a priori-Information über die Verteilung der Laggewichte zu schätzen, führten zu insignifikanten Ergebnissen. Dieser Befund überrascht - da, abgesehen von der Trendgröße, alle übrigen erklärenden Variablen verzögerte Werte derselben Variablen darstellen - wegen der zu erwartenden starken Korrelation zwischen diesen Größen nicht.<sup>1)</sup> Die Methode der "Polynomial Lags" ermöglicht eine Reduktion dieser Problematik.<sup>2)</sup> Diese Methode beruht auf der Annahme, daß die Laggewichte  $\omega_\tau$  einem Polynom in  $\tau$  genügen:

$$\omega_\tau = \beta_0 + \beta_1\tau + \dots + \beta_s\tau^s \quad (\text{A.2.1.89})$$

Setzt man zusätzlich voraus, daß das Gewicht der um  $\alpha$  Perioden verzögerten Variablen gleich Null ist, d.h.

$$\omega_\alpha = \beta_0 + \beta_1\alpha + \dots + \beta_s\alpha^s = 0 \quad (\text{A.2.1.90})$$

erhält man für  $\omega_\tau$ :

$$\omega_\tau = \beta_1(\tau-\alpha) + \dots + \beta_s(\tau^s - \alpha^s) \quad 3)$$

Die Gewichte der aufgefundenen Lagstruktur genügen einem Polynom ersten Grades. Zusätzlich wurde die Restriktion

$$\omega_{n+1} = 0 \quad (\text{A.2.1.91})$$

getroffen, d.h. die um den "maximalen Lag  $n(=2)$  plus Eins" verzögerte erklärende Variable geht mit dem Gewicht Null ein.

---

1) Zum Problem der Multikollinearität vgl. G.Tintner /7/, pp.46-47, pp.259-265, /6/, pp.121-153, P.Schönfeld /47/, pp.79-85, J.Johnston /12/, pp.159-168.

2) Vgl. J. Dhrymes /14/, ch.8.1, J.Johnston /12/, ch.10.1. Die polynomiale Lagstruktur ist ein Spezialfall der von S.Almon /48/ vorgeschlagenen Lagstruktur.

3) Im allgemeinen wird die maximale Laganzahl  $n > s$  sein. Anstatt  $n + 1$  Koeffizienten müssen daher nur  $s+1$  bzw.  $s$  Koeffizienten geschätzt werden. D.h. die Anzahl der Freiheitsgrade nimmt zu.

Zur Ermittlung des Erwartungsparameters  $\mu$  wurden alternative Werte zwischen 0 und 1 vorgegeben (Schrittweite: 0.1). Die Auswahl erfolgte nach statistischen Kriterien. Die Wahl

$$\mu = 0.8 \quad (\text{A.2.1.92})$$

ergab bei allen untersuchten Produktionsfunktionen die beste Anpassung ( $R^2$ ):

(i) CD-Funktion

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} = & .56413 - .00599 \text{TIME}_t + .11282 \ln(\hat{X}_{K,t}^{\text{CD}} Q_t^{.8} Q_{t-1}^{.2} / K_{t-1}) \\ & (2.92) \quad (2.60) \quad (3.07) \\ & 57 - 74 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + .07521 \ln(\hat{X}_{K,t-1}^{\text{CD}} Q_{t-1}^{.8} Q_{t-2}^{.2} / K_{t-2}) + & .03761 \ln(\hat{X}_{K,t-2}^{\text{CD}} Q_{t-2}^{.8} Q_{t-3}^{.2} / K_{t-3}) \\ & (3.07) \quad (3.07) \quad R^2 = .894 \\ & DW = 1.38 \quad (\text{A.2.1.93}) \\ & SE = .00217 \end{aligned}$$

(ii) CES-Funktion

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} = & .53004 - .00492 \text{TIME}_t + .11078 \ln(\hat{X}_{K,t}^{\text{CES}} Q_t^{.8} Q_{t-1}^{.2} / K_{t-1}) + \\ & (2.91) \quad (3.37) \quad (3.55) \\ & 57 - 74 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + .07385 \ln(\hat{X}_{K,t-1}^{\text{CES}} Q_{t-1}^{.8} Q_{t-2}^{.2} / K_{t-2}) + & .03693 \ln(\hat{X}_{K,t-2}^{\text{CES}} Q_{t-2}^{.8} Q_{t-3}^{.2} / K_{t-3}) \\ & (3.55) \quad (3.55) \quad R^2 = .906 \\ & SE = .00204 \\ & DW = 1.389 \quad (\text{A.2.1.94}) \end{aligned}$$

(iii) VES-1-Funktion

$$\begin{aligned} \ln K_t - \ln K_{t-1} = & .34532 - .00290 \text{TIME}_t + .07415 \ln(\hat{X}_{K,t}^{\text{VES1}} Q_t^{.8} Q_{t-1}^{.2} / K_{t-1}) + \\ & (2.08) \quad (1.64) \quad (2.24) \\ & 57 - 74 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + .04943 \ln(\hat{X}_{K,t-1}^{\text{VES1}} Q_{t-1}^{.8} Q_{t-2}^{.2} / K_{t-2}) + & .02472 \ln(\hat{X}_{K,t-2}^{\text{VES1}} Q_{t-2}^{.8} Q_{t-3}^{.2} / K_{t-3}) \\ & (2.24) \quad (2.24) \quad R^2 = .871 \\ & DW = .986 \quad (\text{A.2.1.95}) \\ & SE = .00240 \end{aligned}$$



(iv) VES-2-Funktion:

$$\begin{aligned}\hat{A} &= .069625248 \\ \hat{\lambda} &= .022826 \\ \hat{\omega}_0 &= .11851 \\ \hat{\omega}_1 &= .07900 \\ \hat{\omega}_2 &= .03950 ,\end{aligned}\tag{A.2.1.100}$$

Der Korrelationskoeffizient ( $R^2$ ) ist für die aus der VES-2-Funktion abgeleiteten Kapitalnachfragefunktion mit .925 am höchsten und bei der VES-1-Funktion mit .871 am niedrigsten. Alle geschätzten Parameter sind - bis auf den Trendparameter bei der VES-1-Funktion - zumindest mit 95%iger Sicherheitswahrscheinlichkeit signifikant. Die DW-Statistik zeigt allein für die zur VES-1-Funktion gehörigen Kapitalnachfragefunktion positive Autokorrelation an.

Der geschätzte Hicks-neutrale technische Fortschritt liegt für die verschiedenen Produktionsfunktionen zwischen 2.6 und 2.2% pro Jahr.

Tabelle A.2.2 enthält für die verschiedenen Kapitalanpassungsprozesse Zeitprofile der Reaktion auf eine permanente Veränderung des gewünschten Kapitalstocks zu Beginn der Periode  $t$  um 10 Prozent:

$$\begin{aligned}K_{t-1-i} &= K_{t-1-i}^* = K_{t-1}^* , \\ K_{t+1}^* &= K_t^* \neq K_{t-1} , \quad \forall i \geq 0.\end{aligned}\tag{A.2.1.101}$$

In der linken Spalte findet sich jeweils die prozentuelle Anpassung in der Periode  $t+i$ :

$$\frac{K_{t+i} - K_{t+i-1}}{K_t^* - K_{t-1}^*} 100 ,\tag{A.2.1.102}$$

Periode	CD-Funktion	CES-Funktion	VES-1-Funktion	VES-2-Funktion
t	10.8 10.8	10.6 10.6	7.1 7.1	11.4 11.4
t+1	17.0 27.8	16.7 27.3	11.4 18.5	17.8 29.2
t+2	18.2 46.0	18.0 45.3	12.7 31.2	19.0 48.2
t+3	14.7 50.7	14.4 59.7	11.2 42.4	15.1 63.3
t+4	11.1 71.8	11.1 70.8	9.5 51.9	11.2 74.5
t+5	8.1 79.9	8.2 79.0	8.0 59.9	7.9 82.4

Tabelle A.2.2: Prozentuelle Anpassung des Kapitalstocks  
pro Periode und insgesamt

in der rechten Spalte ist jeweils die prozentuelle Anpassung am Ende der Periode  $t+i$  insgesamt angegeben:

$$\frac{K_{t+i} - K_{t-1}^*}{K_t^* - K_{t-1}^*} 100. \quad (\text{A.2.1.103})$$

Das ermittelte Anpassungsverhalten ist für die CD-, CES- und VES-2-Funktion fast identisch. Die Resultate für die VES-1-Funktion weichen etwas ab. Das Reaktionsprofil zeigt den in vielen Studien gefundenen Höcker.<sup>1)</sup>

### 2.1.3.3 AUSWAHL DER FAKTORNACHFRAGEFUNKTIONEN

Die Schätzergebnisse zeigen, daß die bei der CD-Funktion getroffene Annahme einer Substitutionselastizität von Eins mit 99,9%iger Wahrscheinlichkeit abgelehnt werden kann.<sup>2)</sup> Scheidet man außerdem die VES-1-Funktion wegen der im zweiten Schritt der Schätzung erhaltenen, zum Teil nicht signifikanten Ergebnisse aus, stehen die CES- und VES-2-Funktionen zur engeren Auswahl. Tabelle A.2.3 zeigt für diese beiden Funktionen bzw. für die daraus deduzierten Faktornachfragerelationen eine Gegenüberstellung vergleichbarer geschätzter bzw. abgeleiteter Parameter sowie statistischer Kennzahlen.

	CES	VES-2
Stufe 1		
$\bar{\sigma}$	.71285	.72952
$\bar{q}^*$	.59916	.59444
$\hat{\gamma}$	.44305	.39271
$R^2$	.998	.999
DW	2.134	2.190
Stufe 2		
$\lambda$	.022206	.022826
$\omega_0$	.11078	.11851
$\omega_1$	.07385	.07900
$\omega_2$	.03693	.03950
$R^2$	.906	.925
DW	1.389	1.707

Tabelle A.2.3.: CES-Funktion vs. VES-2-Funktion

1) vgl. M.K.Evans /52/, pp. 95-106.

2) vgl. Abschnitt 2.1.3.2.1.

Die in dieser Tabelle ausgewiesenen geschätzten Koeffizienten sind für die CES- und VES-2-Funktion fast identisch. Sie bieten keine Möglichkeit, aufgrund von a-priori Vorstellungen über ihre Größenordnung zwischen den beiden Funktionen zu diskriminieren. Die VES-2-Funktion wird daher der CES-Funktion allein aufgrund der günstigeren statistischen Kennzahlen vorgezogen, zumal auch die geschätzten Parameter der Nachfragerelationen für die VES-2-Funktion durchwegs eine höhere Signifikanz aufweisen als jene der CES-Funktion (vgl. Gl.(A.2.1.62) und (A.2.1.64) sowie (A.2.1.94) und (A.2.1.96)).

## 2.2 KURZFRISTIGE PRODUKTIONSFUNKTION UND AUSLASTUNGSMASSE

Dieser Abschnitt befaßt sich mit der Ermittlung verschiedener Auslastungsmaße für die produktiven Ressourcen der österreichischen Wirtschaft: Der Kapital-optimalen-, der Arbeits-optimalen- und der Potential-Produktion.<sup>1)</sup> Die Berechnungen basieren dabei auf der im Abschnitt 2.1 implizit geschätzten langfristigen Produktionsfunktion mit variabler Substitutionselastizität (Gleichung (A.2.1.47) und (A.2.1.23)):

$$Q_t^* = A \cdot e^{\lambda t} F(K_t^*, L_t^*, \theta) = A \cdot e^{\lambda t} \Pi(K_t^*, L_t^*) = \\ = A \cdot e^{\lambda t} \left[ (\alpha+1) K_t^{\alpha} L_t^* + \beta K_t^{\alpha+1} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad \alpha > 0, \quad -\frac{\beta}{\alpha} < \frac{L_t^*}{K_t^*},$$

mit

$$Q_t^* = Q_t^{\mu} Q_{t-1}^{1-\mu} \tag{A.2.2.104}$$

---

<sup>1)</sup> Die in dieser Untersuchung verwendeten Konzepte der Kapitaloptimalen-, der Arbeits-optimalen- und der Potentialproduktion basieren auf Arbeiten von R.M.Coen und B.G.Hickman /2/:

Die begriffliche Unterscheidung zwischen diesen Auslastungsmaßen wird von R.M.Coen und B.G.Hickman anhand einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion und Faktornachfragefunktionen, die aus log-linearen Anpassungsprozessen abgeleitet werden, entwickelt (zur Spezifikation des Coen-Hickmanschen Faktornachfragemodells siehe Fußnote 1, Seite 58).

Eine ausführliche Darstellung dieser Methode zur Berechnung von Auslastungsmaßen und ihre Anwendung auf österr. Daten findet sich bei F.Schebeck und G.Thury /4/. Dieser Arbeit liegt dasselbe Faktornachfragemodell wie der Coen-Hickmanschen Untersuchung zugrunde.

In der vorliegenden Arbeit werden die von R.M.Coen und B.G.Hickman entwickelten Konzepte der Kapital-optimalen-, der Arbeits-optimalen- und der Potentialproduktion auf die im Abschnitt 2.1 geschätzte VES-2-Produktionsfunktion übertragen bzw. gezeigt, daß deren Anwendung auf diesen Funktionstyp möglich ist.

sowie den zugehörigen Faktornachfragefunktionen (Gleichung (A.2.1.54) und (A.2.1.21))

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_t}{K_t} - \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}} &= \uparrow \left[ \frac{L_t^*}{K_t^*} - \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}} \right] \\ \text{und} \\ \frac{K_t}{K_{t-1}} &= \left( \frac{K_t^*}{K_{t-1}} \right)^{\omega_0} \left( \frac{K_{t-1}^*}{K_{t-2}} \right)^{\omega_1} \left( \frac{K_{t-2}^*}{K_{t-3}} \right)^{\omega_2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.2.2.105})$$

Die Berechnung der zur Produktion der erwarteten Outputmenge  $Q_t^*$  gewünschten Faktorinputs  $K_t^*$  und  $L_t^*$  führte unter der Kostenminimierungshypothese zu (Glg. (A.2.1.52) und (A.2.1.51)): <sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} K_t^* &= A^{-1} e^{-\lambda t} X_{K,t} Q_t^* , \\ L_t^* &= A^{-1} e^{-\lambda t} X_{L,t} Q_t^* \end{aligned}$$

mit

$$X_{K,t} = \left\{ \frac{\alpha+1}{\alpha} \left[ \left( \frac{R}{W} \right)_t - \beta \right] + \beta \right\}^{\frac{-1}{\alpha+1}} ,$$

$$X_{L,t} = \frac{\left[ \left( \frac{R}{W} \right)_t - \beta \right]}{\alpha} \left\{ \frac{\alpha+1}{\alpha} \left[ \left( \frac{R}{W} \right)_t - \beta \right] + \beta \right\}^{\frac{-1}{\alpha+1}} .$$

Die Schätzung der Faktornachfragefunktionen ergab folgende Parameterwerte (Gleichung (A.2.1.68), (A.2.1.92) und (A.2.1.100)):

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mu} &= .8 \\ \hat{A} &= .06962 \\ \hat{\lambda} &= .022826 \\ \hat{\alpha} &= .932028 \\ \hat{\beta} &= -.0460187 \\ \hat{\omega}_0 &= .11851 \\ \hat{\omega}_1 &= .07900 \\ \hat{\omega}_2 &= .03950 \\ \hat{\uparrow} &= .39271 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.2.2.106})$$

<sup>1)</sup> In den folgenden Ausdrücken ist das zugrundeliegende Erwartungsmodell bezüglich der relativen Faktorpreise (Gl. (A.2.1.22)),  
 $\left( \frac{W}{R} \right)_t = \left( \frac{W}{R} \right)_t$  ,  
 bereits berücksichtigt.

### 2.2.1 KURZFRISTIGE PRODUKTIONSFUNKTION

Die langfristige Produktionsfunktion (A.2.2.104) stellt eine Beschränkung zwischen erwartetem Output,  $Q_t^*$ , und gewünschten Faktorinputs,  $K_t^*$  bzw.  $L_t^*$ , dar. Die Schätzwerte für den Erwartungsparameter  $\mu$  und die Anpassungsparameter  $\gamma$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  und  $\omega_2$  zeigen, daß tatsächlicher und erwarteter Output sowie tatsächliche und gewünschte Faktoreinsätze i.a. nicht übereinstimmen.<sup>1)</sup> Das bedeutet jedoch, daß die Firmen in der kurzen Periode abseits der langfristigen Produktionsfunktion arbeiten. Die zur Produktion der tatsächlich nachgefragten Gütermenge benötigten Inputs werden mit - von einem langfristigen Standpunkt aus - nicht normalen Intensitäten verwendet. Die Intensität der Nutzung der Faktorinputs wird i.a. von Jahr zu Jahr variieren.

Der soeben geschilderte Sachverhalt soll an einem Beispiel illustriert werden:<sup>2)</sup> Nehmen wir an, daß sich die Firmen in dieser Periode im langfristigen Gleichgewicht befinden. D.h. es wird unterstellt, daß (i) die tatsächlichen Faktorinputs gleich den zur Produktion des gegenwärtigen Outputs optimalen Faktoreinsätzen sind und (ii) tatsächlicher und erwarteter Output übereinstimmen. Nehmen wir weiters an, daß die nachgefragte Menge in der nächsten Periode steigt und die Firmen gewillt sind, diese nachgefragte Menge zu produzieren. Wenn nun der erwartete Output weniger stark steigt als der tatsächliche, oder wenn es unökonomisch ist, die Inputfaktoren sofort an das für den erwarteten Output optimale Niveau anzupassen, oder beides der Fall ist, dann müssen die Produktionsfaktoren kurzfristig mit über dem normalen Niveau liegender Intensität eingesetzt werden, um die tatsächliche Nachfrage befriedigen zu können. Für die intensivere Nutzung der Produktionsfaktoren gibt es also zwei Gründe: Die Erwartungsverzögerung und die Anpassungsverzögerung.

---

<sup>1)</sup> Nur für  $\mu = 1$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\omega_0 = 1$  sowie  $\omega_1 = \omega_2 = 0$  sind die tatsächlichen Werte stets gleich den erwarteten bzw. gewünschten.

<sup>2)</sup> Siehe R.M.Coen und B.G.Hickman /2/, p.5.

Im folgenden wird zunächst von der Erwartungsverzögerung abgesehen. Es wird unterstellt, daß die Nutzungsintensität jedes Faktors dem Verhältnis zwischen gewünschter und tatsächlicher Menge entspricht:

$$k_t = \frac{K_t^*}{K_t^g}$$

bzw.

$$l_t = \frac{L_t^*}{L_t}$$

(A.2.2.107)

$k_t$  ist der Intensitätsindex des Faktors Kapital,  $l_t$  der Intensitätsindex des Faktors Arbeit für den Fall, daß  $Q_t^* = Q_t$  gilt.  $K_t^g$  stellt die durchschnittliche Einsatzmenge an Kapital in der Periode  $t$  dar:

$$K_t^g = \frac{K_t + K_{t-1}}{2} \quad . \quad (A.2.2.108)$$

Setzt man die Ausdrücke (A.2.2.107) und (A.2.2.108) in die langfristige Produktionsfunktion (A.2.2.104) ein, erhält man:

$$Q_t^* = A e^{\lambda t} \Pi(k_t K_t^g, l_t L_t) \quad . \quad (A.2.2.109)$$

Zur Berücksichtigung der Erwartungsverzögerung -  $Q_t^* = Q_t^\mu Q_{t-1}^{1-\mu}$  - wird Gleichung (A.2.2.109) mit dem Ausdruck

$$p_t = \left( \frac{Q_t}{Q_{t-1}} \right)^{1-\mu} \quad (A.2.2.110)$$

multipliziert. Aufgrund der Homogenität der Funktion  $\Pi$  vom Grade Eins erhält man:

$$Q_t = A e^{\lambda t} \Pi(k_t' K_t^g, l_t' L_t) \quad (A.2.2.111)$$

mit

$$k_t' = p_t k_t \quad ,$$

$$l_t' = p_t l_t \quad .$$

(A.2.2.112)

Gleichung (A.2.2.111) setzt die tatsächliche Produktion  $Q_t$  mit den tatsächlichen Einsätzen an Kapital und Arbeit,  $K_t^g$  bzw.  $L_t$ , in Beziehung. Sie kann daher als kurzfristige Produktionsfunktion aufgefaßt werden. Die aufgrund der Erwartungs- und Anpassungsverzögerung unterschiedlichen Nutzungsintensitäten werden durch die Indizes  $k_t'$  und  $l_t'$  berücksichtigt.

Im Falle einer stationären Wirtschaft, d.h. für

$$\left. \begin{aligned} Q_t^* &= Q_t = Q_{t-1} \\ L_t^* &= L_t = L_{t-1} \\ \text{und} \quad K_t^* &= K_t = K_{t-1} \end{aligned} \right\} \text{(A.2.2.113)}$$

gilt  $k_t' = n^{C'} = 1$  und  $l_t' = n^{L'} = 1$ .  $n^{C'}$  bzw.  $n^{L'}$  stellt die - von einem langfristigen Standpunkt aus - normale Nutzungsintensität von Kapital bzw. Arbeit dar.<sup>1)</sup>

Die effektiven Faktoreinsätze  $k_t' K_t^g$  bzw.  $l_t' L_t$  sind nicht beobachtbar, können jedoch mit Hilfe der in Gleichung (A.2.2.106) zusammengestellten Schätzergebnisse berechnet werden.

### 2.2.2 KAPITAL-OPTIMALER OUTPUT

Als Kapital-optimaler Output wird jene Erzeugermenge bezeichnet, die hergestellt werden könnte, wenn der tatsächliche Kapitalstock  $K_t^g$  mit jenem Arbeitseinsatz kombiniert wird, der bei gegebener Technologie und Faktorpreisen die Produktionskosten minimiert.<sup>2)</sup>

1) Im Abschnitt 2.2.4 wird gezeigt, daß in einer wachsenden Wirtschaft i.a.  $n^{C'}, n^{L'} \neq 1$  gilt.

2) vgl. R.M.Coen und B.G. Hickman /2/, p.6 sowie F.Schebeck und G.Thury /4/, p.9. Coen und Hickman beziehen ihre Definition der Kapital-optimalen Outputmenge auf die erwarteten Faktorpreise. Da nach Gl.(A.2.1.22)

$$\left(\frac{W}{R}\right)_t^* = \left(\frac{W}{R}\right)_t$$

gilt, ist in der vorliegenden Arbeit eine Unterscheidung zwischen tatsächlichen und erwarteten Faktorpreisen hinfällig.

Nun gibt Gleichung (A.2.2.106) die kostenminimierenden (gewünschten) Faktorinputs zur Produktion der erwarteten Outputmenge  $Q_t^*$  bei gegebener Technologie und Faktorpreisen an. Substituiert man daher in (A.2.2.106) für den gewünschten Kapitalstock den tatsächlichen Kapitalstock  $K_t^g$ , führt die Lösung dieser Gleichung nach der nun als unbekannt geltenden Outputgröße zur Kapital-optimalen Outputmenge  $Q_t^C$ :

$$Q_t^C = A \cdot e^{\lambda t} X_{K,t}^{-1} K_t^g \quad . \quad (A.2.2.114)$$

Die Auslastungsrate des Faktors Kapital bezogen auf die erwartete Produktion,  $\eta_t^C$ , sei definiert als

$$\eta_t^C = \frac{Q_t^*}{Q_t^C} \quad . \quad (A.2.2.115)$$

Die Auslastungsrate des Faktors Kapital bezogen auf die tatsächliche Produktion,  $\eta_t^{C'}$  ergibt sich zu

$$\eta_t^{C'} = \frac{Q_t}{Q_t^C} = p_t \cdot \eta_t^C \quad . \quad (A.2.2.116)$$

Aufgrund der Beziehung (A.2.2.106) gilt:

$$Q_t^* = A \cdot e^{\lambda t} X_{K,t}^{-1} K_t^* \quad . \quad (A.2.2.117)$$

Setzt man (A.2.2.117) und (A.2.2.114) in die Gleichung (A.2.2.115) ein, erhält man

$$\eta_t^C = \frac{K_t^*}{K_t^g} \quad . \quad 1) \quad (A.2.2.118)$$

---

1) Der Zusammenhang zwischen Anpassungsverzögerung und Auslastungsrate tritt klar hervor, wenn man  $K_t^*$  mit Hilfe der Faktornachfragefunktion nach Kapital (Gl.A.2.2.105) ersetzt:

$$\eta_t^C = \left( \frac{K_t}{K_{t-1}} \right)^{\frac{1}{\omega_c}} \left( \frac{K_{t-1}}{E_{t-1}} \right)^{-1} \left( \frac{K_{t-1}}{E_{t-1}} \right)^{-\frac{\omega_1}{\omega_c}} \left( \frac{K_{t-2}}{K_{t-3}} \right)^{-\frac{\omega_2}{\omega_c}} \quad .$$

Die Substitution dieses Ergebnisses in die Gleichung (A.2.2.116) führt zu:

$$\eta_t^{C'} = p_t \cdot \frac{K_t}{K_t^g} \quad . \quad (\text{A.2.2.119})$$

Ein Vergleich der Ausdrücke (A.2.2.118) u. (A.2.2.107) sowie (A.2.2.119) und (A.2.2.112) zeigt, daß die in diesem Abschnitt definierte Auslastungsrate des Faktors Kapital gleich dem Index der Nutzungsintensität dieses Faktors aus dem voranstehenden Abschnitt ist:

$$\eta_t^C = k_t \quad (\text{A.2.2.120})$$

bzw.

$$\eta_t^{C'} = k_t' \quad .$$

### 2.2.3 ARBEITS-OPTIMALER OUTPUT

Als Arbeits-optimaler Output  $Q_t^L$  wird jene Erzeugermenge bezeichnet, die hergestellt werden könnte, wenn der tatsächliche Arbeitseinsatz  $L_t$  mit jenem Kapitalstock kombiniert wird, der bei gegebener Technologie und Faktorpreisen die Produktionskosten minimiert.<sup>1)</sup>

Die Berechnung des Arbeits-optimalen Outputs erfolgt analog zur Bestimmung der Kapital-optimalen Erzeugermenge im Abschnitt 2.2.1: Man ersetzt in (A.2.2.106) den gewünschten Arbeitseinsatz durch den tatsächlichen. Die Lösung nach der nun als unbekannt geltenden Outputgröße ergibt die Arbeits-optimalen Outputmenge  $Q_t^L$ :

$$Q_t^L = A \cdot e^{\lambda t} X_{L,t}^{-1} L_t \quad . \quad (\text{A.2.2.121})$$

Die Auslastungsrate des Faktors Arbeit bezogen auf die erwartete Produktion,  $\eta_t^L$ , sei - analog zur Gleichung (A.2.2.115) - definiert als

---

<sup>1)</sup> Vgl. R.M.Coen und B.G.Hickman /2/, pp.9-10 sowie F.Schebeck und G.Thury /4/, p.10.

$$\eta_t^L = \frac{Q_t^*}{Q_t^L} \quad . \quad (\text{A.2.2.122})$$

Für die Auslastungsrate des Faktors Arbeit bezogen auf die tatsächliche Produktion,  $\eta_t^{L'}$ , gilt dann die Beziehung

$$\eta_t^{L'} = \frac{Q_t}{Q_t^L} = p_t \cdot \eta_t^L \quad . \quad (\text{A.2.2.123})$$

Die Lösung der Gleichung (A.2.2.106) nach  $Q_t^*$  führt zu:

$$Q_t^* = A e^{\lambda t} X_{L,t}^{-1} L_t^* \quad (\text{A.2.2.124})$$

Setzt man (A.2.2.124) und (A.2.2.121) in die Beziehung (A.2.2.122) ein, erhält man

$$\eta_t^L = \frac{L_t^*}{L_t} \quad . \quad 1) \quad (\text{A.2.2.125})$$

Die Substitution von (A.2.2.125) in (A.2.2.123) führt zu

$$\eta_t^{L'} = p_t \cdot \frac{L_t^*}{L_t} \quad . \quad (\text{A.2.2.126})$$

Ein Vergleich der Ausdrücke (A.2.2.125) und (A.2.2.107) sowie (A.2.2.126) und (A.2.2.112) ergibt in Analogie zu (A.2.2.120):

$$\eta_t^L = l_t$$

bzw.

$$\eta_t^{L'} = l_t' \quad .$$

(A.2.2.127)

---

1) Die Ersetzung von  $L_t^*$  mit Hilfe der Nachfragegleichungen (A.2.2.105) führt zu

$$\eta_t^L = \frac{1}{\delta} \left[ \frac{K_{t-1}}{K_t} - (1-\delta) \frac{L_{t-1}}{L_t} \right] \cdot \left( \frac{K_t}{K_{t-1}} \right)^{\omega_0} \left( \frac{K_{t-1}^*}{K_{t-2}} \right)^{\omega_0} \left( \frac{K_{t-2}^*}{K_{t-3}} \right)^{\omega_0} \dots - \frac{\omega_1}{\omega_0}$$

und zeigt die Zusammenhänge zwischen Anpassungsverzögerung und Auslastungsrate.

#### 2.2.4 POTENTIALOUTPUT

Als Potentialoutput  $Q_t^P$  wird jene Erzeugermenge bezeichnet, die hergestellt werden könnte, wenn (i) der tatsächliche Kapitalstock  $K_t^g$  mit dem dem Vollbeschäftigungsangebot  $L_t^f$  entsprechenden Arbeitseinsatz kombiniert wird und (ii) beide Faktoren mit normaler (konstanter) Intensität eingesetzt werden.<sup>1)</sup>

R.M.Coen und B.G.Hickman geben für die zweite Bedingung folgende Begründung: "Potential output, properly defined, should change over time only when available factor supplies or technology change. If we were to base our estimate of potential output on actual rather than normal rates of capacity and labour utilisation, then this would not be the case. Potential output would vary from year to year as factors of production are used more or less intensively."<sup>2)</sup>

Verwendet man für die normalen Auslastungsraten von Kapital bzw. Arbeit die Symbole  $n^{C'}$  bzw.  $n^{L'}$ , ist die Potentialproduktion gemäß der vorhin gegebenen Definition gleich (Gl.A.2.2.111)

$$Q_t^P = QPOT_t = A \cdot e^{\lambda t} \Pi(n^{C'} K_t^g, n^{L'} L_t^f) \quad (\text{A.2.2.128})$$

mit

$$\frac{dn^{C'}}{dt} = \frac{dn^{L'}}{dt} = 0 \quad (\text{A.2.2.129})$$

Die Auslastungsrate der Potentialproduktion,  $\eta_t^P$ , sei definiert als

$$\eta_t^P = \frac{QQPOT_t}{100} = \frac{Q_t}{Q_t^P} = \frac{\Pi(k_t^l K_t^g, l_t^l L_t^f)}{\Pi(n^{C'} K_t^g, n^{L'} L_t^f)} \quad (\text{A.2.2.130})$$

Um nun die Potentialproduktion  $Q_t^P$  berechnen zu können, müssen vorerst die normalen Auslastungsraten von Kapital und Arbeit

---

<sup>1)</sup> vgl. R.M.Coen und B.G.Hickman /2/, p.26 sowie F.Schebeck und G.Thury /4/, p.12.

<sup>2)</sup> R.M.Coen und B.G.Hickman /2/, p.26.

ermittelt werden. Die Vermutung, daß die normalen Auslastungsraten gleich Eins sind, ist - sieht man von der Erwartungsverzögerung ab - nur dann richtig, wenn tatsächliche und gewünschte Faktorinputs stets übereinstimmen, d.h. die Unternehmer ihre Inputs sofort an die gewünschten Niveaus anpassen.<sup>1)</sup> Die Schätzung der Faktornachfragefunktionen hat jedoch gezeigt, daß die Unternehmer die Adaptierung ihrer Faktoreinsätze nur verzögert vornehmen. Da gemäß der Gleichung (A.2.2.106)

$$\frac{\partial K^*}{\partial Q^*} > 0$$

und

(A.2.2.131)

$$\frac{\partial L^*}{\partial Q^*} > 0$$

gilt, werden daher in einer wachsenden Wirtschaft mit konstanten relativen Preisen die aktuellen Faktorinputs i.a. unter den gewünschten Niveaus liegen. D.h., die Auslastungsraten von Arbeit und Kapital werden über dem Wert Eins liegen. Eine Zunahme der relativen Preise  $(\frac{W}{R})_t$  wirkt sich dagegen, da

$$\frac{\partial K^*}{\partial (\frac{W}{R})} > 0$$

und

(A.2.2.132)

$$\frac{\partial L^*}{\partial (\frac{W}{R})} < 0$$

gilt, unterschiedlich auf die Nutzungsintensität der beiden Produktionsfaktoren aus:<sup>2)</sup> Während beim Faktor Kapital eine zusätzliche Steigerung des Auslastungsgrades eintritt, vermindert sich die Nutzungsintensität des Faktors Arbeit.

Unter den normalen Auslastungsraten verstehen wir nun jene Auslastungsraten, die sich aufgrund der säkularen Entwicklung (exponentieller Trend) der Variablen  $Q_t$  bzw.  $Q_t^*$  und  $(\frac{W}{R})_t$  bei

---

1) Dieses Ergebnis folgt unmittelbar aus (A.2.2.118) und (A.2.2.125).  
2) Die Ungleichungen (A.2.2.132) folgen unmittelbar aus (A.2.2.106).

gegebenem Anpassungs- und Erwartungsmodell einstellen. D.h., die Berechnung der normalen Auslastungsraten der Faktoren Arbeit und Kapital wird unter der Hypothese

$$Q_t = Q_t^{\text{TREND}} = Q_0 e^{g_Q t}, \quad g_Q \text{ konstant,}$$

$$\left(\frac{W}{R}\right)_t = \left(\frac{W}{R}\right)_t^{\text{TREND}} = \left(\frac{W}{R}\right)_0 e^{g_{W/R} t}, \quad g_{W/R} \text{ konstant,} \quad (\text{A.2.2.133})$$

durchgeführt.

Wird mit  $g_{X_K}$  bzw.  $g_{X_L}$  die Wachstumsrate der Ausdrücke  $X_{K,t}$  bzw.  $X_{L,t}$  bezeichnet, so folgt aus (A.2.2.106) für die Wachstumsrate der gewünschten Nachfrage nach Kapital bzw. Arbeit,  $g_{K^*}$  bzw.  $g_{L^*}$  :<sup>1)</sup>

$$g_{K^*} = -\lambda + g_{X_K} + g_Q,$$

$$g_{L^*} = -\lambda + g_{X_L} + g_Q .$$

(A.2.2.134)

Die Wachstumsraten  $g_{X_K}$  und  $g_{X_L}$  können infolge der Unabhängigkeit von  $g_{W/R}$  v.d. Zeit<sup>K</sup> in guter Näherung als konstant angesehen werden.<sup>2)</sup> Daraus folgt, da auch  $\lambda$  und  $g_Q$  zeitlich konstante

---

1) Dieses Ergebnis ist sofort verständlich, wenn man berücksichtigt, daß die Wachstumsrate des Produkts zweier Größen gleich der Summe der Wachstumsraten dieser Größen ist.

2) Die exakte Berechnung der Wachstumsraten von  $X_{K,t}$  und  $X_{L,t}$  ergibt:

$$g_{X_K} = + \frac{g_{W/R}}{\alpha + 1 - \frac{\beta}{\left(\frac{W}{R}\right)_t}}, \quad g_{X_L} = - \frac{g_{W/R}}{1 - \frac{\beta}{\left(\frac{W}{R}\right)_t}} + g_{X_K} .$$

Da im Beobachtungszeitraum  $.003 \leq \beta / \left(\frac{W}{R}\right)_t \leq .009 \ll 1$  gilt, kann der Ausdruck  $\beta / \left(\frac{W}{R}\right)_t$  vernachlässigt werden und man erhält:

$$g_{X_K} = + \frac{g_{W/R}}{1 + \alpha}, \quad g_{X_L} = - \frac{\alpha}{1 + \alpha} g_{W/R} .$$

Größen darstellen, die Konstanz von  $g_{K^*}$  und  $g_{L^*}$ , d.h. es gilt

$$K_t^* = K_t^{\text{TREND}} = K_0^* e^{g_{K^*} t}$$

und

$$L_t^* = L_t^{\text{TREND}} = L_0^* e^{g_{L^*} t} \quad (\text{A.2.2.135})$$

Setzt man dieses Resultat in die Nachfragefunktionen (A.2.2.105) ein, erhält man auch für  $K_t$  und  $L_t$  - wie in den Anhängen A.A.1 und A.A.2 gezeigt wird - exponentielles Wachstum:

$$K_t = K_t^{\text{TREND}} = K_0 e^{g_K t}, \quad L_t = L_t^{\text{TREND}} = L_0 e^{g_L t}$$

mit

$$g_K = g_{K^*}, \quad g_L = g_{L^*} \quad (\text{A.2.2.136})$$

$$K_0 = K_0^* \exp\left[-\frac{1-\omega_0-\omega_1-\omega_2}{\omega_0+\omega_1+\omega_2} g_K\right], \quad L_0 = L_0^* \frac{\gamma}{\left[e^{-g_K} - (1-\gamma)e^{-g_L}\right]} \cdot \exp\left[\frac{-g_K}{\omega_0+\omega_1+\omega_2}\right].$$

Die gewünschten und tatsächlichen Faktoreinsätze wachsen gleich schnell. Da die Auslastungsraten der Produktionsfaktoren gemäß Gl.(A.2.2.119) und (A.2.2.125) gleich dem Quotienten aus gewünschtem und aktuellem Niveau multipliziert mit dem (konstanten) Faktor

$$p_t = \left(\frac{Q_t}{Q_{t-1}}\right)^{1-\mu} = (e^{g_Q})^{1-\mu} \quad (\text{A.2.2.137})$$

sind, gewährleistet dieses Resultat die geforderte Konstanz der Nutzungsintensitäten. Setzt man (A.2.2.135) und (A.2.2.136) in die Gl.(A.2.2.119) und (A.2.2.126) ein, erhält man für die normalen Auslastungsraten:

$$\eta_t^{C'} = n^{C'} = p_t \frac{K_t^*}{K_t^g} = (e^{g_Q})^{1-\mu} \left\{ \exp\left[\frac{g_K}{\omega_0+\omega_1+\omega_2}\right] \left\{ \frac{e^{g_{K+1}}}{2} \right\}^{-1} \right\},$$

$$\eta_t^{L'} = n^{L'} = p_t \frac{L_t^*}{L_t^g} = (e^{g_Q})^{1-\mu} \left\{ \exp\left[\frac{g_K}{\omega_0+\omega_1+\omega_2}\right] \cdot \frac{1}{\gamma} \left[ e^{-g_K} - (1-\gamma)e^{-g_L} \right] \right\}. \quad (\text{A.2.2.138})$$

$g_Q$ ,  $g_K$  und  $g_L$  stellen dabei die durchschnittlichen Wachstumsraten der Größen  $Q_t$ ,  $K_t$  und  $L_t$  dar.

#### 2.2.4. EMPIRISCHE ERGEBNISSE

Die Berechnung der Normalauslastungsraten mit Hilfe der Formel (A.2.2.138) - wobei für  $g_Q$ ,  $g_K$  und  $g_L$  die durchschnittlichen Wachstumsraten der Größen  $Q_t$ ,  $K_t$  und  $L_t$  eingesetzt werden - ergibt:

$$n^{C'} = 1.20312, \quad n^{L'} = 1.10937. \quad (\text{A.2.1.139})$$

Daß die Normalauslastungsrate des Faktors Kapital höher als die Normalauslastungsrate des Faktors Arbeit ist, erklärt sich aus der i.a. kleineren Anpassungsgeschwindigkeit des Faktors Kapital ( $\omega_0 < \uparrow$ ).

Der Bestimmung des Vollbeschäftigungsniveaus,  $L_t^f$ , wurde die kleinste im Beobachtungszeitraum 1955-1974 ermittelte Arbeitslosenrate, nämlich 1,5%, zugrunde gelegt. D.h. es wurde folgende Definition des Vollbeschäftigungsniveaus gewählt:<sup>1)</sup>

$$L_t^f = (L_t + U_t) \frac{98,5}{100}. \quad (\text{A.2.1.140})$$

$L_t$  stellt dabei die Anzahl der Beschäftigten und  $U_t$  die Anzahl der Arbeitslosen dar. Die verwendete Einheit ist jeweils '10000 Personen'.

Die Resultate der empirischen Berechnung der Potentialauslastungsrate sowie der Auslastungsraten von Kapital und Arbeit sind im Anhang A.A.3 in tabellarischer Form zusammengestellt. Eine graphische Darstellung des Verlaufs dieser Auslastungsraten zwischen 1956 und 1974 findet sich in den Abbildungen A.2.1-A.2.3

Wie man aus der Graphik A.2.1 erkennt, besitzt die Auslastungsrate der Potentialproduktion 1957 mit 96,5% ein erstes Maximum.<sup>2)</sup>

---

1) Es ist möglich, daß die im Jahre 1974 beobachtete Arbeitslosenrate von 1,5% nur ein lokales und kein globales Minimum darstellt. Veränderte Annahmen über die sogenannte natürliche Arbeitslosenrate bewirken Änderungen im Niveau der Potentialauslastung.

2) Das Österreichische Institut für Wirtschaftsforschung datiert die Konjunkturröhepunkte zw. 1954 und 1970 mit 1957, 1961 und 1966 (vgl. G.Tichy /87/, /88/).

$$\Delta \frac{P}{n} \cdot 100 = \frac{Q}{P} \cdot 100 = \text{QQPOT}$$

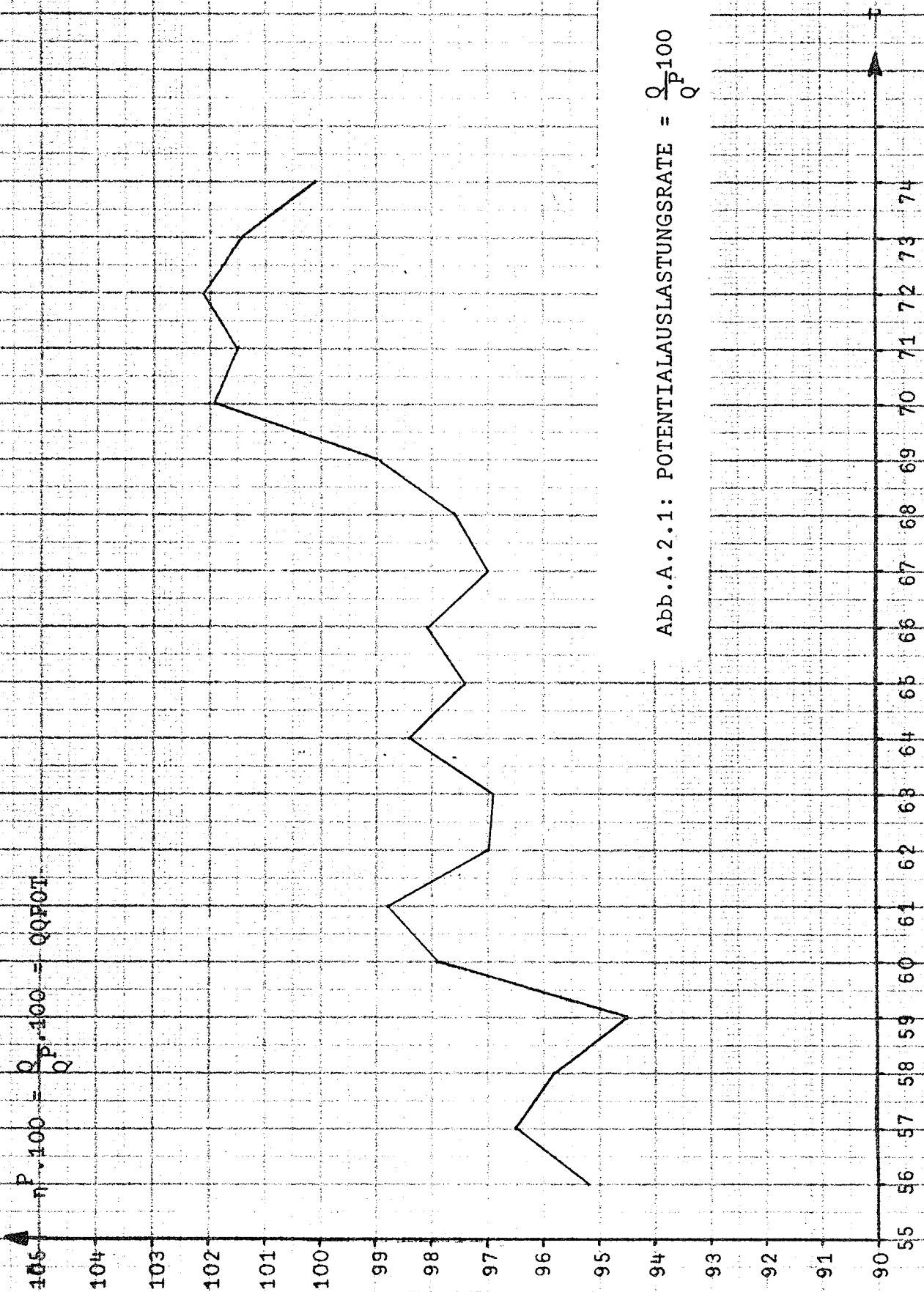


Abb.A.2.1: POTENTIALAUSLASTUNGSRATE =  $\frac{Q}{P} \cdot 100$

$$\Delta n' \cdot 100 = \frac{Q}{Q^E} \cdot 100$$

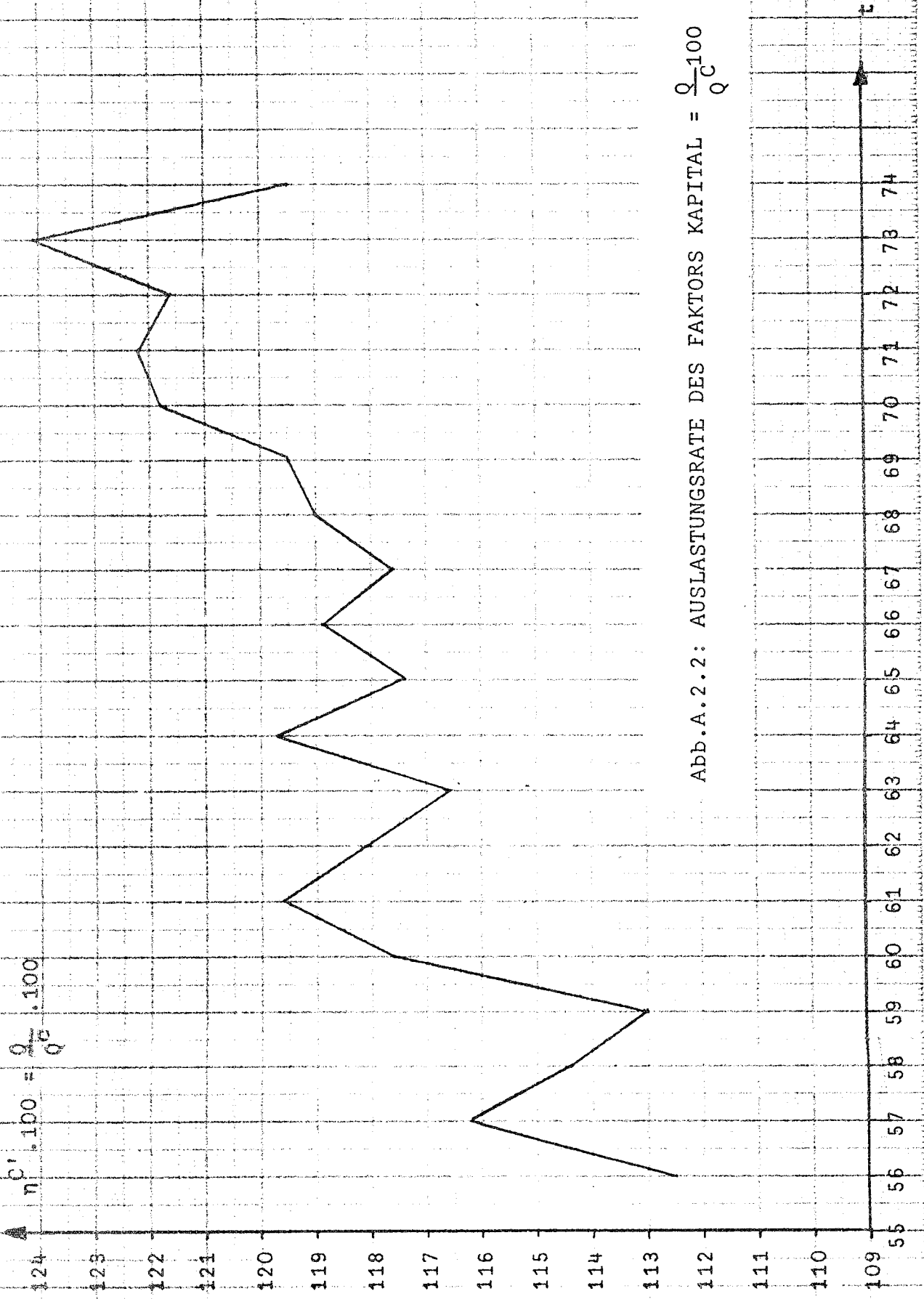


Abb.A.2.2: AUSLASTUNGSRATE DES FAKTORS KAPITAL =  $\frac{Q}{Q^E} \cdot 100$

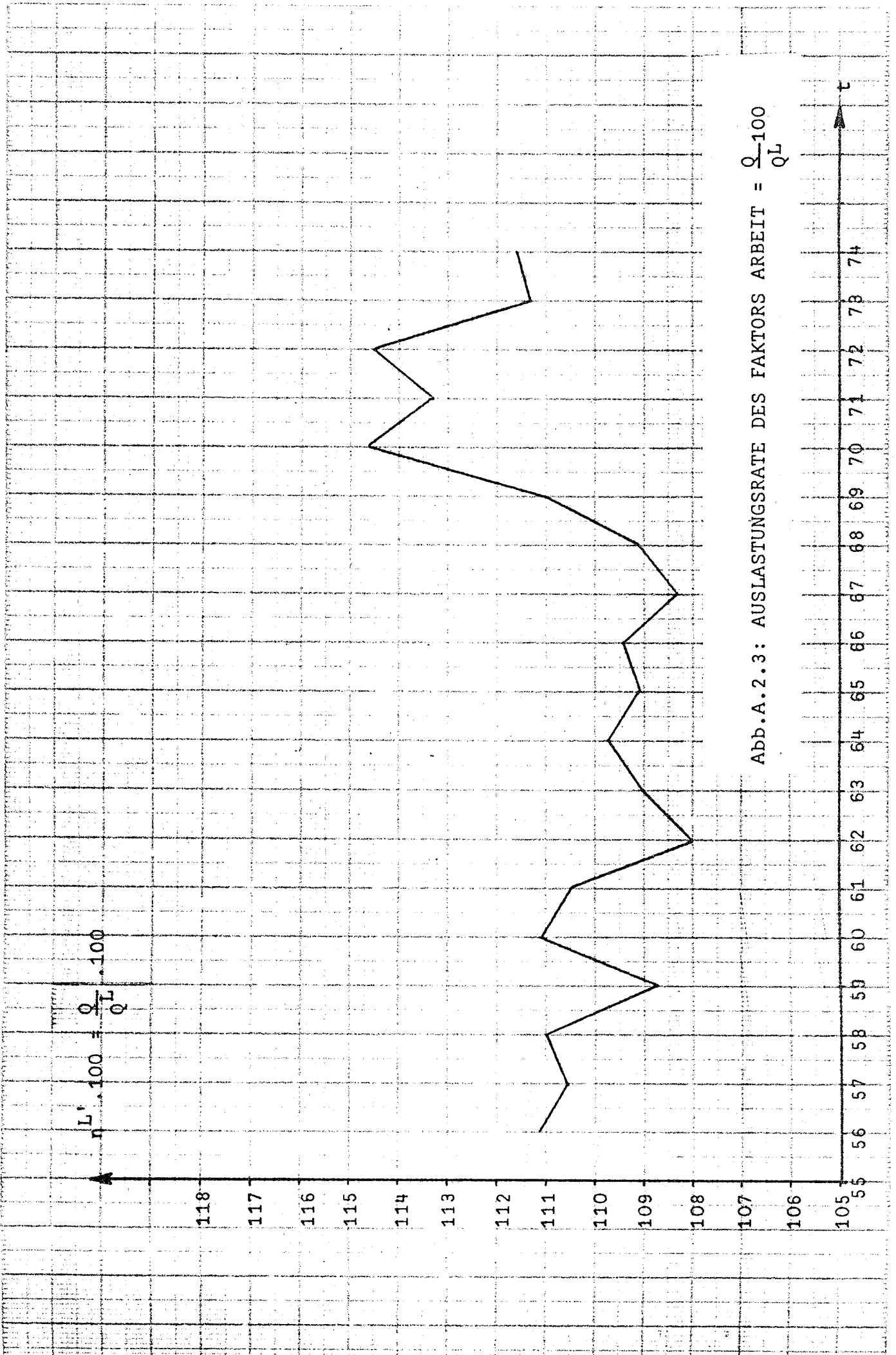


Abb.A.2.3: AUSLASTUNGSRATE DES FAKTORS ARBEIT =  $\frac{Q_L}{Q} \cdot 100$

In den folgenden zwei Jahren vermindert sie sich um ca. 2 Prozentpunkte um dann 1961 mit fast 99% einen Wert zu erreichen, der selbst im nachfolgenden zweigipfeligen Konjunkturzyklus (Konjunkturröhepunkte 1964 und 1966) nicht übertroffen wird. Dem anschließenden Konjunkturtief 1967 mit einer 97 %-igen Potentialauslastung folgt ein stetiger Anstieg auf fast 102% im Jahre 1970. Der Einbruch der internationalen Konjunktur macht sich 1971 mit einem Rückgang der Potentialauslastungsrate um einen halben Prozentpunkt bemerkbar. 1972 erreicht die Potentialauslastung mit 102,1% ihren bisher höchsten Wert überhaupt. Die anschließende Konjunkturverflachung bewirkt einen Abfall der Auslastungsrate der Potentialproduktion. Sie liegt jedoch 1974 noch immer bei 100%.

Die Auslastungsrate des Faktors Kapital-Abb.A.2.2-besitzt ebenso wie die Potentialauslastungsrate in den Jahren 1957 und 1961 maximale Werte. 1961 beträgt ihr Wert 119,6% und liegt damit um ca. 3,5% über dem Niveau 1957. Die zweigipfelige Gestalt des nachfolgenden Konjunkturzyklus läßt sich auch an der Entwicklung der Auslastungsrate des Faktors Kapital erkennen. Das Konjunkturtief im Jahre 1967 bewirkt eine Verminderung um ca.1,3% gegenüber 1966. Zwischen 1967 und 1971 steigt die Kapitalauslastungsrate kontinuierlich um insgesamt ca. 4,5 Prozentpunkte.

Zur Erklärung des relativen Maximums der Kapitalauslastungsrate, d.h. dem Quotienten aus tatsächlicher Produktion und kapitaloptimaler Produktion, im Jahre 1971 sei an die Definition der Kapital-optimalen-Produktion erinnert. Diese gibt an, wieviel mit dem aktuellen Kapitalstock produziert werden könnte, wenn dieser mit dem bei gegebenen Faktorpreisen optimalen (kostenminimalen) Arbeitseinsatz kombiniert wird. Der optimale Input an Arbeit ist umso größer, je teurer eine Einheit Kapital im Vergleich zu einer Einheit Arbeit ist.<sup>1)</sup> Daraus folgt, da ein

---

<sup>1)</sup> vgl. Gleichung (A.2.2.106).

Mehr an Input ein Mehr an Output ermöglicht, daß - ceteris paribus - die Kapital-optimale Produktion bei einer Steigerung der relativen Preise, d.h. des Quotienten aus Rental Price of Capital und Lohnsatz, zunimmt. Eine Abnahme der relativen Preise besitzt natürlich den gegenteiligen Effekt.<sup>1)</sup> Das relative Maximum der Kapitalauslastungsrate bzw. das relative Minimum der Kapital-optimalen Produktion im Jahre 1971 erklärt sich nun daraus, daß - bei ziemlich gleich bleibenden Wachstumsraten des Bruttonationalprodukts und der Bruttoanlageinvestitionen - die Abnahme der relativen Preise gegenüber der Vorperiode im Jahre 1971 mehr als doppelt so groß war wie in den Jahren 1970 und 1972.<sup>2)</sup>

Das absolute Maximum der Auslastungsrate des Faktors Kapital wird 1973 mit 124,1 Prozentpunkten erreicht. 1974 beträgt die Kapitalauslastungsrate 119,5%, d.h. um 4,6 Prozentpunkte weniger als 1974.

Der Verlauf der Auslastungsrate des Faktors Arbeit ist in Abb.A.2.3 dargestellt. Sie besitzt - im Gegensatz zur Kapitalauslastungsrate - 1957 kein Maximum. Der Wert für 1958 liegt um ca. einen halben Prozentpunkt über jenem von 1957.

---

1) Die Auslastungsrate des Faktors Kapital  $\eta_t^{C'}$  ist gemäß Gleichung (A.2.2.119) gleich  $p_t K_t^*/K_t^e$ . Daraus folgt unter Verwendung von (A.2.2.106) in guter Näherung (vgl. Fußnote 2 auf Seite 98):

$$\frac{d\eta^{C'}}{dt} = -\lambda - \frac{1}{1+\alpha} \varepsilon_{R/W} + \varepsilon_Q - \varepsilon_{K^g}$$

2) Die Abnahme der relativen Preise beläuft sich auf 2,5 Prozent im Jahre 1970, 5,2 Prozent im Jahre 1971 und 1,9 Prozent im Jahre 1972. Die Zuwachsraten des Bruttonationalprodukts betragen im selben Zeitraum 7,8, 5,3 und 6,4 Prozent, die Wachstumsraten der Bruttoanlageinvestitionen 12,0, 12,5 und 12,9 Prozent.

Die Begründung dafür ist in der Entwicklung der relativen Preise zu suchen: Die arbeitsoptimale Produktion steigt bzw. der Auslastungsgrad des Faktors Arbeit sinkt, wenn - ceteris paribus - der Quotient aus Rental Price of Capital und Lohnsatz abnimmt.<sup>1)</sup> Während nun die Abnahme 1957 5,4% beträgt, tritt 1958 nur eine 0,5 prozentige Verminderung ein.

Zwischen 1958 und 1959 nimmt die Auslastungsrate des Faktors Arbeit um 2,3 Prozentpunkte ab. Im Hochkonjunkturjahr 1960 erreicht sie mit 111,1% ein lokales Maximum, das auch über den Maximalwerten des nachfolgenden Konjunkturzyklus liegt. Die zweigipfelige Gestalt dieses Zyklus ist auch an der Auslastungsrate des Faktors Arbeit erkennbar. Der Konjunkturreinbruch 1967 bewirkt eine Abnahme um 1,2 Prozentpunkte gegenüber 1966. Die monotone Steigerung zwischen 1967 und 1970 beträgt mehr als 6%. Ein Vergleich der Abbildungen A.2.2 und A.2.3 zeigt, daß sich die Kapital- und Arbeitsauslastungsraten zwischen 1970 und 1972 spiegelverkehrt entwickeln. Die Begründung liegt in der gegensätzlichen Reaktion auf eine Veränderung der relativen Preise. 1973 nimmt die Auslastungsrate des Faktors Arbeit um 3,2% gegenüber der Vorperiode ab. Die leichte Zunahme im Jahre 1974 ist mit einer leichten Zunahme der relativen Preise (1,3%) zu erklären.

---

<sup>1)</sup> Daß Kapital-optimale-und Arbeits-optimale-Produktion auf eine Änderung der relativen Preise gegensätzlich reagieren, ist in der dualen Definition der beiden Größen begründet.

### 3. EINKOMMENSSEITE, LOHN-PREIS-SEKTOR

Im Abschnitt 3.1 wird die simultane Schätzung des Lohnsatzes pro Beschäftigten, des Deflators der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion und des Exportdeflators durchgeführt. Im Abschnitt 3.2 werden neben der definitorischen Bestimmung der Deflatoren der Gesamtnachfrage, der Inlandsnachfrage und des Bruttonationalprodukts die Deflatoren des privaten und öffentlichen Konsums sowie der Bruttoanlageinvestitionen als Trendabweichung vom Deflator der Inlandsnachfrage ermittelt. Im Abschnitt 3.3 erfolgt die Bestimmung der Bruttolohnsumme und des disponiblen Einkommens.

#### 3.1 SIMULTAN GESCHÄTZTE LOHN-PREISGLEICHUNGEN

A. Wörgötter /92/ kommt aufgrund simultan geschätzter Lohn-Preissysteme - im Gegensatz zu P.Richter /94/ - zur Ansicht, "daß der 'simultaneous-equation-bias' im Lohn-Preissystem der österreichischen Wirtschaft eine wesentliche Rolle spielt."<sup>1)</sup> In der vorliegenden Arbeit wird daher, um mögliche Verzerrungen der Schätzergebnisse zu vermeiden, neben einer Schätzung des Deflators der Inlandsproduktion,  $PQ_t$ , und des Lohnsatzes pro Beschäftigten,  $W_t$ , mit der gewöhnlichen Kleinstquadratenmethode auch eine Schätzung mit Hilfe der zweistufigen Kleinstquadratenmethode durchgeführt. Die Ermittlung von  $PQ_t$  erfolgt dabei disaggregiert nach inländischer und ausländischer Nachfrage, d.h. das simultane Schätzverfahren bezieht sich auf die Verhaltensgleichungen der Variablen  $PVDD_t$ ,  $PX_t$  und  $W_t$ .  $PVDD_t$  ist der Deflator der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion (Bruttonationalprodukt minus Exporte) und  $PX_t$  der Deflator der Exporte i.w.S. Alle Schätzungen erfolgen in Veränderungsraten. Die gewählte Maßeinheit für Deflatoren und Wachstumsraten ist stets ein Prozent. In den Abschnitten 3.1.1 bis 3.4.3 werden die Ergebnisse der Schätzung dieses Lohn-Preissystems mit Hilfe der OLS-Methode

---

<sup>1)</sup> Vgl. A. Wörgötter /92/(vorläufige Fassung), p.14.

dargestellt. Die Ergebnisse der Schätzung des 3-Gleichungssystems  $PVDD_t$ ,  $W_t$  und  $PX_t$  mittels der 2SLS-Methode finden sich im Abschnitt 3.1.4.

### 3.1.1 DER DEFLATOR DER IM INLAND NACHGEFRAGTEN INLANDSPRODUKTION

Bisherige Schätzungen von Preisgleichungen für Österreich zeigen, daß sowohl Kostenvariable (cost push inflation) als auch Nachfragevariable (demand pull inflation) einen signifikanten Beitrag zur Erklärung der Inflation der letzten 20 Jahre liefern.<sup>1)</sup> Der Schätzgleichung von  $PVDD_t$  liegt ebenfalls die Hypothese einer gemischten Inflation zugrunde. Als Kostenvariable dienen stellvertretend die Unit Labour Costs,  $ULC_t$ :

$$ULC_t = W_t / PR_t \quad , \quad (A.3.1)$$

wobei

$$PR_t = Q_t / L_t \quad (A.3.2)$$

die (Arbeits)produktivität - gemessen in Mrd.S pro Beschäftigten - darstellt.

Als Nachfragevariable wird die prozentuelle Abweichung der tatsächlichen Produktion  $Q_t$  von der im Abschnitt 2.2 ermittelten Potentialproduktion  $QPOT_t$  verwendet.<sup>2)</sup> Zusätzlich zu diesen Variablen wird, um witterungsbedingte Preisänderungen zu erklären, der Preisindex des Beitrags der Land- und Forstwirtschaft zum BNP,  $PL_t$ , in die Gleichung aufgenommen. Der Test alternativer Lagstrukturen ergab, daß der Ansatz

$$\begin{aligned} \dot{PVDD}_t = & .23128 \dot{ULC}_t + .22992 \dot{ULC}_{t-1} + .19309 \frac{Q_{t-1} - QPOT_{t-1}}{QPOT_{t-1}} 100 + \\ & (3.25) \quad (3.55) \quad (2.20) \\ & \quad \quad \quad 56 - 74 \quad \quad \quad R^2 = .924 \\ & + .17241 \dot{PL}_t + 2.42883 \quad \quad \quad DW = 1.869 \\ & (5.15) \quad (4.20) \quad \quad \quad SE = .62996 \quad (A.3.3) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Vgl. H. Suppanz /90/, F. Schebeck u. H. Suppanz /89/, A. Wörgötter /91/, /92/.

<sup>2)</sup> Bezüglich der Werte von  $QPOT_t$  siehe Anhang A.A.3.

die Veränderung des Deflators der im Inland produzierten Inlandsnachfrage am besten zu erklären vermag. Der Punkt über den Variablen soll andeuten, daß es sich um relative Differenzen und nicht um Niveaus handelt. Alle geschätzten Koeffizienten sind mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% signifikant von Null verschieden. Die Durbin-Watson-Statistik läßt keinen Rückschluß auf eine Autokorrelation der Residuen zu.

Aus Gleichung (A.3.3) erkennt man, daß sich der Einfluß der Unit Labour Costs zu gleichen Teilen auf die jetzige und vergangene Periode aufteilt.

Da

$$\dot{ULC}_t = \dot{W}_t - \dot{PR}_t \quad (A.3.4)$$

gilt, bedeutet dies, daß die Inflationsrate  $\dot{PVDD}_t$  u.a. durch die Differenz des durchschnittlichen Lohnzuwachses pro Beschäftigten minus des durchschnittlichen Produktivitätszuwachses bestimmt wird, wobei der Durchschnitt über die jetzige und vergangene Periode zu bilden ist.<sup>1)</sup> Größenordnungsmäßig stimmen die aufgefundenen Koeffizienten - 0.5 für die durchschnittlichen Unit Labour Costs - mit den Schätzergebnissen von F.Schebeck und H.Suppanz sowie A.Wörgötter überein.<sup>2)</sup>

---

1) Dieses Ergebnis ist konzeptuell eng verwandt mit der Idee, daß vor allem langfristige Änderungen der Kosten auf die Preisentwicklung durchschlagen. Empirisch wird diese Hypothese zumeist mit Hilfe einer Variablen zu erfassen gesucht, die "normale" Unit Labour Costs repräsentieren soll. Die Definition der normalen Unit Labour Cost ist in der ökonometrischen Literatur nicht völlig einheitlich. So definieren F.Schebeck und H.Suppanz /89/ diese Größe als Quotient zwischen dem Lohnsatz pro Beschäftigten und einem geschätzten Produktivitätstrend, bei Ch.L.Schultze und J.L.Tryon /93/ steht im Nenner die durchschnittliche Produktivität der letzten 12 Quartale.

2) Vgl. F. Schebeck und H. Suppanz /89/, p. 194 sowie A.Wörgötter /91/, p.11.

Die prozentuelle Abweichung der tatsächlichen Produktion von der Potentialproduktion geht mit einer Verzögerung von einer Periode in die Gleichung (A.3.1) ein.<sup>1)</sup> Der Grund für dieses Ergebnis könnte in einem Informationsproblem liegen, d.h. die Wirtschaftssubjekte benötigen eine gewisse Zeit um zu erkennen, ob eine bestimmte Änderung der konjunkturellen Situation zufälliger oder permanenter Natur ist.

### 3.1.2 DER DEFLATOR DER EXPORTE i.w.S.

Für die Bestimmung der Exportpreise erscheinen besonders zwei Faktoren wesentlich: (i) Die inländischen Produktionskosten und (ii) die Konkurrenzpreise auf den österreichischen Exportmärkten. Letztere werden in der vorliegenden Arbeit in erster Näherung durch den Deflator der Importe i.w.S.,  $PM_t$ , repräsentiert.<sup>2)</sup> Die Importpreise sind die Exportpreise des Auslands und somit wesentlich durch die Produktionskosten des Auslands bestimmt. Da diese innerhalb des vorliegenden Modells nicht erklärt werden, wird der Importdeflator  $PM_t$  als exogene Modellgröße gewählt. Als Indikator für die inländischen Produktionskosten wurden sowohl die Unit Labour Costs,  $ULC_t$ , als auch der Preisindex der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion,  $PVDD_t$ , untersucht. Die Schätzungen zeigen, daß  $PVDD_t$  den Deflator der Exporte i.w.S.,  $PX_t$ , besser erklärt als die Unit Labour Costs. Dieses Ergebnis läßt sich einerseits durch den großen Anteil der Dienst-

---

1) Dieselbe Lagstruktur findet A.Wörgötter /91/, pp.72-72. Als Nachfrageindikatoren dienen in dieser Arbeit die Abweichung des BNP - mit und ohne Land- und Forstwirtschaft - vom Trend.

2) Theoretisch anspruchsvoller wäre die Verwendung eines einfach bzw. doppelt gewichteten Exportpreisindex unter Berücksichtigung von Wechselkursänderungen (vgl. F.Schebeck, H.Suppanz und G.Tichy /95/ sowie G.Munduch /85/, ch.4.2.2.2.2). Aufgrund von Datenproblemen wurde jedoch davon vorläufig Abstand genommen. Die Konzepte der gewichteten Exportpreisindizes besitzen jedoch einen wesentlichen Mangel: Sie unterstellen, daß sich der Wettbewerb auf alternative Exportgüter beschränkt. Die Konkurrenz mit Produkten jenes Landes, in das exportiert wird, bleibt unberücksichtigt.

leistungsexporte an den Gesamtexporten (1974 beträgt der Anteil 38%) begründen, wenn man bedenkt, daß der Deflator der Dienstleistungsexporte vor allem durch das inländische Preisniveau in der Fremdenverkehrswirtschaft bestimmt wird. Andererseits erklärt sich dieses Ergebnis dadurch, daß  $PVDD_t$  sämtliche Kostenanteile umfaßt. Die Regression von  $PX_t$  nach  $PVDD_t$  und  $PM_t$  in Wachstumsraten mit Hilfe der OLS-Methode ergibt:

$$\begin{aligned} \dot{P}X_t &= .35692 \dot{P}VDD_t + .55489 \dot{P}M_t & R^2 &= .843 \\ & \quad (4.38) \quad \quad (6.63) & DW &= 1.800 \\ & \quad 56 - 74 & SE &= 1.33989 \quad (A.3.5) \end{aligned}$$

Beide Koeffizienten sind signifikant von Null verschieden. Der erste Koeffizient kann als Maß für die Stärke Österreichs auf seinen Exportmärkten aufgefaßt werden.<sup>1)</sup> Die Größe dieses Koeffizienten ist positiv korreliert mit der Inelastizität der Nachfrage nach österreichischen Exportgütern. Je unelastischer die Exportnachfrage bezüglich Preisänderungen ist, desto größer wird jener Kostenanteil sein, der überwältigt werden kann. Der zweite Koeffizient dagegen ist - da die Notwendigkeit auf Preisänderungen der Konkurrenz zu reagieren, abnimmt - negativ mit der Inelastizität der Exportnachfrage korreliert. D.h. bei vollkommen unelastischer Nachfrage wäre für den ersten Koeffizienten Eins, für den zweiten jedoch Null zu erwarten gewesen.

### 3.1.3 DER LOHNSATZ PRO BESCHÄFTIGTEN

Die Lohngleichung

$$\begin{aligned} \dot{W}_t &= .34495 \dot{W}_{t-1} + .73142 \dot{P}VDD_t + .73542 \left[ \frac{1}{2} (\dot{P}R_t + \dot{P}R_{t-1}) \right] + 2.08930 D_t^L \\ & \quad (2.79) \quad \quad (4.96) \quad \quad (3.68) & R^2 &= .789 & \quad (2.35) \\ & \quad 56 - 74 & DW &= 1.818 \\ & & SE &= 1.23863 \quad (A.3.6) \end{aligned}$$

ist mit der Hypothese einer produktivitätsorientierten Lohnpolitik der Gewerkschaften vereinbar:

<sup>1)</sup> Vgl. L. Samuelson /83/, p.7.

Unterstellt man, daß die Arbeitnehmervertreter einen Reallohnzuwachs in der Höhe des durchschnittlichen Produktivitätszuwachses anstreben (wobei die Durchschnittsbildung über die Zuwächse dieser und der vergangenen Periode durchgeführt wird) und verwendet man als Indikator des Preisniveaus den Deflator der Inlandsnachfrage,  $PVD_t$ , so ergibt sich die gewünschte nominelle Lohnzuwachsrate pro Beschäftigten zu

$$\dot{w}_t^d = \alpha_1 \dot{PVD}_t + \alpha_2 \left[ \frac{1}{2} (\dot{PR}_t + \dot{PR}_{t-1}) \right] , \quad (A.3.7)$$

wobei sich die Schätzwerte der Koeffizienten  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ , um die oben formulierte Hypothese aufrecht halten zu können, nicht signifikant von Eins unterscheiden dürfen. D.h. es darf zu keiner Ablehnung der Hypothesen

$$\left. \begin{array}{l} H_0^{(i)}: \alpha_i = 1 \\ \text{gegenüber den Alternativhypothesen} \\ H_1^{(i)}: \alpha_i \neq 1 \end{array} \right\} (A.3.8)$$

kommen ( $i = 1, 2$ ).

Setzt man die gewünschte nominelle Lohnzuwachsrate in das Anpassungsmodell

$$\dot{w}_t - \dot{w}_{t-1} = \delta (\dot{w}_t^d - \dot{w}_{t-1}) \quad (A.3.9)$$

ein, erhält man die der Gleichung (A.3.6) entsprechende Schätzbeziehung

$$\dot{w}_t = a_0 \dot{w}_{t-1} + a_1 \dot{PVD}_t + a_2 \left[ \frac{1}{2} (\dot{PR}_t + \dot{PR}_{t-1}) \right] + a_3 D_t^L \quad (A.3.10)$$

mit

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 - \delta, \\ a_1 &= \delta\alpha_1, \\ a_2 &= \delta\alpha_2. \end{aligned} \tag{A.3.11}$$

Der Koeffizient  $\delta$  bildet ein Maß für die Geschwindigkeit, mit der der gewünschte Lohnzuwachs realisiert wird. Die Lohnrundendummy  $D_t^L$  dient der Berücksichtigung eines besonders starken Lohnrundeneffektes in den Jahren 1970 und 1971. Ihr Wert beträgt 1970 minus Eins, 1971 plus Eins, ansonsten Null.<sup>1)</sup>

Ein Koeffizientenvergleich zwischen (A.3.6) sowie den Gleichungen (A.3.10) und (A.3.11) ergibt

$$\begin{aligned} \hat{\delta} &= .65505, \\ \hat{\alpha}_1 &= 1.11658, \\ \hat{\alpha}_2 &= 1.12269. \end{aligned} \tag{A.3.12}$$

Die Schätzwerte für  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  liegen etwas über Eins. Zur Beantwortung der Frage, ob sich  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  signifikant von Eins unterscheiden, wird Gleichung (A.3.11) in (A.3.8) substituiert. Die zu testenden Hypothesen lauten dann ( $i = 1, 2$ ):

$$H_0^{(i)}: a_0 + a_i = 1,$$

$$H_1^{(i)}: a_0 + a_i \neq 1$$

bzw. in Vektorschreibweise

$$H_0^{(i)}: b_i' a = 1,$$

$$H_1^{(i)}: b_i' a \neq 1$$

mit

$$a' = [a_0, a_1, a_2, a_3],$$

$$b_1' = [1, 1, 0, 0],$$

$$b_2' = [1, 0, 1, 0].$$

} (A.3.13)

<sup>1)</sup> 1970 fand trotz eines Produktivitätszuwachses von 6,3% keine Lohnrunde statt, 1971 dagegen die volle (diese Dummy findet sich auch in der Arbeit von A.Wörgötter /91/).

Das entsprechende Prüfmaß ( $i = 1, 2$ )

$$t^{(i)} = \frac{b_i' \hat{a} - 1}{\sqrt{\hat{\text{var}}(b_i' \hat{a})}}$$

mit

$$\hat{\text{var}}(b_i' \hat{a}) = b_i' \sum_{\hat{a}\hat{a}} b_i \tag{A.3.14}$$

ist unter  $H_0$  zentral Student -t- verteilt mit T-K Freiheitsgraden.<sup>1)</sup> T = 19 ist die Anzahl der Beobachtungen, K = 4 die Anzahl der geschätzten Parameter.  $\hat{a}$  ist der Vektor der Schätzwerte von a.  $\sum_{\hat{a}\hat{a}}$  die geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix von  $\hat{a}$ :

$$\sum_{\hat{a}\hat{a}} \begin{bmatrix} 0.0152239 & -0.0129408 & -0.0190385 & -0.0272363 \\ -0.0129408 & 0.0216282 & 0.00552928 & -0.0115259 \\ -0.0190385 & 0.00552928 & 0.0395823 & 0.0206085 \\ -0.00272363 & -0.0115259 & 0.0206085 & 0.785373 \end{bmatrix} . \tag{A.3.15}$$

Setzt man die Werte von (A.3.6) und (A.3.15) in die Beziehung (A.3.14) ein, erhält man folgende t-Werte:

$$\begin{aligned} t^{(1)} &= .696139 , \\ t^{(2)} &= .619529 . \end{aligned} \tag{A.3.16}$$

Da der kritische Punkt, ab dem die Ablehnung von  $H_0$  mit 60-prozentiger Sicherheit möglich ist, .87 beträgt, kann die Hypothese einer produktivitätsorientierten Reallohnpolitik der Gewerkschaften nicht einmal auf dieser niedrigen Sicherheitsschwelle abgelehnt werden.

Die Inlandsnachfrage  $VD_t$ , ist definitionsgemäß gleich der Summe aus Importen i.w.S.,  $M_t$ , und der im Inland nachgefragten Inlands-

---

<sup>1)</sup> Zum Test linearer Hypothesen bezüglich der Schätzkoeffizienten vgl. G.Tintner /7/, pp. 218 und /8/, pp.89 sowie P.Schönfeld /47/, pp.123-124.

produktion,  $VDD_t$ , d.h. der Deflator der Inlandsnachfrage,  $PVD_t$ , bildet eine mit den entsprechenden Gütervolumina gewichtete Summe der Deflatoren  $PM_t$  und  $PVDD_t$ .  $PVDD_t$  wird durch Gl.(A.3.3) endogen bestimmt. Als erklärende Variable dient u.a. der Lohnsatz pro Beschäftigten, der in die Definition der Unit Labour Costs eingeht.  $PM_t$  ist exogen. Rückkopplungseffekte bezüglich des Lohnsatzes  $W_t$  sind daher nur über  $PVDD_t$  zu erwarten. Eine getrennte Untersuchung der Einflüsse der Zuwachsraten von  $PM_t$  und  $PVDD_t$  auf die Zuwachsrate des Lohnsatzes pro Beschäftigten führt zu folgender Reformulierung des Ansatzes (A.3.7):

$$\dot{W}_t^d = \beta_0 \dot{PM}_t + \beta_1 \dot{PVDD}_t + \alpha_2 \left[ \frac{1}{2} (\dot{PR}_t + \dot{PR}_{t-1}) \right] \quad (A.3.17)$$

Bezüglich der Koeffizienten  $\beta_0$  und  $\beta_1$  wird erwartet, daß sie den Anteil der Importe bzw. der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion an der Inlandsnachfrage widerspiegeln. Setzt man (A.3.17) in das Anpassungsmodell (A.3.9) ein, erhält man die Schätzbeziehung

$$\dot{W}_t = a_0 \dot{W}_{t-1} + a_1^{(1)} \dot{PM}_t + a_1^{(2)} \dot{PVDD}_t + a_2 \left[ \frac{1}{2} (\dot{PR}_t + \dot{PR}_{t-1}) \right] + a_3 D_t^L \quad (A.3.18)$$

mit

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 - \delta, \\ a_1^{(1)} &= \beta_0 \delta, \\ a_1^{(2)} &= \beta_1 \delta, \\ a_2 &= \beta_2 \delta. \end{aligned} \quad (A.3.19)$$

Die Konfrontation dieser Beziehung mit den Daten ergibt

$$\begin{aligned} \dot{W}_t &= .31263 \dot{W}_{t-1} + .17680 \dot{PM}_t + .60293 \dot{PVDD}_t + .74390 \left[ \frac{1}{2} (\dot{PR}_t + \dot{PR}_{t-1}) \right] + \\ &\quad (2.22) \qquad (2.12) \qquad (2.91) \qquad (3.68) \\ &\qquad\qquad\qquad 56 - 74 \qquad R^2 = .810 \\ &+ 1.97994 D_t^L. \qquad DW = 1.810 \\ &\quad (2.10) \qquad SE = 1.24533 \quad (A.3.20) \end{aligned}$$

Daraus folgt mit Hilfe der Beziehung (A.3.19):

$$\begin{aligned} \hat{\delta} &= .68737, \\ \hat{\beta}_0 &= .25721, \\ \hat{\beta}_1 &= .87715, \\ \hat{\alpha}_2 &= 1.08224. \end{aligned} \tag{A.3.21}$$

Der durchschnittliche Anteil der Importe an der Inlandsnachfrage beträgt .26 und entspricht ziemlich genau dem Schätzwert für  $\beta_0$ . Der durchschnittliche Anteil der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion an der Inlandsnachfrage beträgt .74 und wird von  $\beta_2$  etwas überschätzt. Die Schätzwerte für  $\delta$  und  $\alpha_2$  entsprechen etwa jenen, die mit Hilfe der Gleichung (A.3.6) erhalten wurden. Ein Test, ob sich  $\alpha_2$  signifikant von Eins unterscheidet, zeigt, daß dies nicht der Fall ist. Die Nullhypothesen, daß  $\beta_1 = .26$  bzw.  $\beta_2 = .74$  ist, können gleichfalls nicht mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 60% verworfen werden.<sup>1)</sup>

### 3.1.4 SIMULTANE SCHÄTZUNG DES LOHN-PREIS-SYSTEMS

Die simultane Schätzung der Gleichungen (A.3.3), (A.3.5) und (A.3.20) mit Hilfe der 2SLS-Methode ergibt:

$$\begin{aligned} \dot{P}\dot{V}DD_t &= .292748\dot{U}LC_t + .214078\dot{U}LC_{t-1} + .153427 \frac{Q_{t-1}Q^{POT}_{t-1}}{Q^{POT}_{t-1}} \cdot 100 + \\ &\quad (3.40) \quad (3.17) \quad (1.62) \\ &\quad \quad \quad 56 - 74 \quad \quad \quad R^2=.920 \\ &\quad - .162436\dot{P}L_t + 2.13109 \quad \quad \quad DW=1.814 \\ &\quad (4.62) \quad (3.36) \quad \quad \quad SE=.647061 \quad (A.3.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{P}\dot{X}_t &= .358063\dot{P}\dot{V}DD_t + .554096\dot{P}M_t \quad \quad \quad R^2=.843 \\ &\quad (4.37) \quad (6.60) \quad \quad \quad DW=1.800 \\ &\quad \quad \quad 56 - 74 \quad \quad \quad SE=1.33974 \quad (A.3.23) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Tests, die analog zu den bezüglich der Gleichung (A.3.6) erläuterten Tests durchgeführt wurden, ergaben folgende t-Werte:  $t(\beta_0) = .013$ ,  $t(\beta_1) = .863$ ,  $t(\alpha_2) = .3366$ .

$$\begin{aligned} \dot{W}_t = & .302165\dot{W}_{t-1} + .172764\dot{P}M_t + .624436\dot{P}VDD_t + .744074 \left[ \frac{1}{2}(\dot{P}R_t + \dot{P}R_{t-1}) \right] \\ & (2.09) \qquad (2.05) \qquad (2.86) \qquad (3.69) \\ & \qquad \qquad \qquad 56 - 74 \qquad \qquad \qquad R^2 = .809 \\ & + 1.95377D_t^L \qquad \qquad \qquad DW = 1.816 \\ & (2.06) \qquad \qquad \qquad SE = 1.24355 \qquad (A.3.24) \end{aligned}$$

Alle Koeffizienten sind mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von mehr als 90% signifikant von Null verschieden. Eine Ausnahme bildet der Koeffizient bei der Variablen  $(Q_{t-1} - QPOT_{t-1})/QPOT_{t-1}$ . Dieser Parameter ist mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 85% gesichert. Aufgrund der DW-Statistiken kann für keine der drei Gleichungen die Nullhypothese "Keine Autokorrelation 1. Ordnung in den Residuen" abgelehnt werden.<sup>1)</sup>

Ein Vergleich der 2SLS- und der OLS-Schätzungen zeigt, daß sich die geschätzten Koeffizienten i.a. nur unwesentlich unterscheiden. Die Hypothese, daß der "simultaneous equation bias" im österreichischen Lohn-Preis-System eine wesentliche Rolle spielt, wird von diesen Ergebnissen nicht unterstützt.<sup>2)</sup>

Bezüglich des mittelfristigen Prognosehorizonts des Modells sei bemerkt, daß die Formulierung des Lohn-Preis-Systems (A.3.22) - (A.3.24) mit diesem - aus Verteilungsgründen - konsistent erscheint: Die Pro-Kopf-Verteilung erwies sich in den letzten 20 Jahren im Mittel als bemerkenswert stabil.<sup>3)</sup> Unterstellt man auch für die Zukunft keine abrupte Änderung der Verteilung, so muß sich mittelfristig der reale Lohnzuwachs an der Produktivitätsentwicklung orientieren. Genau diese Hypothese liegt jedoch der Lohngleichung (A.3.24) zugrunde.

1) Bezüglich der Interpretation der DW-Statistik in autoregressiven Modellen vgl. Abschnitt 1.1.1.2.

2) Dabei ist allerdings zu beachten, daß sich die Konsistenzeigenschaft der 2SLS-Schätzer definitionsgemäß auf einen großen Stichprobenumfang bezieht. Die den Schätzungen (A.3.22)-(A.3.24) zugrundeliegende Stichprobe verfügt über 19 Beobachtungspunkte.

3) Die durchschnittliche Wachstumsrate des realen Lohnsatzes pro Kopf beträgt zwischen 1954 und 1974 ca. 4,3%, der durchschnittliche Produktivitätszuwachs 3,9%.

Der Einfluß der Produktivität auf die Preise erfolgt über die Unit Labour Costs. Diese hängen gemäß der Definition (A.3.1) direkt von der Produktivität ab. Die Entwicklung der Produktivität wirkt jedoch auch indirekt über den Lohnsatz auf die Unit Labour Costs ein.

### 3.2. DIE DEFLATOREN DER GESAMTNACHFRAGE, DER INLANDSNACHFRAGE UND DES BRUTTONATIONALPRODUKTS SOWIE EINZELNER NACHFRAGEKOMPONENTEN

Die reale Gesamtnachfrage,  $V_t$ , ergibt sich definitionsgemäß (Gleichung A.1.117) als Summe der realen im Inland nachgefragten Inlandsproduktion,  $VDD_t$  der realen Exporte i.w.S.,  $X_t$ , und der realen Importe i.w.S.,  $M_t$ :

$$V_t = VDD_t + X_t + M_t .$$

Das reale Bruttonationalprodukt,  $Q_t$ , ist definiert als

$$Q_t = VDD_t + X_t, \tag{A.3.25}$$

die reale Inlandsnachfrage,  $VD_t$ , als

$$VD_t = VDD_t + M_t = CG_t + CP_t + IF_t + II_t .$$

Die Kenntnis der Deflatoren  $PVDD_t$  und  $PX_t$  aufgrund der Verhaltensgleichungen (A.3.22) und (A.3.23) sowie die Kenntnis des exogenen Importdeflators  $PM_t$  gestattet die Bestimmung der entsprechenden nominellen Größen:

$$\begin{aligned} V\$_t &= VDD\$_t + X\$_t + M\$_t, \\ Q\$_t &= VDD\$_t + X\$_t, \\ VD\$_t &= VDD\$_t + M\$_t \end{aligned} \tag{A.3.26}$$

mit

$$\begin{aligned} VDD\$_t &= VDD_t \frac{PVDD_t}{100} , \\ X\$_t &= X_t \frac{PX_t}{100} , \\ M\$_t &= M_t \frac{PM_t}{100} \end{aligned} \quad (A.3.26)$$

und

$$\begin{aligned} PVDD_t &= PVDD_{t-1} \left( \frac{PVDD_t}{100} + 1 \right) , \\ PX_t &= PX_{t-1} \left( \frac{PX_t}{100} + 1 \right). \end{aligned} \quad (A.3.27)$$

Die Deflatoren der Gesamtnachfrage,  $PV_t$ , der Inlandsnachfrage,  $PVD_t$ , und des Bruttonationalprodukts,  $PQ_t$ , ergeben sich zu

$$\begin{aligned} PV_t &= \frac{V\$_t}{V} 100 , \\ PVD_t &= \frac{VD\$_t}{VD_t} 100 , \\ PQ_t &= \frac{Q\$_t}{Q} 100 . \end{aligned} \quad (A.3.28)$$

$PVD_t$  stellt gemäß der Definition von  $VD_t$  eine mit den entsprechenden Gütervolumina gewichtete Summe der Deflatoren des öffentlichen Konsums,  $PCG_t$ , des privaten Konsums,  $PCP_t$ , der Bruttoanlageinvestitionen,  $PIF_t$ , und der Lagerinvestitionen,  $PII_t$ , dar. Die durchschnittliche Wachstumsrate von  $PCG_t$  im Untersuchungszeitraum 1954 - 1974 beträgt 6,6%, die von  $PCP_t$  und  $PIF_t$  3,3 bzw. 3,1%. Die Differenz in den Wachstumsraten zwischen  $PCG_t$  und  $PCP_t$  sowie  $PIF_t$  von ca. dreieinhalb Prozentpunkten erklärt sich aus (i) dem großen Anteil der Lohn- und Gehaltssumme der Beschäftigten des öffentlichen Dienstes am öffentlichen Konsum und (ii) aus den Reallohnsteigerungen in diesem Sektor.<sup>2)</sup> Die Folge der unterschiedlichen Wachstumsraten ist eine säkulare Abnahme des Quotienten

1) Es sei darauf hingewiesen, daß Deflatoren und Wachstumsraten in Prozenten gemessen werden.

2) Die durchschnittliche Zuwachsrate der Pro-Kopf-Löhne im öffentlichen Dienst beträgt 7.9 Prozentpunkte; die durchschnittliche Wachstumsrate des Deflators der Inlandsnachfrage 3,7%.

$$\text{PCPPVD}_t = \text{PCP}_t / \text{PVD}_t \quad (\text{A.3.29})$$

und

$$\text{PIFPVD}_t = \text{PIF}_t / \text{PVD}_t \quad (\text{A.3.30})$$

sowie eine säkulare Zunahme des Verhältnisses

$$\text{PCGPVD}_t = \text{PCG}_t / \text{PVD}_t . \quad (\text{A.3.31})$$

Der Anteil des privaten Konsums an der Inlandsnachfrage beträgt zwischen 1954 und 1974 durchschnittlich 59%. Dieser hohe Prozentsatz bewirkt, daß die zugehörigen Deflatoren in sehr enger Beziehung zueinander stehen. Die Berücksichtigung der oben begründeten säkularen Abnahme des Verhältnisses  $\text{PCP}_t / \text{PVD}_t$  mittels einer Trendvariablen ergibt:

$$\begin{array}{lll} \text{PCPPVD}_t = -.00387\text{TIME}_t + 1.24253 & R^2 = .915 & \\ \quad (13.92) \quad \quad (68.96) & \text{DW} = 1.753 & \\ \quad \quad \quad 55 - 74 & \text{SE} = .00717 & (\text{A.3.32}) \end{array}$$

Der Quotient  $\text{PCP}_t$  durch  $\text{PVD}_t$  fällt demnach im Durchschnitt um 0,4% pro Jahr. 1954 beträgt sein Wert 1.05, 1974 hat er sich auf .94 verringert. Setzt man die geschätzte Streuung des Störterms mit den Funktionswerten des Quotienten  $\text{PCPPVD}_t$  in Beziehung, so erkennt man, daß die Streuung der Residuen stets weniger als ein Prozent des Funktionswertes beträgt.

Der Anteil der Bruttoanlageinvestitionen an der Inlandsnachfrage beträgt durchschnittlich 28%. D.h. der Deflator der Bruttoanlageinvestitionen wirkt nur mit der Hälfte des Gewichts des Deflators des privaten Konsums auf den Deflator der Inlandsnachfrage ein. Der Quotient  $\text{PIF}_t / \text{PVD}_t$  schwankt dementsprechend stärker über dem säkularen Trend als das Verhältnis von  $\text{PCP}_t$  zu  $\text{PVD}_t$ . Diese Schwankungen erweisen sich als von der um eine Periode verzögerten Differenz der tatsächlichen Produktion,  $Q_t$ , und der Potentialproduktion,  $Q\text{POT}_t$ , abhängig:<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Diese Lagstruktur entspricht genau der bei der Schätzung von  $\text{PVDD}_t$  aufgefundenen.

$$\text{PIFPVD}_t = \underset{(7.35)}{-.00739\text{TIME}_t} + \underset{(2.38)}{.44587 \frac{Q_{t-1} - Q_{\text{POT}_{t-1}}}{Q_{\text{POT}_{t-1}}}} + \underset{(1.94)}{.01870 D_t^I} + \underset{(21.48)}{1.48284}$$

55 - 74

R<sup>2</sup> = .874  
DW = 1.922  
SE = .01353 (A.3.33)

Die Dummy  $D_t^I$  besitzt 1973 den Wert 1, 1974 den Wert -1, ansonsten den Wert Null. Sie dient zur Berücksichtigung eines Bruchs der nominellen Werte und damit des Deflators der Bruttoanlageinvestitionen aufgrund der Umstellung des Steuersystems zum 1.1.1973 (Inflationsrate 1973: 2%, 1974: 16%): "[Dieser] entstand durch die unterschiedliche Behandlung der Investitionen durch die Mehrwertsteuer und das Auseinanderklaffen zwischen Investitionssteuereingang und theoretisch zu verrechnender Investitionssteuer."<sup>1)</sup> Die in der VGR ausgewiesenen nominellen Werte werden berechnet, indem zu den Nettoinvestitionen (ohne Investitions- und Mehrwertsteuer) die tatsächlich abgeführten Steuern hinzugezählt werden. Für 1972 ergibt diese Berechnungsmethode eine Verteuerung der Bruttoanlageinvestitionen um 2%. "Errechnet man [jedoch] die als Bemessungsgrundlage den Investitionsausgaben (netto) entsprechende Investitions- und Mehrwertsteuer (12% für investitionspflichtige und 16% für mehrwertsteuerpflichtige Investitionen), ergäbe sich für 1973 gegenüber dem Vorjahr eine Verteuerung des globalen Investitionsaufwands um 10%."<sup>2)</sup>

Die hohe Zuwachsrate des Deflators der Bruttoanlageinvestitionen von 16% im Jahr 1974 läßt sich zum Teil als Folgeeffekt der verzögerten Abführung der Mehrwertsteuer und Investitionssteuer erklären.

---

1) J. Richter und W. Teufelsbauer /97/, p. 12.

2) Österreichisches Statistisches Zentralamt /96/, p. 27.



Für diese Konstante gibt es zwei Erklärungen:

- (i) Der öffentliche Konsum besteht nicht ausschließlich aus der Lohn- und Gehaltssumme des öffentlichen Dienstes sondern enthält auch den Sachaufwand dieses Sektors. Da die Preissteigerungen im Durchschnitt unter den Nominallohnzuwächsen liegen, wird dadurch der Deflator des öffentlichen Konsums gedrückt.
- (ii) Die durchschnittliche Zuwachsrate der Pro-Kopf-Löhne im öffentlichen Dienst liegt im Beobachtungszeitraum 1954-1974 um 1/4 Prozentpunkte unter der Zuwachsrate des Lohnsatzes pro Beschäftigten insgesamt.

Bezüglich der statistischen Signifikanz der Beziehungen (A.3.32) - (A.3.34) ist zu bemerken, daß alle geschätzten Parameter mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% signifikant von Null verschieden sind. Eine Ausnahme bildet der Koeffizient bei der Dummy  $D_t^I$ . Dieser Parameter ist mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 90% gesichert. Die Werte der Durbin-Watson-Statistik lassen keinen Rückschluß auf Autokorrelation erster Ordnung in den Residuen zu.

### 3.3. LOHN- UND GEHALTSSUMME UND DISPONIBLES EINKOMMEN

Die Bestimmung der Zuwachsrate des Nominallohns pro Beschäftigten und Jahr,  $W_t$ , erfolgt mit Hilfe der Gleichung (A.3.24). Der Lohnsatz pro Beschäftigten und Jahr ergibt sich zu:

$$W_t = W_{t-1} \left( \frac{\dot{W}_t}{100} + 1 \right) \quad . \quad (A.3.35)$$

Die Multiplikation dieser Größe mit der Anzahl der Beschäftigten,  $L_t$ , führt zur Lohn- und Gehaltssumme,  $YWG\$_t$ :

$$YWG\$_t = W_t L_t \quad . \quad (A.3.36)$$

Das nominelle disponible Einkommen,  $YD\$_t$ , ist laut volkswirtschaftlicher Gesamtrechnung definiert als "Lohn- und Gehaltssumme plus persönliches Einkommen aus Besitz und Unternehmung plus Transferzahlungen minus direkte Steuern minus Sozialversicherungsbeiträge".<sup>1)</sup> Die vorliegende Arbeit folgt nicht der VGR, sondern nimmt, da der öffentliche Sektor innerhalb dieses Modells nicht erklärt wird, das Verhältnis zwischen disponiblen Einkommen und Lohn- und Gehaltssumme,  $YDYWG_t$ , als exogen gegeben an.<sup>2)</sup> D.h. das nominelle disponible Einkommen bestimmt sich zu

$$YD\$_t = YDYWG_t \cdot YWGS_t \quad . \quad (A.3.37)$$

$YDYWG_t$  nimmt von 1.453 im Jahre 1954 auf 1.218 im Jahre 1974 ab. Diese Abnahme erfolgt - abgesehen von Brüchen infolge von Einkommenssteuerreformen - sehr stetig.<sup>3)</sup> Sie erklärt sich aus der säkularen Zunahme des Anteils der Lohn- und Gehaltssumme am Volkseinkommen.<sup>4)</sup> Setzt man nämlich das disponible Einkommen mit dem Volkseinkommen in Beziehung, so beträgt die entsprechende Quote zwischen 1954 und 1969 ziemlich konstant 87%. Das Sinken dieser Quote auf durchschnittlich 85% zwischen 1970 und 1974 ist der verschärften Steuerprogression infolge hoher Nominallohnzuwächse zuzuschreiben.

---

1) Vgl. u.a. Österreichisches Statistisches Zentralamt /96/, p.21.

2) Diese Vorgangsweise wird auch von St.Schleicher /5/ gewählt.

3) Einkommenssteuergesetznovellen wurden in den Jahren 1954, 1957, 1962, 1967, 1971, 1972 und 1974 verabschiedet. Größere Brüche im Trend von  $YDYWG$  erkennt man zwischen 1954/55, 1957/58, 1962/63, 1967/68 und 1972/73.

4) Der Anteil der Lohn- und Gehaltssumme nimmt von 59% im Jahr 1954 auf 68% im Jahr 1974 zu.

#### 4. ZUSAMMENSTELLUNG DER MODELLGLEICHUNGEN

In diesem Abschnitt erfolgt eine abschließende Zusammenstellung aller Gleichungen des Modells. Zugleich wird eine Auflistung der exogenen Variablen vorgenommen. Die Präsentation des Modells folgt - analog zur bisherigen Gliederung der Arbeit - der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung und nimmt eine Unterteilung in Verwendungs-, Entstehungs- und Einkommensseite vor.

Einige der Definitionsgleichungen dienen nur der einfacheren Darstellung, andere der Berechnung wesentlicher ökonomischer Größen (z.B. die Berechnung des realen BNP aus seinen Komponenten). Neben bzw. rechts unterhalb jeder Verhaltensgleichung findet sich die verwendete Schätzmethode (OLS od. 2SLS). Unter dieser werden folgende Statistiken angegeben: Korrelationskoeffizient ( $R^2$ ), Durbin-Watson-Statistik (DW) und der um die entsprechenden Freiheitsgrade korrigierte Schätzwert der Streuung der Residuen (SE). Unter jedem geschätzten Parameter steht der zugehörige t-Wert in Klammern ( $H_0$ : der Parameter ist gleich Null,  $H_1$ : der Parameter ist ungleich Null). Unter jeder Verhaltensgleichung findet sich die entsprechende Schätzperiode.

#### 4.1 VERWENDUNGSSEITE

##### 4.1.1. ENDOGENE GRÖSSEN

Privater Konsum zu Preisen 1964

$$CP_t = 5.84755 + .55115YD_t + .35235CP_{t-1} + 5.36289D_t^C$$

(6.87)      (6.05)      (3.18)      (5.33)

55 - 74

OLS

$R^2=1.000$

DW=1.778

SE=.86937

(A.4.1)

Privater Konsum zu laufenden Preisen

$$CP\$_t = CP_t \frac{PCP_t}{100} \quad (A.4.2.)$$

Öffentlicher Konsum zu laufenden Preisen

$$CG\$_t = CG_t \frac{PCG_t}{100} \quad (A.4.3)$$

Bruttoanlageinvestitionen zu Preisen 1964

$$IF_t = K_t - (1-D_t)K_{t-1} \quad (A.4.4)$$

Bruttoanlageinvestitionen zu laufenden Preisen

$$IF\$_t = IF_t \frac{PIF_t}{100} \quad (A.4.5)$$

Lagerstock zu Preisen 1964

$$KII_t = .14627(Q_{t-1} - II_{t-1}) + 1.02298(QQPOT_t - QQPOT_{t-1}) - .17041TIME_t + \quad (3.63) \quad (4.05) \quad OLS \quad (3.37)$$

55 - 74       $R^2 = .995$

$$+ .71202KII_{t-1} - 10.22957D_t^C \quad DW=1.497$$

(6.55)      (5.09)      SE=1.811      (A.4.6)

Lagerinvestitionen zu Preisen 1964

$$II_t = KII_t - KII_{t-1} \quad (A.4.7)$$

Lagerinvestitionen zu laufenden Preisen

$$II\$_t = Q\$_t - CG\$_t - CP\$_t - IF\$_t - X\$_t + M\$_t \quad (A.4.8)$$

Importe i.w.S. zu Preisen 1964

$$M_t = .45324Q_t + .73896QQPOT_t - 2.24889TIME_t + .51610M_{t-1}$$

(5.22)      (3.45)      (4.68)      (3.90)

55 - 74      OLS       $R^2 = .997$

DW=1.999

SE=2.20096      (A.4.9)

Importe i.w.S. zu laufenden Preisen

$$M\$/_t = M_t \frac{PM_t}{100} \quad (\text{A.4.10})$$

Exporte i.w.S. zu laufenden Preisen

$$X\$/_t = X_t \frac{PX_t}{100} \quad (\text{A.4.11})$$

Im Inland nachgefragte Inlandsproduktion zu Preisen 1964

$$VDD_t = CP_t + CG_t + IF_t + II_t - M_t \quad (\text{A.4.12})$$

Im Inland nachgefragte Inlandsproduktion zu laufenden Preisen

$$VDD\$/_t = VDD_t \frac{PVDD_t}{100} \quad (\text{A.4.13})$$

Bruttonationalprodukt zu Preisen 1964

$$Q_t = VDD_t + X_t \quad (\text{A.4.14})$$

Bruttonationalprodukt zu laufenden Preisen

$$Q\$/_t = VDD\$/_t + X\$/_t \quad (\text{A.4.15})$$

Inlandsnachfrage zu Preisen 1964

$$VD_t = VDD_t + M_t \quad (\text{A.4.16})$$

Inlandsnachfrage zu laufenden Preisen

$$VD\$/_t = VDD\$/_t + M\$/_t \quad (\text{A.4.17})$$

Gesamtnachfrage zu Preisen 1964

$$V_t = VDD_t + M_t + X_t \quad (\text{A.4.18})$$

Gesamtnachfrage zu laufenden Preisen

$$V\$/_t = VDD\$/_t + M\$/_t + X\$/_t \quad (\text{A.4.19})$$

4.1.2 EXOGENE GRÖSSEN

Öffentlicher Konsum zu Preisen 1964

$$CG_t$$

Exporte i.w.S. zu Preisen 1964

$$X_t$$

Zeittrend

$$TIME_t$$

Dummy

$$D_t^C$$

4.2 ENTSTEHUNGSSEITE

4.2.1 ENDOGENE GRÖSSEN <sup>1)</sup>

Kapitalintensität (invers)

$$LK_t = \left[ \frac{L_t}{K_t} \right] = .01939 + .42135 \left( \frac{R_t}{W_t} \right) + .60729 LK_{t-1} \quad \begin{array}{l} \text{OLS} \\ R^2 = .999 \\ DW = 2.19 \\ SE = .00144 \end{array} \quad \text{(A.4.20)}$$

(5.36)      (9.35)      (13.39)

55 - 74

Arbeitsnachfrage

$$L_t = LK_t \cdot K_t \quad \text{(A.4.21)}$$

Parameter der langfristigen Produktionsfunktion aus der Schätzstufe 1

$$\hat{\alpha} = .932028$$

$$\hat{\beta} = -.0460187 \quad \text{(A.4.22)}$$

Hilfsvariable

$$H1_t = \left[ \frac{\hat{\alpha}+1}{\hat{\alpha}} \left[ (R_t/W_t) - \hat{\beta} \right] + \hat{\beta} \right]^{\frac{-1}{\hat{\alpha}+1}} \quad \text{(A.4.23)}$$

---

<sup>1)</sup> Konstante, die sich aus Schätzergebnissen berechnen und im folgenden zur Bestimmung anderer Größen herangezogen werden, sind aus Darstellungsgründen als endogene Variable angeführt.

Kapitalnachfrage zu Preisen 1964

$$\text{LNKK1}_t = [\ln K_t - \ln K_{t-1}] = .63515 - .00541 \text{TIME}_t +$$

(4.21)      (3.66)

$$+ .11851 \ln \left\{ H1_t Q_t^{.8} Q_{t-1}^{.2} / K_{t-1} \right\} +$$

(4.40)

$$+ .07900 \ln \left\{ H1_{t-1} Q_{t-1}^{.8} Q_{t-2}^{.2} / K_{t-2} \right\} +$$

(4.40)

$$+ .03950 \ln \left\{ H1_{t-2} Q_{t-2}^{.8} Q_{t-3}^{.2} / K_{t-3} \right\}$$

(4.40)

OLS  
 $R^2 = .925$   
 $DW = 1.707$   
 $SE = .00183$       (A.4.24)

57 - 74

$$K_t = K_{t-1} \exp(\text{LNKK1}_t) \quad (\text{A.4.25})$$

Parameter der langfristigen Produktionsfunktion aus der Schätz-  
 stufe 2

$$\hat{\lambda} = .022826$$

$$\hat{A} = .069625 \quad (\text{A.4.26})$$

Rental Price of Capital

$$R_t = \text{PIF}_t (.05 + D_t) / 100 \quad (\text{A.4.27})$$

Normalauslastung des Faktors Kapital

$$n^{C'} = 1.20312 \quad (\text{A.4.28})$$

Normalauslastung des Faktors Arbeit

$$n^{L'} = 1.10937 \quad (\text{A.4.29})$$

Durchschnittlicher Kapitalstock zu Preisen 1964

$$K_t^g = \frac{1}{2} (K_t + K_{t-1}) \quad (\text{A.4.30})$$

Vollbeschäftigungsniveau

$$L_t^f = .985 B_t \quad (\text{A.4.31})$$

Potentialoutput zu Preisen 1964

$$\begin{aligned} \text{QPOT}_t = \hat{A} \cdot \exp [\hat{\lambda} \cdot \text{TIME}_t] \cdot \left\{ (\hat{\alpha} + 1) [n^{L'} L_t^f] \cdot [n^{C'} K_t^g]^{\hat{\alpha}} + \right. \\ \left. + \hat{\beta} \cdot [n^{C'} K_t^g]^{\hat{\alpha} + 1} \right\}^{\frac{1}{\hat{\alpha} + 1}} \end{aligned} \quad (\text{A.4.32})$$

Potentialauslastungsrate

$$\text{QQPOT}_t = \frac{Q_t}{\text{QPOT}_t} 100 \quad (\text{A.4.33})$$

#### 4.2.2 EXOGENE GRÖSSEN

Abgangsrate

$$D_t$$

Arbeitsangebot

$$B_t$$

### 4.3 EINKOMMENSSEITE, LOHN-PREIS-SEKTOR

#### 4.3.1 ENDOGENE GRÖSSEN

Arbeitsproduktivität

$$\text{PR}_t = Q_t / L_t \quad (\text{A.4.34})$$

$$\dot{\text{PR}}_t = \frac{\text{PR}_t - \text{PR}_{t-1}}{\text{PR}_{t-1}} 100 \quad (\text{A.4.35})$$

Unit Labour Costs

$$\text{ULC}_t = \text{ULC}_{t-1} \cdot \left[ \frac{\dot{\text{ULC}}}{100} - 1 \right] \quad (\text{A.4.36})$$

$$\dot{\text{ULC}}_t = \dot{W}_t - \dot{\text{PR}}_t \quad (\text{A.4.37})$$

Deflator der im Inland nachgefragten Inlandsproduktion

$$\begin{aligned} \dot{P}VDD_t = & .292748\dot{U}LC_t + .214078\dot{U}LC_{t-1} + .153427 \frac{Q_{t-1} - QPOT_{t-1}}{QPOT_{t-1}} 100 + \\ & (3.40) \quad (3.17) \quad (1.62) \\ & + .162436\dot{P}L_t + 2.13109 \quad \text{2SLS} \\ & (4.62) \quad (3.36) \quad R^2 = .920 \\ & 56 - 74 \quad DW = 1.814 \\ & SE = .647061 \quad (A.4.38) \end{aligned}$$

$$PVDD_t = PVDD_{t-1} \left[ \frac{\dot{P}VDD_t}{100} + 1 \right] \quad (A.4.39)$$

Deflator der Exporte i.w.S.

$$\begin{aligned} \dot{P}X_t = & .35806\dot{P}VDD_t + .554096\dot{P}M_t \quad \text{2SLS} \\ & (4.37) \quad (6.60) \quad R^2 = .843 \\ & 56 - 74 \quad DW = 1.800 \\ & SE = 1.33974 \quad (A.4.40) \end{aligned}$$

$$PX_t = PX_{t-1} \left[ \frac{\dot{P}X_t}{100} + 1 \right] \quad (A.4.41)$$

Bruttolohnsatz pro Beschäftigten und Jahr

$$\begin{aligned} \dot{W}_t = & .302165\dot{W}_{t-1} + .172764\dot{P}M_t + .624436\dot{P}VDD_t + \\ & (2.09) \quad (2.05) \quad (2.86) \\ & + .744074 \left[ \frac{1}{2}(\dot{P}R_t + \dot{P}R_{t-1}) \right] + 1.95377D_t^L \quad \text{2SLS} \\ & (3.69) \quad (2.06) \quad R^2 = .809 \\ & 56 - 74 \quad DW = 1.816 \\ & SE = 1.24355 \quad (A.4.42) \end{aligned}$$

$$W_t = W_{t-1} \left[ \frac{\dot{W}_t}{100} + 1 \right] \quad (A.4.43)$$

Deflator des Bruttonationalprodukts

$$PQ_t = \frac{Q^S_t}{Q_t} 100 \quad (A.4.44)$$

Deflator der Inlandsnachfrage

$$PVD_t = \frac{VDS_t}{VD_t} 100 \quad (A.4.45)$$

Deflator der Gesamtnachfrage

$$PV_t = \frac{VS_t}{V} 100 \quad (A.4.46)$$

Deflator des privaten Konsums

$$PCPPVD_t = \left[ \frac{PCP_t}{PVD_t} \right] = -.00387 \text{TIME}_t + 1.24253 \quad \begin{array}{l} \text{OLS} \\ R^2 = .915 \\ DW = 1.753 \\ SE = .00717 \end{array}$$

(13.92)                      (68.96)

55 - 74

(A.4.47)

$$PCP_t = PCPPVD_t \cdot PVD_t \quad (A.4.48)$$

Deflator des öffentlichen Konsums

$$\text{LNPCGPVD}_t = \left[ \ln \left( \frac{PCG_t}{PVD_t} \right) \right] = 1.27102 \ln \left( \frac{W_{t-1}}{PVD_{t-1}} \right) -$$

(6.23)                      OLS

$$- .02892 \text{TIME}_t + 8.76538 \quad \begin{array}{l} R^2 = .993 \\ DW = 2.276 \\ SE = .01540 \end{array}$$

(3.12)                      (5.17)

55 - 74

(A.4.49)

$$PCG_t = PVD_t \exp(\text{LNPCGPVD}_t) \quad (A.4.50)$$

Deflator der Bruttoanlageinvestitionen

$$\text{PIFPVD}_t = \left[ \frac{\text{PIF}_t}{PVD_t} \right] = -.00739 \text{TIME}_t + .44587 \frac{Q_{t-1} - QPOT_{t-1}}{QPOT_{t-1}} +$$

(7.35)                      (2.38)

$$+ .01870 D_t^I + 1.48284 \quad \begin{array}{l} \text{OLS} \\ R^2 = .874 \\ DW = 1.922 \\ SE = .01353 \end{array}$$

(1.94)                      (21.48)

55 - 74

(A.4.51)

$$PIF_t = PIFPVD_t \cdot PVD_t \quad (A.4.52)$$

Deflator der Lagerinvestitionen

$$PII_t = \frac{IIS}{II} 100 \quad (A.4.53)$$

Wachstumsrate des Deflators der Importe i.w.S.

$$\dot{PM}_t = \frac{PM_t - PM_{t-1}}{PM_{t-1}} 100 \quad (A.4.54)$$

Wachstumsrate des Deflators des Beitrags der Land- u. Forstwirtschaft zum BNP

$$\dot{PL}_t = \frac{PL_t - PL_{t-1}}{PL_{t-1}} 100 \quad (A.4.55)$$

Lohn- und Gehaltssumme zu laufenden Preisen

$$YWGS_t = W_t \cdot L_t \quad (A.4.56)$$

Disponibles Einkommen zu laufenden Preisen

$$YDS_t = YDYWG_t \cdot YWGS_t \quad (A.4.57)$$

Disponibles Einkommen zu Preisen 1964

$$YD_t = \frac{YDS_t}{PCP_t} 100 \quad (A.4.58)$$

#### 4.3.2 EXOGENE GRÖSSEN

Deflator der Importe i.w.S.

$$PM_t$$

Deflator des Beitrags der Land- u. Forstwirtschaft zum BNP

$$PL_t$$

Quotient "Lohn- u. Gehaltssumme durch disponibles Einkommen"

$$YDYWG_t$$

Dummy

$$D_t^L$$

$$D_t^I$$

TEIL B: EINE DETAILSTUDIE ZUR KONSTRUKTION EINES INDEX  
FÜR DAS ÖSTERREICHISCHE BRUTTOANLAGEVERMÖGEN

EINFÜHRUNG

Bei der Schätzung der Faktornachfragefunktionen bzw. der langfristigen Produktionsfunktion (Teil A, Abschnitt 3) wurde als Kapitalstock das gesamtwirtschaftliche Bruttoanlagevermögen verwendet.<sup>1)</sup>

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten zur Bestimmung des Anlagevermögens:<sup>2)</sup>

- (i) Direkte Berechnung aus Aufzeichnungen über vorhandene Bestände,
- (ii) Indirekte Berechnung über Bestandsveränderungen, d.h. Investitionen und Abgänge (Perpetual Inventory Method).

Häufig ist man jedoch nicht frei in der Wahl der Berechnungsmethode, sondern durch das vorhandene Datenmaterial gebunden. In Österreich gibt es weder fortlaufende Erhebungen über vorhandene Kapitalbestände noch Investitionsreihen, die lang genug sind, um allein mit der Perpetual Inventory Method eine Kapitalstockberechnung vornehmen zu können.<sup>3)</sup> Bei A. Kausel /5/ findet sich eine Niveauschätzung des Bruttoanlagevermögens für das Jahr 1964, die mit Hilfe der Schillingseröffnungsbilanzen der Aktiengesellschaften zum 1.1.1955 und des Zensus 1964 durchgeführt wurde.<sup>4)</sup> Die vorliegende Arbeit übernimmt das

- 
- 1) Das Anlagevermögen ist in diesem Teil der Arbeit auf den Beginn jeder Periode bezogen.
  - 2) Zum Begriff des Anlagevermögens bzw. der Anlageinvestitionen siehe OEEC /3/ bzw. United Nations /4/.
  - 3) Statistiken über die gesamtwirtschaftlichen Brutto-Bau- und Brutto-Ausrüstungsinvestitionen gibt es für Österreich seit 1954. Die Investitionsreihen für die Industrie reichen zum Teil bis 1950 zurück.
  - 4) Vgl. Bundesgesetz /9/.

Niveau von A.Kausel für 1964 und ermittelt das Bruttoanlagevermögen zwischen 1954 und 1974 mit Hilfe einer auf die österreichische Datenlage abgestimmten Variante der Perpetual Inventory Method: Die Fortschreibung des Bruttoanlagevermögens vom Niveau 1964 erfolgt definitionsgemäß durch Zurechnung der realen Bruttoinvestitionen unter gleichzeitigem Abzug der realen Abgänge. Während bei der Zurechnung die tatsächlich realisierten Investitionswerte eingesetzt werden, erfolgt die Berechnung der Abgänge - da der exakte Investitionsverlauf nur für die letzten 20 Jahre bekannt ist - unter der empirisch unzutreffenden Annahme exponentiellen Investitionswachstums.<sup>1)</sup> Zur Ermittlung der bei dieser Methode auftretenden Abweichung des berechneten Kapitalstocks vom tatsächlichen, wird eine Fehlerabschätzung für schwankende Wachstumsraten und Brüche im säkularen Wachstumstrend der Investitionen vorgenommen. Dazu wird unterstellt, daß die Perpetual Inventory Method den tatsächlichen Kapitalstock liefert.

Eine Bestimmung der Begriffe Brutto- und Nettoanlagevermögen sowie des Begriffs "Überlebensfunktion" findet sich im Kapitel 1.<sup>2)</sup> Alternative Überlebensfunktionen werden im zweiten Abschnitt definiert. Im Kapitel 3 wird für verschiedene hypothetische Investitionsverläufe eine Ermittlung des Bruttoanlagevermögens mit Hilfe der Perpetual Inventory Method sowie ihrer oben skizzierten Variante durchgeführt und die auftretenden Abweichungen untersucht. Die Berechnungen werden für rein exponentielles, zweigeteiltes exponentielles, sowie von einer Cosinus-Schwung überlagertes exponentielles Investitionswachstums durchgeführt.<sup>3)</sup>

- 
- 1) Der Unterschied zur Perpetual Inventory Method besteht somit allein darin, daß zur Berechnung der Abgänge nicht der tatsächliche Investitionsverlauf der vergangenen Perioden sondern der durchschnittliche herangezogen wird.
  - 2) Eine ausführliche Diskussion des Konzeptes des Brutto- und Nettoanlagevermögens findet sich bei E.R.Baumgart und R.Krengel /1/ und W.Kirner /2/. Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich Kapitelreferenzen in diesem Teil der Arbeit auf die Abschnitte dieses Teils.
  - 3) Im Falle rein exponentiellen Wachstums liefert die Perpetual Inventory Method und ihre Variante natürlich dieselben Ergebnisse. Die Abgänge bilden bei diesem Investitionsverlauf für alle untersuchten Überlebensfunktionen einen konstanten Prozentsatz des Kapitalstocks, d.h. sie lassen sich mittels einer konstanten Abgangsrate errechnen.

Die Wahl der Parameter dieser einfachen Investitionsfunktionen orientiert sich am tatsächlichen Verhalten der gesamtwirtschaftlichen Bruttoanlageinvestitionen zwischen 1954 und 1974.

Der auf diese Weise ermittelte Fehler kann natürlich nur zur größenordnungsmäßigen Abschätzung jenes Fehlers dienen, der bei der im Abschnitt 4 konkret durchgeführten Berechnung des österreichischen Bruttoanlagevermögens zwischen 1954 und 1974 auftritt. Diese Berechnung übernimmt das Niveau 1964 sowie die Hypothesen über die Überlebensdauer der verschiedenen Anlagegüter von A. Kausel.<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Vgl. A. Kausel /5/.

# 1. BEGRIFFBESTIMMUNG DES BRUTTO-, NETTOANLAGEVERMÖGENS UND DER ÜBERLEBENSFUNKTION

## 1.1. DIE ÜBERLEBENSFUNKTION

### 1.1.1. DEFINITION DER ÜBERLEBENSFUNKTION

Bei der Perpetual Inventory Method ergibt sich das Anlagevermögen als Summe in der Vergangenheit getätigter Brutto-Anlageinvestitionen. Die Altersstruktur verschiedener Investitionsjahrgänge wird durch eine Überlebensfunktion berücksichtigt. "Eine Überlebensfunktion  $g(i)$  ist eine Gewichtsfunktion, die angibt, welcher Teil der Bruttoanlageinvestitionen eines bestimmten Jahres die Nutzungsdauer  $i$  mindestens erreicht. Es wird angenommen, daß die gleiche Gewichtsfunktion jeweils für alle in einem Bestand vertretenen Investitionsjahrgänge gilt. Bezeichnet  $I_{t,t-i}$  den Teil der Bruttoanlageinvestitionen der Periode  $t-i$ , der in der Periode  $t$  noch verfügbar ist, so gilt demnach:

$$I_{t,t-i} = g(i) I_{t-i} \quad (B.1)$$

$I_{t-i}$  stellt dabei die Brutto-Anlageinvestition der Periode  $t-i$  dar. Es wird angenommen, daß  $I_{t-i}$  erst in der Periode  $t-i+1$  in den Produktionsprozeß integriert wird. Mit  $M$  als der maximalen Nutzungsdauer des zuletzt ausscheidenden Anlagegutes eines jeden Investitionsjahrganges ergeben sich folgende Restriktionen für die Überlebensfunktion  $g(i)$ :

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq g(i) \leq 1 \\ g(i) = 1 \\ g(i) \geq g(i+1) \\ g(M) > 0 \\ g(M+1) = 0 \end{array} \right\} \quad \forall i: 1 \leq i \leq M+1 \quad (B.2)$$

1) W. Kirner /2/, p.19.

2) In diesem Teil der Arbeit wird für die Bruttoanlageinvestition das Symbol  $I_t$  und nicht, wie im Teil A, das Zeichen  $IF_t$  verwendet.

Der Abgang  $A_{t,t-i}$  der Investition  $I_{t-i}$  in der Periode  $t$  ist gegeben durch

$$A_{t,t-i} = h(i) \cdot I_{t-i} \quad (B.3)$$

mit

$$h(i) = g(i) - g(i+1) \quad (B.4)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (B.2) erhält man für  $h(i)$  die folgenden Beziehungen:

$$\sum_{i=k}^M h(i) = g(k) \quad (B.5)$$

$$\sum_{i=1}^M h(i) = g(1) = 1 \quad (B.6)$$

$$h(M) = g(M) \quad (B.7)$$

Das Konzept der Überlebensfunktion gestattet jedoch nicht nur die Modellierung der graduellen Verschrottung von Anlagekomplexen sondern auch die Modellierung deren Leistungsminderung, sei sie technischer (Abnahme der physischen Leistungsfähigkeit) oder ökonomischer Natur (Veralterung der Produktionseinheit oder des Produkts).<sup>1)</sup> Die Einführung fiktiver Abgänge ermöglicht dies:

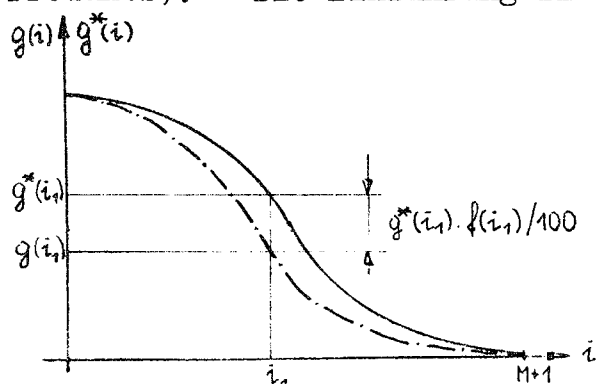


Abb. B.1

Sei  $g^*(i)$  jene Überlebensfunktion, durch die allein die Verschrottung von Anlagekomplexen berücksichtigt wird und sei  $f(i)$  jener Prozentsatz, um den die Leistungsfähigkeit einer Investition nach  $i-1$  Perioden, gesunken ist. Dann ergibt sich

das in der Periode  $t$  zur Verfügung stehende Leistungspotential der Investition  $I_{t-i}$  zu

$$I_{t,t-i} = g(i) \cdot I_{t-i} \quad (B.8)$$

<sup>1)</sup> Vgl. W. Kirner /2/, pp.20-21.

mit

$$g(i) = g^{\#}(i) - g^{\#}(i) \cdot f(i) / 100 . \quad (\text{B.9})$$

Eine graphische Darstellung dieses Sachverhalts findet sich in Abbildung B.1.

### 1.1.2. EMPIRISCHE ERMITTLUNG DER ÜBERLEBENSFUNKTION

Empirische Untersuchungen über den Funktionstyp von Überlebensfunktionen stammen vor allem aus den USA.<sup>1)</sup> Aus der Kenntnis des tatsächlichen Altersaufbaus des Anlagevermögens, d.h. der  $I_{t,t-i}$  und der Kenntnis der Abgänge aus jedem im Anlagevermögen enthaltenen Investitionsjahrgang, d.h. der  $A_{t,t-i}$ , zu einem bestimmten Zeitpunkt kann die zugrundeliegende Überlebensfunktion abgeleitet werden:

$$q(i) = \frac{A_{t,t-i}}{I_{t,t-i}} = \frac{h(i) \cdot I_{t-i}}{g(i) \cdot I_{t-i}} = \frac{g(i) - g(i+1)}{g(i)} . \quad (\text{B.10})$$

Die Überlebensfunktion ergibt sich zu

$$g(i+1) = g(i)(1-q(i)) \quad (\text{B.11})$$

mit

$$g(1) = 1 .$$

Untersuchungen von A. Marston, R. Winfrey und J.C. Hempstead /7/ ergeben für verschiedene Anlagekomplexe sehr ähnliche Verläufe der Überlebensfunktionen, sofern eine Normierung der Nutzungsdauer auf die durchschnittliche Nutzungsdauer (arithmetisches Mittel) vorgenommen wird.

Abb. B.2<sup>2)</sup> stellt diesen Sachverhalt für vier verschiedene Anlagekomplexe A, B, C, D, dar. Der aufgefundenen Funktionstyp ist dem einer logistischen Funktion sehr ähnlich.

---

1) Vgl. E.B. Kurtz /6/ und A. Marston, R. Winfrey u. J.C. Hempstead /7/

2) Entnommen aus A. Marston, R. Winfrey u. J.C. Hempstead /7/ bzw. R. Baumgart u. R. Krengel /1/

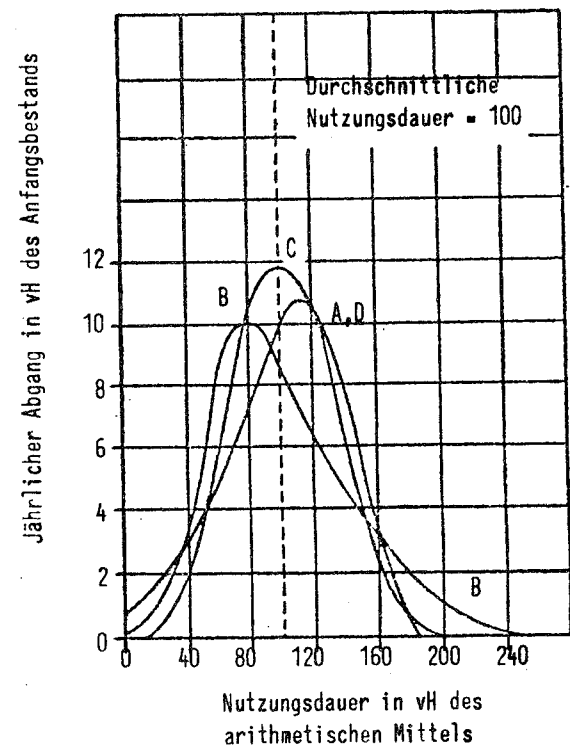
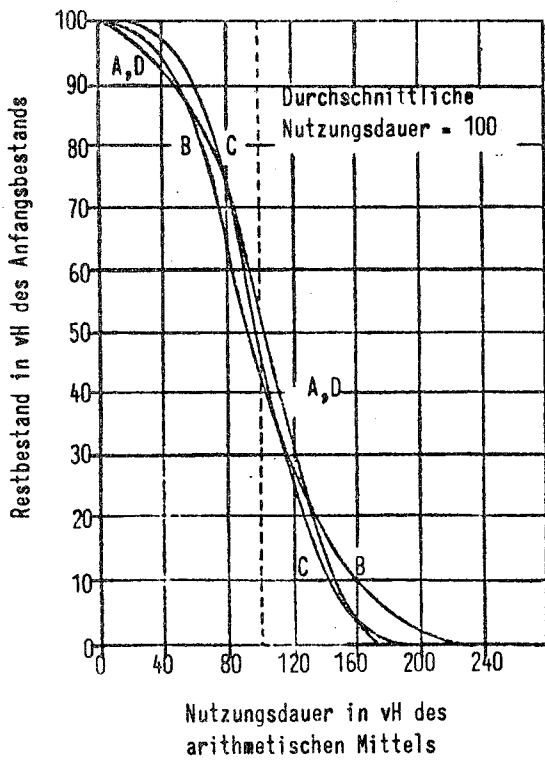
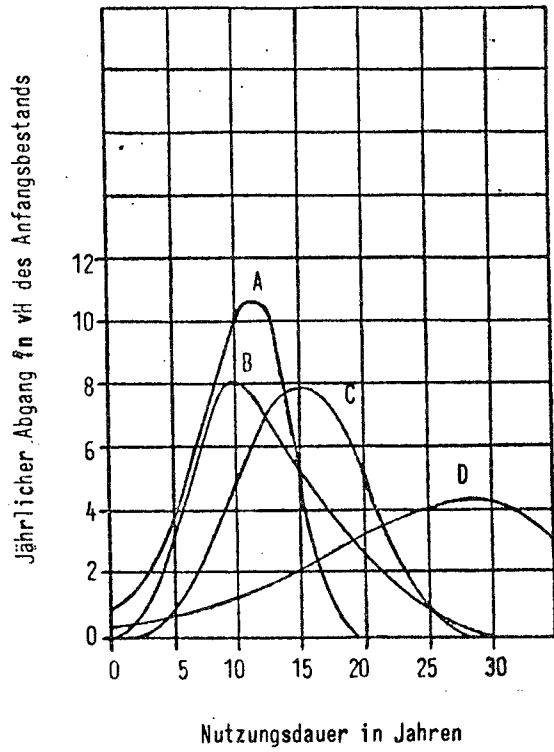
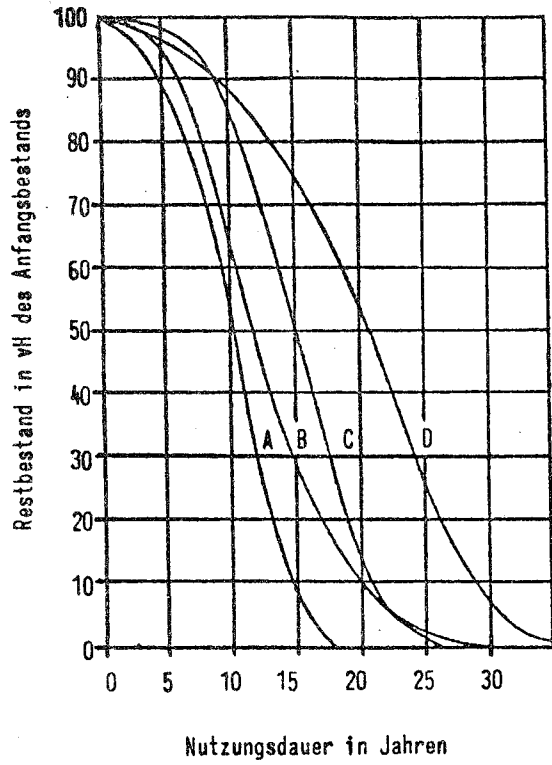


Abb. B.2: Vergleich von Überlebensfunktionen und Abgangsordnungen bei unterschiedlichem Ausdruck der Nutzungsdauer



Der gesamte Abgang in der Periode  $t$  ergibt sich als (Gleichung B.3):

$$A_t = \sum_{i=1}^M A_{t,t-i} = \sum_{i=1}^M h(i) \cdot I_{t-i} . \quad (\text{B.15})$$

Daraus folgt für das Bruttoanlagevermögen der Periode  $t+1$ ,  $K_{t+1}^{\text{br}}$  (siehe Anhang B.A.1):

$$K_{t+1}^{\text{br}} = K_t^{\text{br}} + I_t - A_t . \quad (\text{B.16})$$

Das Bruttoanlagevermögen  $K_t^{\text{br}}$  gibt laut Definition Auskunft über das in der Periode  $t$  zur Verfügung stehende Leistungspotential. Es stellt somit das für produktionstheoretische Untersuchungen geeignete Maß des Kapitalstocks dar.

### 1.3. DAS NETTOANLAGEVERMÖGEN

Das Nettoanlagevermögen  $K_t^{\text{ne}}$  ist ein Maß für die zu Beginn der Periode  $t$  im Kapitalstock enthaltene Leistungsreserve. Geht man von der Vorstellung aus, daß ein Anlagegut über den Zeitraum seiner Nutzungsdauer pro Periode einen bestimmten Betrag seiner Gesamtleistung abgibt, dann ist das Nettoanlagevermögen definiert als "Bruttoanlagevermögen minus der Summe der bereits abgegebenen Leistungsbeträge aus den im Bruttoanlagevermögen enthaltenen Investitionsjahrgängen". Die vom Kapitalstock abgegebene Leistung pro Periode wird durch die volkswirtschaftlichen Abschreibungen,  $D_t$ , gemessen.

Das Bruttoanlagevermögen ist definiert durch (Gleichung B.13):

$$K_t^{\text{br}} = \sum_{i=1}^M I_{t,t-i} \quad (\text{B.13})$$

mit

$$I_{t,t-i} = I_{t-i} \cdot q(i) = I_{t-i} \cdot [h(i) + \dots + h(M)] = \sum_{j=i}^M I_{t,t-i,j} \quad (\text{B.17})$$

wobei

$$I_{t,t-i,j} = I_{t-i} \cdot h(j) \quad , \quad i \leq j \leq M, \quad 1 \leq i \leq M, \quad (\text{B.18})$$

jenen Anteil der Investition  $I_{t-i}$  darstellt, dessen Lebensdauer  $j$  Perioden beträgt. Unterstellt man, daß jeder Investitionsanteil  $I_{t,t-i,j}$  seine Gesamtleistung linear verteilt über die Lebensdauer abgibt, so beträgt seine Leistungsabgabe pro Periode,  $D_{t,t-i,j}$ :

$$D_{t,t-i,j} = \frac{I_{t,t-i,j}}{j} = I_{t-i} \cdot \frac{h(j)}{j} \quad (\text{B.19})$$

Die Leistungsabgabe des Restbestandes des  $t-i$ -ten Investitionsjahrganges in der Periode  $t$  berechnet sich zu

$$D_{t,t-i} = \sum_{j=i}^M D_{t,t-i,j} = I_{t-i} \cdot \sum_{j=i}^M \frac{h(j)}{j} \quad (\text{B.20})$$

Für die gesamte bisherige Leistungsabgabe,  $D_{t,t-i}^g$ , des Restbestandes des  $t-i$ -ten Investitionsjahrganges erhält man

$$D_{t,t-i}^g = D_{t,t-i} \cdot (i-1) = (i-1) \cdot I_{t-i} \cdot \sum_{j=i}^M \frac{h(j)}{j} \quad 1) \quad (\text{B.21})$$

Die gesamte volkswirtschaftliche Abschreibung in der Periode  $t$ ,  $D_t$ , setzt sich aus den Leistungsabgängen der diversen Investitionsjahrgänge zusammen:

$$D_t = \sum_{i=1}^M D_{t,t-i} = \sum_{i=1}^M I_{t-i} \cdot \sum_{j=i}^M \frac{h(j)}{j} \quad (\text{B.22})$$

---

1) Aus dem zu Beginn der Periode  $t$  vorhandenen Restbestand  $I_{t,t-i}$  der Investition  $I_{t-i}$  wurde bis zu diesem Zeitpunkt insgesamt  $(i-1)$ -mal die Leistung  $D_{t,t-i}$  abgegeben.

Für das Nettoanlagevermögen erhält man gemäß der zu Beginn dieses Abschnitts gegebenen Definition:

$$\begin{aligned}
 K_t^{ne} &= \sum_{i=1}^M [I_{t,t-i} - D_{t,t-i}^g] = \sum_{i=1}^M [g(i) \cdot I_{t-i} - (i-1) \cdot D_{t,t-i}] = \\
 &= I_{t-1} \cdot g(1) - 0 \cdot \sum_{j=1}^M \frac{h(j)}{j} \\
 &+ I_{t-2} \cdot g(2) - 1 \cdot \sum_{j=2}^M \frac{h(j)}{j} \\
 &\vdots \\
 &+ I_{t-M} \cdot g(M) - (M-1) \cdot \frac{h(M)}{M} = \tag{B.23} \\
 &= I_{t-1} \sum_{j=1}^M h(j) - 0 \cdot I_{t-1} \sum_{j=1}^M \frac{h(j)}{j} \\
 &+ I_{t-2} \sum_{j=2}^M h(j) - 1 \cdot I_{t-2} \sum_{j=2}^M \frac{h(j)}{j} \\
 &\vdots \\
 &+ I_{t-M} h(M) - (M-1) \cdot I_{t-M} \frac{h(M)}{M} = \\
 &= \sum_{k=1}^M I_{t-k} \cdot \left\{ \sum_{j=k}^M h(j) \left[ 1 - \frac{(k-j)}{j} \right] \right\} .
 \end{aligned}$$

Aus Gleichung (B.22) und (B.23) folgt für das Nettoanlagevermögen zu Beginn der Periode  $t+1$  (siehe Anhang B.A.2):

$$K_{t+1}^{ne} = K_t^{ne} + I_t - D_t . \tag{B.24}$$

## 2. SPEZIELLE ÜBERLEBENSFUNKTIONEN

Bei der vorliegenden Kapitalstockberechnung wird als Überlebensfunktion eine Funktion vom logistischen Typ verwendet. Die Spezifikation der sie bestimmenden Parameter erfolgt gemäß jener Funktion, auf der die Berechnung des Bruttoanlagevermögens der BRD von W. Kirner /2/ sowie R. Baumgart u. R. Krengel /1/ basiert.<sup>1)</sup>

Diese Funktion wurde von G. Fink und W. Schenk /8/ auch der Berechnung des Bruttoanlagevermögens der österreichischen Industrie zugrunde gelegt.

Die in Kapitel 1.1.1 angegebenen Restriktionen für Überlebensfunktionen beziehen sich auf ein diskretes Investitionsmodell. Die Ableitung der bei dieser Arbeit verwendeten Methode zur Ermittlung des Bruttoanlagevermögens erfolgt jedoch für einen kontinuierlichen Investitionsstrom. Eine Anpassung der Restriktionen an das kontinuierliche Modell führt zu folgenden Beschränkungen für die Überlebensfunktion:

$$\begin{aligned} 0 \leq g(t) \leq 1, \quad 0 \leq t \leq M, \\ g(0) = 1, \\ g(t_2) \geq g(t_1) \quad \forall t_1, t_2: 0 \leq t_2 < t_1 \leq M, \\ g(M) = 0. \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

Die von W. Kirner /2/ ermittelte logistische Funktion wird diesen Bedingungen angepaßt. Das Streudiagramm  $h(t)$  wird analog zu (B.4) definiert als

$$h(t) = \frac{d}{dt} [g(t)]. \quad (\text{B.26})$$

---

1) Als Basis für die Schätzung der Parameter der logistischen Funktion wurden von W. Kirner /2/, p. 34, empirische Absterbeordnungen für Lokomotiven und PKW verwendet. Kirner betont die Problematik der Verallgemeinerung der so gefundenen Überlebensfunktion auf andere Anlagegüter. Als Argument für die Zulässigkeit einer Verallgemeinerung kann das von A. Marston, R. Winfrey, J.C. Hempstead /7/ gefundene Ergebnis dienen, daß verschiedenen Anlagegüter sehr ähnliche Verläufe der Überlebensfunktion besitzen, sofern eine Normierung auf die durchschnittliche Nutzungsdauer vorgenommen wird (vgl. Abschnitt 1.1.2.)

Neben der Kapitalstockberechnung mit Hilfe einer logistischen Überlebensfunktion werden die Implikationen einer rechteckigen und einer linear abklingenden Überlebensfunktion sowie einer Überlebensfunktion parabolischen Typs untersucht.

### 2.1. DIE LOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Den Berechnungen wird folgende logistische Überlebensfunktion (Abb. B.3) zugrunde gelegt: <sup>1)</sup>

$$\hat{g}(t) = \frac{1}{1 + \exp[s(t)]}$$

mit

$$s(t) = c_0 \cdot \left[ \frac{p}{M-t} - \frac{q}{t} \right]$$

und

$$p + q = 1 .$$

} (B.27)

Im speziellen gilt:  $c_0 = 2.2M$   
 $p = q = 0.5 .$

} (B.28)

Die durch Gleichung (B.27) beschriebene Funktion besitzt an der Stelle  $t=M/2$  einen Wendepunkt (s. Anhang B.A.3.1.):

$$\hat{g}(t=M/2) = 0.5 ,$$

$$\left. \frac{d\hat{g}(t)}{dt} \right|_{t=M/2} = - \frac{2 \cdot p \cdot c_0}{M^2}$$

$$\left. \frac{d^2\hat{g}(t)}{dt^2} \right|_{t=M/2} = 0 .$$

} (B.29)

<sup>1)</sup> Die von W. Kirner /2/, R. Baumgart und R. Krengel /1/, G. Fink u. W. Schenk /8/ verwendete Funktion für diskrete Investitionen lautet:

$$\tilde{g}(i) = \frac{1}{1 + \exp[s(i)]} ,$$

$$s(i) = c_0 \cdot \left[ \frac{p}{M+1-i} - \frac{q}{i-1} \right] ,$$

$$c_0 = 2.2M ,$$

$$p = q = 0.5 .$$

} (B.27')

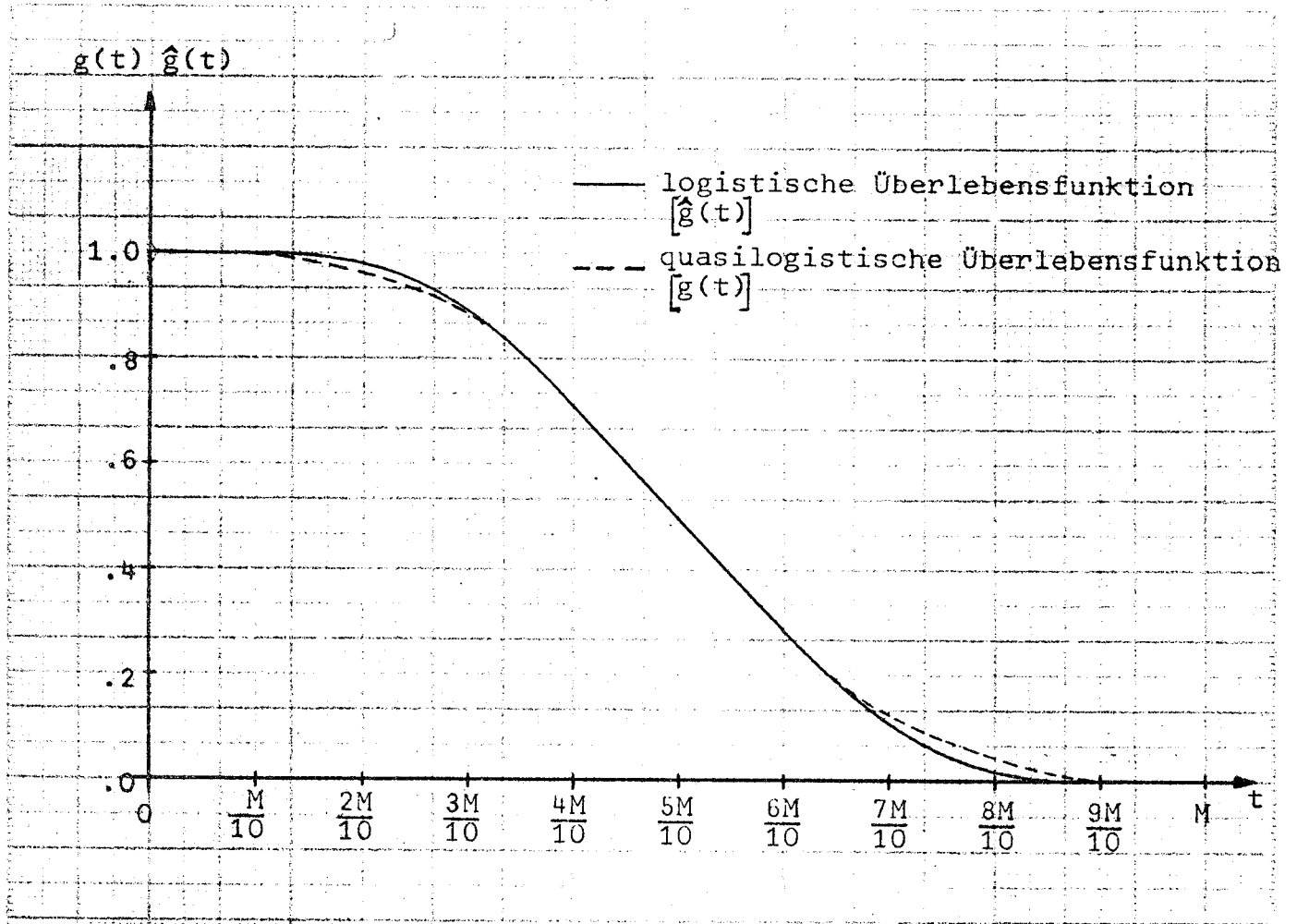


Abb. B.3: Logistische und quasilogistische Überlebensfunktion

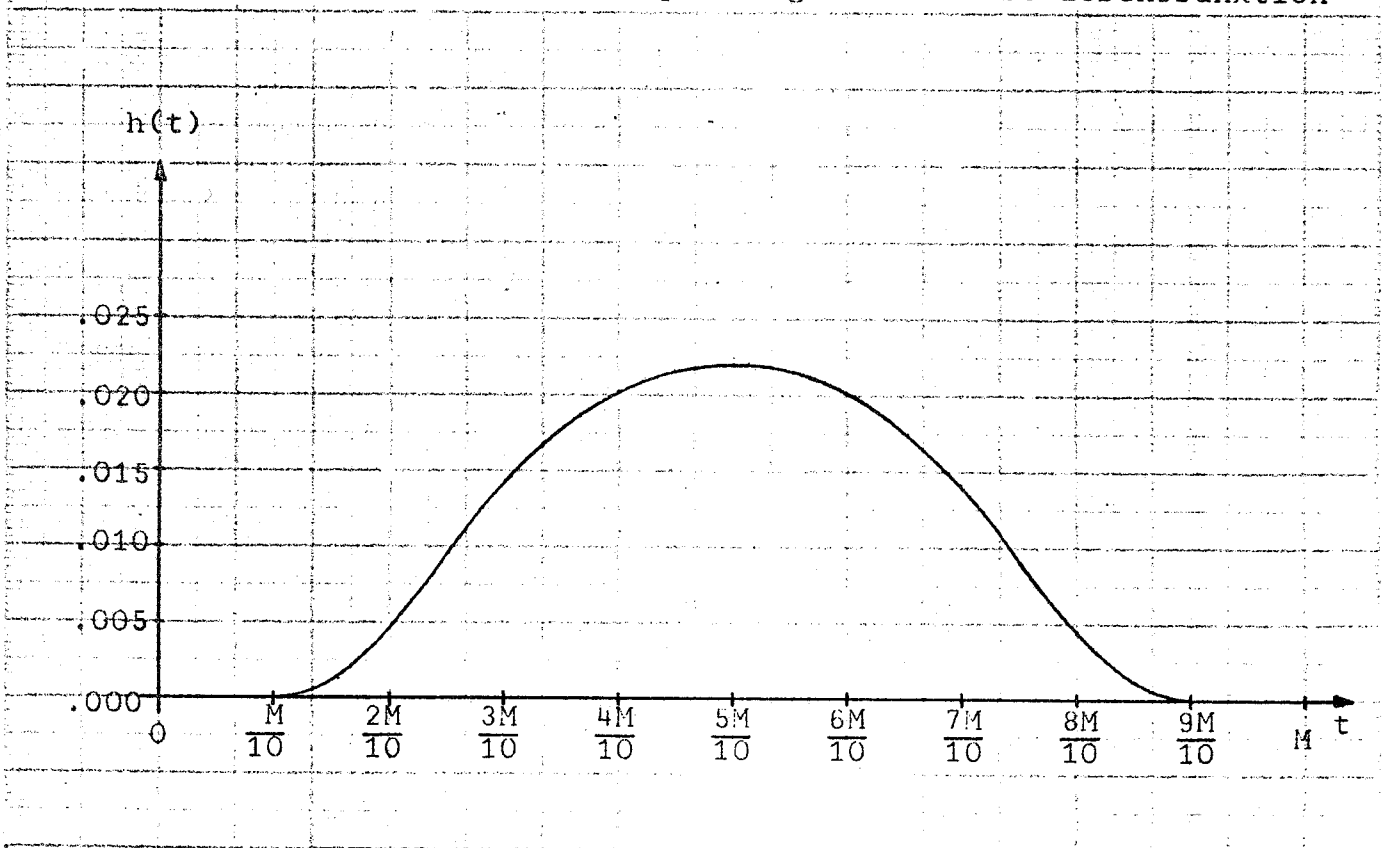


Abb. B.4: Streudiagramm der logistischen Überlebensfunktion

Das Streudiagramm (Abb. B.4) ergibt sich zu

$$h(t) = \frac{e^{s(t)}}{[1 + e^{s(t)}]^2} \cdot p \cdot c_0 \left[ \frac{1}{(M-t)^2} + \frac{1}{t^2} \right] . \quad (\text{B.30})$$

Ferner gilt:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \hat{g}(t) = 1 , \quad (\text{B.31})$$

$$\lim_{t \rightarrow M} \hat{g}(t) = 0 .$$

Da sich die durch Gleichung (B.27) definierte Funktion für die nachfolgenden Berechnungen als analytisch unhandlich erweist, wird sie durch eine vierteilige, im Intervall  $[0, M]$  stetige und innerhalb von  $[0, 0.9M]$  stetig differenzierbare Funktion approximiert (Anhang B.A.3.2.). Sie wird im folgenden als quasi-logistische Funktion bezeichnet:

$$g(t) = \begin{cases} f_1(t) = a - bt^3, & 0 \leq t \leq M_1 , \\ f_2(t) = c - dt , & M_1 \leq t \leq M - M_1 = M_2 , \\ f_3(t) = f \cdot \exp(-\lambda(t - M_2)) - g , & M_2 \leq t \leq 0.9M = M_3 , \\ f_4(t) = 0 , & M_3 \leq t \leq M . \end{cases} \quad (\text{B.32.1})$$

Aus den Bedingungen

$$f_1(t=0) = g(t=0) = 1 ,$$

$$f_2(t=M/2) = g(t=M/2) = 1/2 ,$$

$$f_3(t=0.9M) = 0 ,$$

$$\left. \frac{df_1}{dt} \Big|_{t=M_1} = \frac{df_2}{dt} \Big|_{t=M_1} , \right\}$$

$$\frac{df_2}{dt} \Big|_{t=M/2} = \frac{d\hat{g}(t)}{dt} \Big|_{t=M/2} = -\frac{2pc_0}{M^2} ,$$

$$\left. \frac{df_2}{dt} \Big|_{t=M_2} = \frac{df_3}{dt} \Big|_{t=M_2} \right\} \quad (\text{B.31})$$

folgt unter Berücksichtigung von (B.28):

$$\left. \begin{array}{ll} a = 1 & b = 4.3819/M^3 \\ M_1 = .40909M & g(M_1) = .7 \\ c = 1.6 & d = 2.2/M \\ M_2 = .59091M & g(M_2) = .3 \\ f = .35026 & g = .05026 \\ \lambda = 6.28105/M \end{array} \right\} \text{(B.32.2)}$$

Abbildung B.3 zeigt die logistische und die quasilogistische Funktion in einem Diagramm. Die Güte der Approximation wird aufgrund des hypothetischen Charakters der logistischen Funktion als ausreichend ansehen.

Die mittlere Lebensdauer  $m$  ist für das kontinuierliche Investitionsmodell in Analogie zu Gleichung (B.12) definiert als

$$m = \int_0^M q(t) dt \quad \text{(B.33)}$$

Für die quasilogistische Funktion ergibt sich  $m$  zu (Anhang B.A.4):

$$m = 0.5M \quad \text{(B.34)}$$

## 2.2. DIE RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion,

$$g(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq M \\ 0 & t > M \end{cases}, \quad \text{(B.35)}$$

ist die mittlere Lebensdauer  $m$  gleich der maximalen (Anhang B.A.4):

$$m = M \quad \text{(B.36)}$$

Die Investitionskonjunktur zum Zeitpunkt  $t-M$  spiegelt sich in den Abgängen zum Zeitpunkt  $t$  exakt wieder. Es kommt zu keiner Glättung des Konjunkturverlaufes, wie dies bei den anderen hier untersuchten Überlebensfunktionen der Fall ist.

### 2.3. DIE LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die linear abklingende Überlebensfunktion ist folgendermaßen definiert:

$$g(t) = 1 - \frac{t}{M}, \quad 0 \leq t \leq M. \quad (\text{B.37})$$

Für die mittlere Lebensdauer erhält man (Anhang B.A.4):

$$m = \frac{M}{2} \quad (\text{B.38})$$

### 2.4. DIE PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Als parabolische Überlebensfunktion wird eine Parabel vom Grade Zwei gewählt:

$$g(t) = 1 - \frac{t^2}{M^2}, \quad 0 \leq t \leq M. \quad (\text{B.39})$$

Die mittlere Lebensdauer berechnet sich zu (Anhang B.A.4):

$$m = \frac{2}{3} M.$$

Abbildung B.5 zeigt die untersuchten Überlebensfunktionen bei gleicher durchschnittlicher Nutzungsdauer.

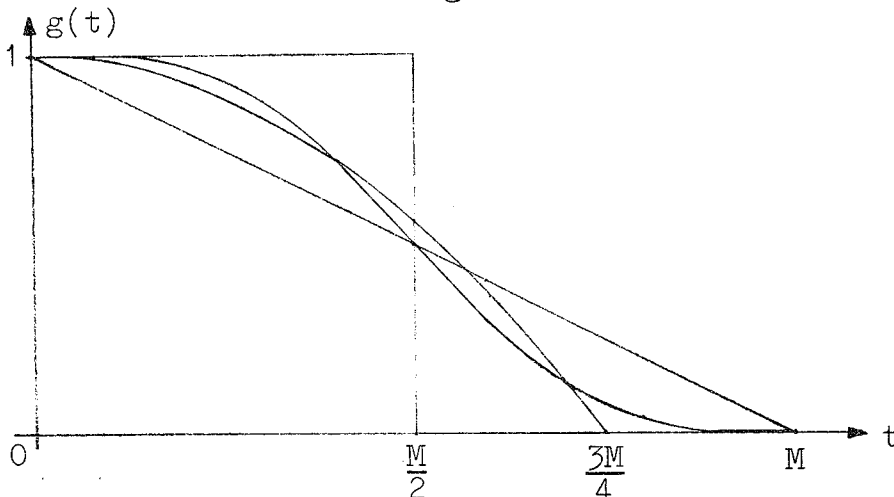


Abb. B.5

### 3. BERECHNUNGSMETHODE

#### 3.1. METHODISCHER HINTERGRUND

In Österreich existiert innerhalb der VGR keine offiziell ausgewiesene Zeitreihe des Bruttoanlagevermögens. Allerdings gibt es eine - vom statistischen Zentralamt nicht offiziell publizierte - disaggregierte Berechnung des Bruttoanlagevermögens der österreichischen Wirtschaft von A. Kausel /5/. G. Fink u. W. Schenk /8/ führten eine Neuberechnung des Brutto-Kapitalstocks für die Industrie durch. Beide Kapitalstockschätzungen ermitteln das Niveau des Bruttoanlagevermögens 1955 der Industrie über die Schillingseröffnungsbilanz zum 1.1.1955 <sup>1)</sup> und führten trotz unterschiedlicher Methoden zu fast identischen Ergebnissen. <sup>2)</sup> Die Diskrepanz der Kapitalstockberechnung besteht allein in der Fortschreibung.

A. Kausel schließt aus den buchmäßigen (steuerlichen) Abgängen über einen konstanten Aufwertungsfaktor auf die tatsächlichen Abgänge. <sup>3)</sup> Die Fortschreibung des Bruttoanlagevermögens erfolgt definitionsgemäß durch Zurechnung der realen Bruttoinvestitionen unter gleichzeitigem Abzug der realen Abgänge. Die Problematik dieser Vorgangsweise liegt, wie Kausel betont, in der Bestimmung und der Konstanz des Aufschlagfaktors, für den es nur sehr grobe Anhaltspunkte zu geben scheint. A. Kausel gibt daher der Kapitalstockberechnung von G. Fink u. W. Schenk /8/ den Vorzug. <sup>4)</sup>

Fink und Schenk schreiben das Bruttoanlagevermögen mit Hilfe der Perpetual Inventory Method fort. Die durch Gleichung (B.27) definierte logistische Funktion liegt ihren Berechnungen zugrunde. <sup>5)</sup>

---

1) Vgl. Bundesgesetz /9/

2) Vgl. A. Kausel /10/, p.1

3) Zur Bestimmung des Aufschlagfaktors vgl. Kausel /5/, pp.1-2

4) Vgl. A. Kausel /10/, p.2, p.13

5) Wie bereits erwähnt, beschränkt sich die Kapitalstockberechnung von Fink und Schenk auf die Industrie. Die Fortschreibung erfolgt - im Gegensatz zu A. Kausel - getrennt nach Branchen sowie Ausrüstungen und Bauten.

Die Investitionsreihen für die Industrie reichen nur bis 1950 zurück. Die Anwendung der Perpetual Inventory Method verlangte daher gewisse Annahmen über den Investitionsverlauf in der Industrie vor 1950 bzw. über den Altersaufbau des Bruttoanlagevermögens 1955.<sup>1)</sup>

Die vorliegende Arbeit benötigt das Bruttoanlagevermögen für die Gesamtwirtschaft. Wie in Anhang B.A.10 gezeigt wird, ist es bei der Perpetual Inventory Method unzulässig, die mittlere Lebensdauer des aggregierten Bruttoanlagevermögens als mit den jeweiligen Kapitalstöcken gewichtete Summe der mittleren Lebensdauer der Teilaggregate zu ermitteln. Dies impliziert die Notwendigkeit der Berechnung des Bruttoanlagevermögens der Gesamtwirtschaft aus - in bezug auf ihre mittlere Lebensdauer - möglichst homogenen Teilaggregaten.

Investitionsreihen stehen i.a. erst von 1954 an zur Verfügung. Die Anwendung der Perpetual Inventory Method, wie sie in Kapitel 1.2 beschrieben ist, führt zum Problem der exakten Spezifikation der Investitionsreihen vor 1954. Die vorliegende Arbeit versucht, dieses Problem zu umgehen, zugleich jedoch die Information über das Bruttoanlagevermögen 1964 aufgrund der von A.Kausel /5/ durchgeführten Berechnung über die Schillingseröffnungsbilanzen 1955 und den Zensus 1964 mitzuberücksichtigen: Sie schreibt das Bruttoanlagevermögen - für jedes Teilaggregat getrennt - ausgehend vom Niveau 1964 mit Hilfe nachstehender rekursiver Definition,

$$\begin{aligned} K_{t+1}^{br} &= K_t^{br} + I_t - \bar{A}_t, \\ \bar{A}_t &= \delta_t \cdot K_t^{br}, \end{aligned} \tag{B.40}$$

fort bzw. zurück.  $\delta_t$  ist dabei jene Abgangsrate, die man unter der Hypothese erhält, daß

- (i) das loglineare Trendwachstum der Investitionen gleich dem tatsächlichen Wachstum der Investitionen ist,
- (ii) der mit Hilfe der Kleinstquadratenschätzung über den dokumentierten Investitionszeitraum ermittelte Trend auch in der Vergangenheit vorherrschend war.<sup>2)</sup>

---

<sup>1)</sup> Vgl. G.Fink und W.Schenk /8/ und A.Kausel /10/.

<sup>2)</sup> Wie die nachfolgende Berechnung zeigt, gilt:  $\delta_t$  konstant bezüglich  $t$ .

Da im allgemeinen die Hypothesen (i) und (ii) nicht erfüllt sein werden, d.h.

$$A_t \neq \bar{A}_t \quad (\text{B.41})$$

sein wird, stellt sich die Frage nach dem bei dieser Methode auftretenden Fehler. Die Untersuchung dieser Frage wird an einem kontinuierlichen Investitionsmodell vorgenommen. Für dieses Modell lauten die rekursiven Definitionen (B.16) und (B.40):

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} = I(t) - A(t) \quad (\text{B.42})$$

bzw.

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} = I(t) - \bar{A}(t) . \quad (\text{B.43})$$

Bei der Beantwortung der Frage nach dem Fehler wird wie folgt vorgegangen:

- (i) Berechnung des Bruttoanlagevermögens bzw. der Abgänge für exponentielles Investitionswachstum:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{rt} \quad (\text{B.46})$$

Wie die nachfolgende Untersuchung zeigt, gilt in diesem Fall für alle untersuchten Überlebensfunktionen<sup>1)</sup>

$$A(t) = \delta \cdot K^{br}(t) = \bar{A}(t) . \quad (\text{B.47})$$

$\delta$  erweist sich als abhängig von der Wahl der Überlebensfunktion und der Wachstumsrate  $r$ , ist jedoch konstant in Bezug auf die Zeit:

$$\frac{d\delta}{dt} = 0 . \quad (\text{B.48})$$

- (ii) Berechnung des Bruttoanlagevermögens bei von einer Cosinus-Schwingung überlagertem, exponentiellen Investitionswachstum:

$$I(t) = I_0 \left[ 1 + \hat{a} \cdot \cos(\omega t) \right] \cdot e^{rt},$$
$$\omega = 2\pi/T_P \quad 2) \quad (\text{B.49})$$

---

1) Vgl. Kapitel 3.2.1.

2)  $\hat{a}$  ist die Amplitude,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit und  $T_P$  die Periodendauer der Cosinus-Schwingung.

- (iii) Ermittlung des auftretenden Fehlers, wenn bei (ii) ausgehend vom tatsächlichen Niveau zum Zeitpunkt  $t_0$  statt der tatsächlichen Abgänge jene eingesetzt werden, die man mit Hilfe der aus (i) ermittelten Abgangsrate  $\delta$  erhält (Verletzung der ersten Hypothese).
- (iv) Berechnung des Bruttoanlagevermögens für zweigeteiltes exponentielles Investitionswachstum:

$$I(t) = \begin{cases} I_0 \cdot e^{t_1(r-r_1)} \cdot e^{r_1 t} & \dots \quad t \leq t_1 \\ I_0 \cdot e^{rt} & \dots \quad t \geq t_1 \end{cases} \quad (\text{B.50})$$

- (v) Ermittlung des auftretenden Fehlers, wenn bei (iv) ausgehend vom tatsächlichen Niveau zum Zeitpunkt  $t_0 \geq t_1$  statt der tatsächlichen Abgänge jene eingesetzt werden, die man mit Hilfe der aus (i) ermittelten Abgangsrate  $\delta$  erhält (Verletzung der zweiten Hypothese).

Die Wahl der Parameter  $r$ ,  $T_p$  und  $\hat{a}$  orientiert sich am Verhalten der Gesamtinvestitionen in den letzten 20 Jahren.  $r$  entspricht der durchschnittlichen Wachstumsrate,  $T_p$  in etwa der durchschnittlichen Dauer eines Konjunkturzyklus. Mit Hilfe von  $\hat{a}$  werden die Extremwerte der Wachstumsraten der Investitionen nachmodelliert. Natürlich kann der aus oben skizzierten Ansatz ermittelte maximale Fehler - wegen der speziellen Modellierung des Konjunktur- und Trendverhaltens der Investitionen - nur als Anhaltspunkt für den bei der Fortschreibung des Bruttoanlagevermögens mit Hilfe der Gleichung (B.40) tatsächlich gemachten Fehler dienen. Eine Zusammenstellung der Ergebnisse der Fehlerrechnung findet sich in Kapitel 3.4.

Der Befund, daß bei exponentiellem Investitionswachstum der Abgang  $A(t)$  einen konstanten Prozentsatz des Bruttoanlagevermögens  $K^{br}(t)$  darstellt (Glg. B.47) ermöglicht es i.a. nicht, aus der Konstanz des Wachstums der Investitionen und damit der Abschreibungsrate der Teilaggregate auf die Konstanz der Abschreibungsrate für den aggregierten Kapitalstock zu schließen:

Sei

$$I_k(t) = I_{k0} \cdot e^{\bar{r}_k t} \quad (\text{B.51})$$

die Investition des k-ten Teilaggregates,  $K^{br}(t)$  das entsprechende Bruttoanlagevermögen und  $\delta$  die zugehörige Abgangsrate, sei

$$I(t) = \sum_k I_k(t) \quad (B.52)$$

die Gesamtinvestition und

$$K^{br}(t) = \sum_k K_k^{br}(t) \quad (B.53)$$

das gesamte Bruttoanlagevermögen, dann gilt

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} = I(t) - \delta K^{br}(t) \quad (B.54)$$

mit

$$\delta = \frac{\sum_k \delta_k K_k^{br}(t)}{\sum_k K_k^{br}(t)} \quad (B.55)$$

wobei i.a.

$$\frac{d\delta}{dt} \neq 0 \quad (B.56)$$

gilt. 1)

Die Berechnung des Bruttoanlagevermögens für die Gesamtwirtschaft erfolgt daher möglichst disaggregiert unter Verwendung konstanter Abgangsraten für die Teilaggregate.

1) Der Beweis kann wie folgt geführt werden: (i) Gemäß Gleichung (B.42) und (B.47) gilt für das k-te Teilaggregat

$$\frac{dK_k^{br}(t)}{dt} = I_k(t) - \delta_k K_k^{br}(t).$$

Summierung über k ergibt:

$$\begin{aligned} \sum_k \frac{dK_k^{br}(t)}{dt} &= \frac{d}{dt} \sum_k K_k^{br}(t) = \frac{d}{dt} K^{br}(t) = \sum_k I_k(t) - \sum_k \delta_k K_k^{br}(t) = I(t) - \left[ \frac{\sum_k \delta_k K_k^{br}(t)}{K^{br}(t)} \right] \cdot K^{br}(t) = \\ &= I(t) - \delta K^{br}(t). \end{aligned}$$

(ii) Sei  $k = 1, 2$ .

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{\delta_1 K_1^{br}(t) + \delta_2 K_2^{br}(t)}{K_1^{br}(t) + K_2^{br}(t)} \right] = \frac{\delta_1 \left[ K_2^{br} \frac{dK_1^{br}}{dt} - K_1^{br} \frac{dK_2^{br}}{dt} \right] + \delta_2 \left[ K_1^{br} \frac{dK_2^{br}}{dt} - K_2^{br} \frac{dK_1^{br}}{dt} \right]}{[K^{br}(t)]^2}$$

Da i.a.  $\frac{dK_1^{br}}{dt} \cdot K_2^{br} - \frac{dK_2^{br}}{dt} \cdot K_1^{br} \neq 0$  sein wird, folgt  $\frac{d\delta}{dt} \neq 0$  i.a.

3.2. BESTIMMUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGEN FÜR VERSCHIEDENE  
HYPOTHETISCHE INVESTITIONSVERLÄUFE MIT DER PERPETUAL  
INVENTORY METHODE

Im kontinuierlichen Fall lautet die Definition des Bruttoanlagevermögens in Analogie zu (B.13):

$$K^{br}(t) = \int_{t-M}^t I(\tau) g(\tau-t) d\tau . \quad (B.57)$$

In den Abschnitten 3.2.1., 3.2.2. und 3.2.3. werden die Ergebnisse der Berechnung des Bruttoanlagevermögens gemäß Gleichung (B.57) für verschiedenen Überlebensfunktionen und Investitionsverläufe dargestellt. Eine detaillierte Darstellung der Berechnung findet sich in den Anhängen B.A.5, B.A.6 bzw. B.A.7.

3.2.1 EXPONENTIELLES INVESTITIONSWACHSTUM

Dieses Kapitel gibt die Resultate der Berechnung des Bruttoanlagevermögens unter der Hypothese

$$I(t) = I_0 \cdot e^{rt} \quad (B.58)$$

wieder (vgl. Anhang B.A.5). Die Abgangsrate  $\delta$  wird mit Hilfe der rekursiven Definition des Bruttoanlagevermögens (B.42) und (B.47) errechnet:

$$\delta = \frac{I(t) - \frac{dK^{br}(t)}{dt}}{K^{br}(t)} . \quad (B.59)$$

Die Abgangsrate  $\delta$  erweist sich unter der Hypothese (B.58) für alle untersuchten Überlebensfunktionen als unabhängig von der Zeit.

3.2.1.1 QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Unter der Hypothese einer quasilogistischen Überlebensfunktion (Gleichung (B.32)) ergibt sich das Bruttoanlagevermögen  $K^{br}(t)$  und die Abschreibungsrate  $\delta$  zu:

$$K_{Q,1}^{br}(t) = I_0 e^{rt} \cdot F_Q(r, M)$$

mit

$$F_Q(r, M) = \left\{ \frac{a}{r} (1 - e^{-rM_1}) + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-rM_1}}{r} + 3M_1^2 \frac{e^{-rM_1}}{r^2} + 6M_1 \frac{e^{-rM_1}}{r^3} - \frac{6}{r^4} (1 - e^{-rM_1}) \right] + \right.$$

$$+ \frac{c}{r} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] - d \left[ \frac{1}{r} (M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}) + \frac{1}{r^2} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) \right] +$$

$$\left. + f \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}] - \frac{g}{r} [e^{-rM_2} - e^{-rM_3}] \right\}, \quad (B.60)$$

$$\delta_Q = \frac{1}{F_Q(r, M)} - r. \quad (B.61)$$

3.2.1.2. RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion (Glg. B.35) erhält man für  $K^{br}(t)$  und  $\delta$ :

$$K_{R,1}^{br}(t) = I_0 e^{rt} \cdot F_R(r, M)$$

mit

$$F_R(r, M) = \frac{1}{r} [1 - e^{-rM}], \quad (B.62)$$

$$\delta_R = \frac{1}{F_R(r, M)} - r. \quad (B.63)$$

### 3.2.1.3. LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Annahme einer linear abklingenden Überlebensfunktion (Glg. B.37) führt zu:

$$\left. \begin{aligned}
 &K_{L,1}^{br}(t) = I_0 e^{rt} \cdot F_L(r, M) \\
 \text{mit} \\
 &F_L(r, M) = \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{r^2} [1 - e^{-rM}] \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.64})$$

$$\delta_L = \frac{1}{F_L(r, M)} - r. \quad (\text{B.65})$$

### 3.2.1.4. PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man den Berechnungen eine parabolische Überlebensfunktion (Glg. B.39) zugrunde, so bestimmen sich  $K^{br}(t)$  und  $\delta$  zu:

$$\left. \begin{aligned}
 &K_{P,1}^{br}(t) = I_0 e^{rt} \cdot F_P(r, M) \\
 \text{mit} \\
 &F_P(r, M) = \frac{1}{r} \left\{ 1 + \frac{2}{M} \frac{e^{-rM}}{r} - \frac{2}{M^2} \cdot \frac{1}{r^2} [1 - e^{-rM}] \right\},
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.66})$$

$$\delta_P = \frac{1}{F_P(r, M)} - r. \quad (\text{B.67})$$

### 3.2.2. VON EINER COSINUS-SCHWINGUNG ÜBERLAGERTES EXPONENTIELLES INVESTITIONSWACHSTUM

In diesem Kapitel sind die Ergebnisse der Berechnung des Bruttoanlagevermögens unter der Hypothese

$$I(t) = I_0 \cdot [1 + a \cos(\omega t)] \cdot e^{rt} \quad (\text{B.49})$$

zusammengestellt (vgl. Anhang B.A.6).

### 3.2.2.1. QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Unter der Annahme einer quasilogistischen Überlebensfunktion (Gleichung (B.32)) ergibt sich das Bruttoanlagevermögen  $K^{br}(t)$  zu:

$$K_{Q,2}^{br}(t) = I_0 e^{rt} \left\{ F_Q(r, M) + \hat{a} \cdot G_Q(r, M, t) \right\} \quad (B.68)$$

mit

$$\begin{aligned} G_Q(r, M, t) = & \frac{a}{r^2 + \omega^2} \left\{ r \cdot \cos(\omega t) + \omega \cdot \sin(\omega t) - e^{-rM_1} [r \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + \right. \\ & \left. + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_1))] \right\} - \\ & + b \left\{ \frac{M_1^3}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_1} [r \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_1))] + \right. \\ & + \frac{3M_1^2}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM_1} [(r^2 - \omega^2) \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(t-M_1))] + \\ & + \frac{6M_1}{(r^2 + \omega^2)^3} e^{-rM_1} [(r^3 - 3r\omega^2) \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + (3r^2\omega - \omega^3) \cdot \sin(\omega(t-M_1))] - \\ & - \frac{6}{(r^2 + \omega^2)^4} [(r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4) \cdot \cos(\omega t) + (4r^3\omega - 4r\omega^3) \cdot \sin(\omega t)] + \\ & \left. + \frac{6}{(r^2 + \omega^2)^4} e^{-rM_1} [(r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4) \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + \right. \\ & \left. + (4r^3\omega - 4r\omega^3) \cdot \sin(\omega(t-M_1))] \right\} + \\ & + c \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_1} [r \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_1))] - \right. \\ & \left. - \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [r \cdot \cos(\omega(t-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_2))] \right\} - \\ & - d \left\{ \frac{M_1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_1} [r \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_1))] - \right. \\ & - \frac{M_2}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [r \cdot \cos(\omega(t-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_2))] + \\ & + \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM_1} [(r^2 - \omega^2) \cdot \cos(\omega(t-M_1)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(t-M_1))] - \\ & - \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM_2} [(r^2 - \omega^2) \cdot \cos(\omega(t-M_2)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(t-M_2))] \left. \right\} + \\ & + f \left\{ \frac{1}{(\lambda+r)^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [(r+\lambda) \cdot \cos(\omega(t-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_2))] - \right. \\ & - \frac{1}{(\lambda+r)^2 + \omega^2} e^{-rM_3} \cdot e^{-\lambda(M_3-M_2)} \cdot [(r+\lambda) \cdot \cos(\omega(t-M_3)) + \\ & \left. + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_3))] \right\} - \\ & - g \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [r \cdot \cos(\omega(t-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_2))] - \right. \\ & \left. - \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_3} [r \cdot \cos(\omega(t-M_3)) + \omega \cdot \sin(\omega(t-M_3))] \right\}. \quad (B.69) \end{aligned}$$

$F_Q(r, M)$  ist durch Gleichung (B.60) definiert.

### 3.2.2.2. RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion (Glg. B.35) erhält man für  $K^{br}(t)$ :

$$K_{R,2}^{br}(t) = I_0 e^{rt} [F_R(r,M) + \hat{a} G_R(r,M,t)] \quad (B.70)$$

mit

$$G_R(r,M,t) = \frac{1}{r^2 + \omega^2} \left\{ r \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t) - e^{-rM} [r \cos(\omega(t-M)) + \omega \sin(\omega(t-M))] \right\}. \quad (B.71)$$

$F_R(r,M)$  ist durch Gleichung (B.62) gegeben.

### 3.2.2.3. LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Annahme einer linear abklingenden Überlebensfunktion (Glg. B.37) führt zu:

$$K_{L,2}^{br}(t) = I_0 e^{rt} [F_L(r,M) + \hat{a} G_L(r,M,t)] \quad (B.72)$$

mit

$$G_L(r,M,t) = \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} [r \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)] - \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} [(r^2 - \omega^2) \cos(\omega t) + 2r\omega \sin(\omega t)] + \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM} [(r^2 - \omega^2) \cos(\omega(t-M)) + 2r\omega \sin(\omega(t-M))] \right\}. \quad (B.73)$$

$F_L(r,M)$  ist durch Gleichung (B.64) definiert.

### 3.2.2.4. PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man den Berechnungen eine parabolische Überlebensfunktion (Glg. B.39) zugrunde, so bestimmt sich  $K^{br}(t)$  zu:

$$K_{P,2}^{br}(t) = I_0 e^{rt} [F_P(r,M) + \hat{a} G_P(r,M,t)] \quad (B.74)$$

mit

$$G_p(r, M, t) = \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} [r \cdot \omega \cos(\omega t) + \omega \cdot \sin(\omega t)] + \right. \\ \left. + \frac{2}{M} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(t-M)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(t-M))] - \right. \\ \left. - \frac{2}{M^2} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^3} [(r^3 - 3r\omega^2) \cdot \omega \cos(\omega t) + (3r^2\omega - \omega^3) \cdot \sin(\omega t)] + \right. \\ \left. + \frac{2}{M^2} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^3} [(r^3 - 3r\omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(t-M)) + (3r^2\omega - \omega^3) \cdot \sin(\omega(t-M))] \right\}. \quad (B.75)$$

$F_p(r, M)$  ist durch Gleichung (B.66) definiert.

### 3.2.3. ZWEIFEILTES EXPONENTIELLES INVESTITIONSWACHSTUM

Dieser Abschnitt bringt die Ergebnisse der Berechnung des Bruttoanlagevermögens unter der Hypothese (vgl. Anhang B.A.7):

$$I(t) = \begin{cases} I_0 e^{(r-r_1) \cdot t_1} \cdot e^{r_1 t} = I_1 e^{r_1 t} & \dots t \leq t_1 \\ I_0 e^{rt} & \dots t \geq t_1 \end{cases} \quad (B.50)$$

Nachstehende Definitionen werden im folgenden verwendet:

$$F_{Q,1}(r, M) = \left\{ \frac{a}{r} (1 - e^{-rM}) + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-rM_1}}{r} + 3M_1^2 \frac{e^{-rM_1}}{r^2} + 6M_1 \frac{e^{-rM_1}}{r^3} - \frac{6}{r^4} (1 - e^{-rM_1}) \right] \right\},$$

$$F_{Q,2}(r, M) = \left\{ \frac{c}{r} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) - d \cdot \left[ \frac{1}{r} (M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}) + \frac{1}{r^2} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) \right] \right\},$$

$$F_{Q,3}(r, M) = \left\{ \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}] - \frac{g}{r} (e^{-rM_2} - e^{-rM_3}) \right\},$$

$$H_1(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{1}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] \right\},$$

$$H_2(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{(T_1-T_2)}{r} e^{-r(T_1-T_2)} \right\},$$

$$H_3(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1^2}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{2T_1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{2}{r^3} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \right. \\ \left. + 2T_1(T_1-T_2) \cdot \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - (T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - 2(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} \right\},$$

$$H_4(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1^3}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{3T_1^2}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{6T_1}{r^3} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{6}{r^4} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + 3T_1^2(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - \\
 & - 3T_1(T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} + (T_1-T_2)^3 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - 6T_1(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} + \\
 & + 3(T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} + 6(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^3} \} ,
 \end{aligned}$$

$$H_5(r, T_1, T_2, T_3) = e^{rT_1} \left\{ \frac{1}{r} [e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)}] \right\} ,$$

$$\begin{aligned}
 H_6(r, T_1, T_2, T_3) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1}{r} [e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)}] - \frac{1}{r} [(T_1-T_2) \cdot e^{-r(T_1-T_2)} - \right. \\
 \left. - (T_1-T_3) \cdot e^{-r(T_1-T_3)}] - \frac{1}{r^2} [e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)}] \right\} ,
 \end{aligned}$$

$$H_7(r, T_1, T_2, T_3) = e^{rT_1} \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda+r} \left\{ e^{-(\lambda+r)(T_1-T_2)} - e^{-(\lambda+r)(T_1-T_3)} \right\} ,$$

$$H_8(r, T_1, T_2, T_3) = e^{rT_1} \left\{ \frac{1}{r} [e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)}] \right\} . \quad (B.76)$$

### 3.2.3.1. QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Unter der Annahme einer quasilogistischen Überlebensfunktion (Gleichung (B.32)) ergibt sich das Bruttoanlagevermögen  $K^{br}(t)$  zu

$$K_{Q,3}^{br}(t) = \begin{cases} K_{1,I}^{br(1)}(t) + K_{1,I}^{br(2)}(t) + K_{2,I}^{br}(t) + K_{3,I}^{br}(t) & \dots t \leq t_1 < t - M_1 \\ K_{1,II}^{br}(t) + K_{2,II}^{br(1)}(t) + K_{2,II}^{br(2)}(t) + K_{3,II}^{br}(t) & \dots t - M_1 \leq t < t - M_2 \\ K_{1,III}^{br}(t) + K_{2,III}^{br}(t) + K_{3,III}^{br(1)}(t) + K_{3,III}^{br(2)}(t) & \dots t - M_2 \leq t \leq t - M_3 \end{cases} \quad (B.77)$$

mit

$$\begin{aligned}
 K_{1,I}^{br(1)}(t) = I_0 \left\{ (a-bt^3) \cdot H_1(r, t, t_1) + 3bt^2 \cdot H_2(r, t, t_1) - 3bt \cdot H_3(r, t, t_1) + \right. \\
 \left. + b \cdot H_4(r, t, t_1) \right\} ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{1,I}^{br(2)}(t) &= I_1 \left\{ (a-bt^3) \cdot H_1(r_1, t_1, t-M_1) + 3bt^2 \cdot H_2(r_1, t_1, t-M_1) - \right. \\
 &\quad \left. - 3bt \cdot H_3(r_1, t_1, t-M_1) + b \cdot H_4(r_1, t_1, t-M_1) \right\} , \\
 K_{2,II}^{br(1)}(t) &= I_0 \left\{ (c-dt) \cdot H_5(r, t, t-M_1, t_1) + d \cdot H_6(r, t, t-M_1, t_1) \right\} , \\
 K_{2,II}^{br(2)}(t) &= I_1 \left\{ (c-dt) \cdot H_5(r_1, t, t_1, t-M_2) + d \cdot H_6(r_1, t, t_1, t-M_2) \right\} , \\
 K_{3,III}^{br(1)}(t) &= I_0 \left\{ f \cdot H_7(r, t, t-M_2, t_1) - g \cdot H_8(r, t, t-M_2, t_1) \right\} , \\
 K_{3,III}^{br(2)}(t) &= I_1 \left\{ f \cdot H_7(r_1, t, t_1, t-M_3) - g \cdot H_8(r_1, t, t_1, t-M_3) \right\} , \\
 K_{2,I}^{br}(t) &= I_1 \cdot \exp(rt) \cdot F_{Q,2}(r_1, M) , \\
 K_{3,I}^{br}(t) &= K_{3,II}^{br}(t) = I_1 \cdot \exp(rt) \cdot F_{Q,3}(r_1, M) , \\
 K_{1,II}^{br}(t) &= K_{1,III}^{br}(t) = I_0 \cdot \exp(rt) \cdot F_{Q,1}(r, M) , \\
 K_{2,III}^{br}(t) &= I_0 \cdot \exp(rt) \cdot F_{Q,2}(r, M) .
 \end{aligned}$$

(B.78)

### 3.2.3.2. RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion (Glg. B.35) erhält man für  $K^{br}(t)$  :

$$K_{R,3}^{br}(t) = I_0 \cdot H_0(r, t, t_1) + I_1 \cdot H_1(r_1, t_1, t-M) \quad (B.79)$$

### 3.2.3.3. LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Annahme einer linear abklingenden Überlebensfunktion (Gl.(B.37)) führt zu:

$$\begin{aligned}
 K_{L,3}^{br}(t) &= I_0 \left[ \frac{(M-t)}{M} \cdot H_1(r, t, t_1) + \frac{1}{M} H_2(r, t, t_1) \right] + \\
 &\quad + I_1 \left[ \frac{(M-t)}{M} \cdot H_1(r_1, t_1, t-M) + \frac{1}{M} \cdot H_2(r_1, t_1, t-M) \right] .
 \end{aligned} \quad (B.80)$$

### 3.2.3.4. PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man den Berechnungen eine parabolische Überlebensfunktion (Glg. B.39) zugrunde, so bestimmt sich  $K^{br}(t)$  zu:

$$\begin{aligned}
 K_{P,3}^{br}(t) &= I_0 \left\{ \left[ 1 - \frac{t^2}{M^2} \right] \cdot H_1(r, t, t_1) + \frac{2t}{M^2} \cdot H_2(r, t, t_1) - \frac{1}{M^2} \cdot H_3(r, t, t_1) \right\} + \\
 &\quad + I_1 \left\{ \left[ 1 - \frac{t^2}{M^2} \right] \cdot H_1(r_1, t_1, t-M) + \frac{2t}{M^2} \cdot H_2(r_1, t_1, t-M) - \frac{1}{M^2} \cdot H_3(r_1, t_1, t-M) \right\} .
 \end{aligned} \quad (B.81)$$

3.3. BESTIMMUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS FÜR VERSCHIEDENE HYPOTHETISCHE INVESTITIONSVERLÄUFE BEI KONSTANTER ABGANGSRATE

Unter der Hypothese einer konstanten Abgangsrate lautet die rekursive Definition des Bruttoanlagevermögens (Glg. B.43):

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} = I(t) - \delta K^{br}(t), \tag{B.82}$$

In den Abschnitten 3.3.1. und 3.3.2. werden die Ergebnisse der Lösung obiger Differentialgleichung für verschiedene Überlebensfunktionen und Investitionsverläufe dargestellt. Die Abgangsrate  $\delta$  wird dabei jeweils gleich der im Abschnitt 3.2.1. errechneten Abgangsrate unter der Hypothese

$$I(t) = I_0 e^{rt} \tag{B.46}$$

gewählt, d.h.

$$\delta = \left. \begin{matrix} \delta_Q \\ \delta_R \\ \delta_L \\ \delta_P \end{matrix} \right\} \text{unter der Hypothese einer} \left\{ \begin{matrix} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen} & - & " & - \\ \text{linear abklingenden} & - & " & - \\ \text{parabolischen} & - & " & - \end{matrix} \right. \tag{B.83}$$

Eine detaillierte Beschreibung der Lösung der Differentialgleichung (B.82) nach  $K^{br}(t)$  findet sich in den Anhängen B.A.8 und B.A.9.

3.3.1. VON EINER COSINUS-SCHWINGUNG ÜBERLAGERTES EXPONENTIELLES INVESTITIONSWACHSTUM

Dieser Abschnitt gibt die Ergebnisse der Berechnung des Bruttoanlagevermögens mit Hilfe der rekursiven Definition (B.82) für ein von einer Cosinus-Schwingung überlagertes exponentielles Investitions-wachstum, d.h.

$$I(t) = I_0 [1 + \hat{a} \cdot \cos(\omega t)] \cdot e^{rt}, \tag{B.49}$$

wieder.

Als Anfangswert zum Zeitpunkt  $t_0$  wird jeweils jener Kapitalstock verwendet, der sich bei exakter Anwendung der Perpetual Inventory Method für diesen Zeitpunkt ergibt (vgl. Kapitel 3.2.2.):

$$K^{br}(t_0) = \begin{cases} K_{Q,2}^{br}(t_0) \\ K_{R,2}^{br}(t_0) \\ K_{L,2}^{br}(t_0) \\ K_{P,2}^{br}(t_0) \end{cases} \quad \text{im Falle einer} \quad \begin{cases} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen} & \text{"-"} \\ \text{linear abklingenden} & \text{"-"} \\ \text{parabolischen} & \text{"-"} \end{cases} \quad (\text{B.84})$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (B.82) für das durch Glg. (B.49) spezifizierte Investitionswachstum lautet (vgl. Anhang B.A.8):

$$K^{br}(t) = S_1(K^{br}(t_0), \delta) = A \cdot e^{-\delta t} + I_0 \cdot e^{rt} \left\{ \frac{1}{r+\delta} + \frac{\hat{a}}{(r+\delta)^2 + \omega^2} [(r+\delta) \cdot \cos(\omega t) + \omega \cdot \sin(\omega t)] \right\}$$

(B.85)

mit

$$A = \left\{ K^{br}(t_0) - I_0 \cdot e^{rt_0} \cdot \left[ \frac{1}{r+\delta} + \frac{\hat{a}}{(r+\delta)^2 + \omega^2} [(r+\delta) \cdot \cos(\omega t_0) + \omega \cdot \sin(\omega t_0)] \right] \right\} \cdot e^{\delta t_0}$$

### 3.3.1.1. QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Unter der Annahme einer quasilogistischen Überlebensfunktion (Gleichung (B.32)) ergibt sich das Bruttoanlagevermögen  $K^{br}(t)$  zu:

$$K_{Q,4}^{br}(t) = S_1(K_{Q,2}^{br}(t_0), \delta_Q) \quad (\text{B.86})$$

$\delta_Q$  ist durch Gleichung (B.61),  $K_{Q,2}^{br}(t_0)$  durch (B.68) definiert.

### 3.3.1.2. RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion (Glg. B.35) erhält man für  $K^{br}(t)$ :

$$K_{R,4}^{br}(t) = S_1(K_{R,2}^{br}(t_0), \delta_R). \quad (B.87)$$

$\delta_R$  ist durch Gleichung (B.63),  $K_{R,2}^{br}(t_0)$  durch (B.70) gegeben.

### 3.3.1.3. LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Annahme einer linear abklingenden Überlebensfunktion (Glg. B.37) führt zu:

$$K_{L,4}^{br}(t) = S_1(K_{L,2}^{br}(t_0), \delta_L) \quad (B.88)$$

$\delta_L$  ist durch Gleichung (B.65),  $K_{L,2}^{br}(t_0)$  durch (B.72) definiert.

### 3.3.1.4. PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man den Berechnungen eine parabolische Überlebensfunktion (Glg. B.39) zugrunde, so bestimmt sich  $K^{br}(t)$  zu:

$$K_{P,4}^{br}(t) = S_1(K_{P,2}^{br}(t_0), \delta_P) \quad (B.89)$$

$\delta_P$  ist durch Gleichung (B.67),  $K_{P,2}^{br}(t_0)$  durch (B.74) gegeben.

### 3.3.2. ZWEIGETEILTES EXPONENTIELLES WACHSTUM

Nachstehend sind die Ergebnisse der Berechnung des Bruttoanlagevermögens mit Hilfe der rekursiven Definition (B.82) für

$$I(t) = \begin{cases} I_0 e^{t_1(r-r_1)} \cdot e^{r_1 t} = I_1 e^{r_1 t} & t \leq t_1 \\ I_0 e^{rt} & \dots t \geq t_1 \end{cases} \quad (B.50)$$

zusammengestellt.

Als Anfangswert zum Zeitpunkt  $t_0$  wird auch hier jener Kapitalstock verwendet, der sich bei exakter Anwendung der Perpetual Inventory Method für diesen Zeitpunkt ergibt (vgl. Kapitel 3.2.3.):

$$K^{br}(t_0) = \left\{ \begin{array}{l} K_{Q,3}^{br}(t_0) \\ K_{R,3}^{br}(t_0) \\ K_{L,3}^{br}(t_0) \\ K_{P,3}^{br}(t_0) \end{array} \right\} \text{ bei Verwendung einer } \left\{ \begin{array}{l} \text{quasilogistischen Überlebens-} \\ \text{funktion} \\ \text{rechteckigen} \quad \text{"-} \\ \text{linear abklingenden} \quad \text{"-} \\ \text{parabolischen} \quad \text{"-} \end{array} \right. \quad (\text{B.90})$$

Die Berechnung der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung (B.82) für das durch (B.50) spezifizierte Investitionswachstum erfolgt für

$$t_0 \geq t_1. \quad 1) \quad (\text{B.91})$$

Sie lautet (vgl. Anhang B.A.9):

$$K^{br}(t) = S_2(K^{br}(t_0), \delta) = A e^{-\delta t} + \frac{I_0}{r+\delta} e^{rt} \quad (\text{B.92})$$

mit  $A = \left\{ K^{br}(t_0) - \frac{I_0}{r+\delta} e^{rt_0} \right\} e^{\delta t_0}$ .

### 3.3.2.1. QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Unter der Annahme einer quasilogistischen Überlebensfunktion (Gleichung (B.32)) ergibt sich das Bruttoanlagevermögen  $K^{br}(t)$  zu:

$$K_{Q,5}^{br}(t) = S_2(K_{Q,3}^{br}(t_0), \delta_Q). \quad (\text{B.93})$$

$\delta_Q$  ist durch Gleichung (B.61),  $K_{Q,3}^{br}(t_0)$  durch (B.77) definiert.

---

1) D.h., der Bruch im exponentiellen Trend findet vor jenem Zeitpunkt statt, für den das Bruttoanlagevermögen bekannt ist. Man ist somit an jenem Fehler interessiert, der bei der durch Glg. (B.40) beschriebenen Methode der Kapitalstockfortschreibung auftritt, wenn der durchschnittliche Trend vor der Schätzperiode einen anderen Verlauf nimmt als in der Schätzperiode.

### 3.3.2.2. RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion (Glg. B.35) erhält man für  $K^{br}(t)$ :

$$K_{R,5}^{br}(t) = S_2(K_{R,3}^{br}(t_0), \delta_R) \quad (B.94)$$

$\delta_R$  ist durch Gleichung (B.63),  $K_{R,3}^{br}(t_0)$  durch (B.79) gegeben.

### 3.3.2.3. LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Annahme einer linear abklingenden Überlebensfunktion (Glg. B.37) führt zu:

$$K_{L,5}^{br}(t) = S_2(K_{L,3}^{br}(t_0), \delta_L) \quad (B.95)$$

$\delta_L$  ist durch Gleichung (B.65),  $K_{L,3}^{br}(t_0)$  durch (B.80) definiert.

### 3.3.2.4. PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man den Berechnungen eine parabolische Überlebensfunktion (Glg. B.39) zugrunde, so bestimmt sich  $K^{br}(t)$  zu:

$$K_{P,5}^{br}(t) = S_2(K_{P,3}^{br}(t_0), \delta_P) \quad (B.96)$$

$\delta_P$  ist durch Gleichung (B.67),  $K_{P,3}^{br}(t_0)$  durch (B.81) gegeben.

## 3.4 FEHLERABSCHÄTZUNG

Die in Kapitel 3.1 vorgeschlagene Methode der Fortschreibung des Bruttoanlagevermögens setzt in die rekursive Definition (B.40) bzw. (B.43) die tatsächlichen Investitionen, nicht jedoch die tatsächlichen Abgänge ein:

$$K_{t+1}^{br} = K_t^{br} + I_t - \bar{A}_t$$

mit

$$\bar{A}_t = \delta K_t^{br} \quad (B.40)$$

bzw.

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} = I(t) - \bar{A}(t)$$

mit

(B.43)

$$\bar{A}(t) = \delta K^{br}(t) .$$

$\delta$  ist dabei jene Abgangsrate, die sich ergeben würde, wenn:

- (i) das loglineare Trendwachstum der Investitionen gleich dem tatsächlichen Wachstum der Investitionen ist,
- (ii) der mit Hilfe der Kleinstquadratenschätzung über den dokumentierten Investitionszeitraum ermittelte Trend auch in der Vergangenheit vorherrschend war.

Dieses Kapitel präsentiert die Ergebnisse einer Abschätzung des bei dieser Methode auftretenden Fehlers anhand einfacher hypothetischer Investitionsverläufe für den Fall einer quasilogistischen und einer rechteckigen Überlebensfunktion. Es wird unterstellt, daß die exakte Anwendung der Perpetual Inventory Method das tatsächliche Bruttoanlagevermögen ergibt.

#### 3.4.1 FEHLER INFOLGE DER NICHTBERÜCKSICHTIGUNG VON KONJUNKTURELLEN SCHWANKUNGEN

Der Fehler, den man durch die Berechnung der Abgänge unter Vernachlässigung der Investitionskonjunktur begeht, wird durch folgendes Modell zu erfassen gesucht:

$$I(t) = I_0 [1 + \hat{a} \cdot \cos(\omega t)] e^{rt}$$

mit

(B.49)

$$\omega = 2\pi/T_P .$$

$T_P$  stellt dabei die Länge eines Konjunkturzyklus dar. Das exponentielle Trendwachstum, von dem die Abgangsrate  $\delta$  errechnet wird, ist unter der Hypothese (B.49) gleich:

$$I_{TREND}(t) = I_0 e^{rt} . \quad (B.97)$$

Der für die Fortschreibung mittels der rekursiven Definition benötigte Anfangskapitalstock zum Zeitpunkt  $t_0$  wird gleich dem

tatsächlichen Bruttoanlagevermögen zum Zeitpunkt  $t_0$  gewählt. Die Berechnung des tatsächlichen Bruttoanlagevermögens,  $K^{br}(t)$ , für das Investitionsmodell (B.49) erfolgte im Kapitel 3.2.2.:

$$K^{br}(t) = \begin{cases} K_{Q,2}^{br}(t) \\ K_{R,2}^{br}(t) \end{cases} \text{ im Falle einer } \begin{cases} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen Überlebensfunktion.} \end{cases} \quad (\text{B.98})$$

Zur Bestimmung von  $\delta$  können die Berechnungen aus dem Kapitel 3.2.1 herangezogen werden:

$$\delta = \begin{cases} \delta_Q \\ \delta_R \end{cases} \text{ im Falle einer } \begin{cases} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen Überlebensfunktion.} \end{cases} \quad (\text{B.99})$$

Die Herleitung des Bruttoanlagevermögens,  $\hat{K}^{br}(t)$ , mittels der rekursiven Definition (B.43) findet sich im Abschnitt 3.3.1:

$$\hat{K}^{br}(t) = \begin{cases} K_{Q,4}^{br}(t) \\ K_{R,4}^{br}(t) \end{cases} \text{ im Falle einer } \begin{cases} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen Überlebensfunktion.} \end{cases} \quad (\text{B.100})$$

Die Wahl der Parameter  $\hat{a}$ ,  $T_p$  und  $r$  orientieren sich am tatsächlichen Verhalten der Bruttoanlageinvestitionen der Gesamtwirtschaft zwischen 1954 und 1974. Desgleichen bewegt sich die Wahl der mittleren Überlebensdauer,  $m$ , in einem realistischen Bereich.  $\hat{a}$  wird so gewählt, daß das durch (B.49) spezifizierte Investitionsmodell in etwa die Extremwerte der beobachteten Wachstumsraten von 15.7 (sieht man von der ungewöhnlich hohen Zuwachsrates von 25.5 % im Jahr 1955 ab) und 0.3 % widerspiegelt. Es gilt:

$$\left[ \frac{dI(t)}{I(t)} \right]_{\max}^{\min} = r - \frac{\hat{a}\omega \sin \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1-\hat{a}^2} \right]}{1-\hat{a}^2} \quad {}^1) \quad (\text{B.101})$$

<sup>1)</sup> Aus Glg.(B.49) folgt unmittelbar  $\dot{I} = \frac{dI(t)}{dt} / I(t) = r - \frac{\hat{a}\omega \sin(\omega t)}{1+\hat{a}\cos(\omega t)}$ . Das Maximum der Wachstumsrate bzw. der Zeitpunkt maximaler Wachstumsraten ergibt sich aus

$$\frac{d}{dt} \dot{I} = 0 : \cos(\omega t_{\max}) = -\hat{a} \quad \text{bzw.}$$

$$\dot{I}_{\max} = \dot{I}(t_{\max}) = r - \frac{\hat{a}\omega \sin \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1-\hat{a}^2} \right]}{1-\hat{a}^2} .$$

	m	r%	T <sub>P</sub>	$\hat{a}$	F <sub>max</sub> <sup>1)</sup>
Quasilogistische Überlebensfunktion	20	3	7	.1	.07
	50	3	7	.1	.02
	80	3	7	.1	.004
	20	4	7	.1	.07
	50	4	7	.1	.02
	80	4	7	.1	.004
	20	5	7	.1	.07
	50	5	7	.1	.02
	80	5	7	.1	.004
	20	6	7	.1	.08
	50	6	7	.1	.02
	80	6	7	.1	.003
	20	7	7	.1	.08
	50	7	7	.1	.02
	80	7	7	.1	.003
	20	6	6	.1	.05
	50	6	6	.1	.005
	80	6	6	.1	.002
	20	6	8	.1	.08
	50	6	8	.1	.02
	80	6	8	.1	.003
20	6	7	.15	.12	
50	6	7	.15	.03	
80	6	7	.15	.005	
Rechteckige Überlebensfunktion	20	6	7	.1	.7
	50	6	7	.1	.08
	80	6	7	.1	.006

Abb.B.1: Maximaler Fehler infolge der Nichtberücksichtigung von konjunkturellen Schwankungen im Investitionsverlauf.

<sup>1)</sup> Der aufgefundene maximale Fehler wurde nach oben abgerundet, sodaß F<sub>max</sub> nicht das eigentliche Maximum, sondern eine obere Schranke darstellt.

Tabelle B.1 gibt eine Übersicht über den durch Computersimulationen ermittelten maximalen prozentuellen Fehler:<sup>1)</sup>

$$F_{\max} = \left( \frac{K^{\text{br}}(t) - \hat{K}^{\text{br}}(t)}{K^{\text{br}}(t)} \right)_{\max} \cdot 100 \quad (\text{B.102})$$

### 3.4.2. FEHLER INFOLGE EINES STRUKTURBRUCHS IM TRENDWACHSTUM

Zur Abschätzung jenes Fehlers, der durch eine eventuelle Abweichung des Investitionstrends vor dem Beobachtungszeitraum gegenüber dem Trend im Beobachtungszeitraum und der Nichtberücksichtigung dieser Abweichung auftritt, wird folgendes Investitionsmodell unterstellt:

$$I(t) = \begin{cases} I_0 e^{(r-r_1)t_1} \cdot e^{r_1 t} = I_1 e^{r_1 t} & \dots t \leq t_1 \\ I_0 e^{rt} & \dots t \geq t_1 \end{cases} \quad (\text{B.50})$$

Das exponentielle Trendwachstum im Beobachtungszeitraum -  $t_1$  wird als vor dem Beobachtungszeitraum liegend angenommen -, das zur Berechnung der Abgangsrate  $\delta$  dient, ist gegeben durch

$$I_{\text{TREND}}(t) = I_0 e^{rt} \quad (\text{B.103})$$

Der für die Fortschreibung mittels der rekursiven Definition benötigte Anfangskapitalstock zum Zeitpunkt  $t_0$  wird wiederum gleich dem tatsächlichen Bruttoanlagevermögen zum Zeitpunkt  $t_0$  gewählt.

Die Berechnung des tatsächlichen Bruttoanlagevermögens,  $K^{\text{br}}(t)$ , für das Investitionsmodell (B.50) erfolgte im Kapitel 3.2.3.:

$$K^{\text{br}}(t) = \begin{cases} K_{Q,3}^{\text{br}}(t) \\ K_{R,3}^{\text{br}}(t) \end{cases} \text{ im Falle einer } \begin{cases} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen Überlebensfunktion} \end{cases} \quad (\text{B.104})$$

---

<sup>1)</sup> Die Bestimmung des maximalen Fehlers erfolgte, indem  $K^{\text{br}}(t)$  und  $\hat{K}^{\text{br}}(t)$  über mehrere Konjunkturzyklen berechnet wurden. Der gemäß (B.102) ermittelte Fehler erwies sich als fast stationär periodisch mit der Periodendauer  $T_P$  und dem Mittelwert Null.

Zur Bestimmung der Abgangsrate  $\delta$  können - analog zum letzten Abschnitt - wiederum die Berechnungen in Kapitel 3.2.1 herangezogen werden. Die Herleitung des Bruttoanlagevermögens,  $\hat{K}^{br}(t)$ , mittels der rekursiven Definition (B.43) findet sich im Kapitel 3.3.2:

$$K^{br}(t) = \left. \begin{matrix} K_{Q,5}^{br}(t) \\ K_{R,5}^{br}(t) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{im Falle} \\ \text{einer} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{quasilogistischen Überlebensfunktion} \\ \text{rechteckigen Überlebensfunktion} \end{matrix} \right. \quad (\text{B.105})$$

Wie bereits mehrmals betont, geht die vorliegende Berechnung des Bruttoanlagevermögens der österreichischen Wirtschaft von der Annahme aus, daß der von A.Kausel /5/ ermittelte Kapitalstock für 1964 dem tatsächlichen entspricht. Die für die Fortschreibung verwendeten Bruttoanlageinvestitionsreihen reichen bis 1954 zurück. Nimmt man einen Bruch des Investitionstrends zum Jahreswechsel 1949/1950 an, impliziert dies für die Wahl von  $t_1$  und  $t_0$ :<sup>1)</sup>

$$t_1 = t_0 - 15 \quad (\text{B.106})$$

Die Berechnung des Bruttoanlagevermögens wird für die Jahre 1954 bis 1974 bzw. 1975 durchgeführt.<sup>2)</sup> Daraus folgt für die Wahl des Zeitintervalls, innerhalb dessen die Fehleruntersuchung durchgeführt wird:

$$t_0 - 10 \leq t \leq t_0 + 11 \quad (\text{B.107})$$

Tabelle B.2 gibt eine Übersicht über den durch Computersimulation ermittelten prozentuellen Fehler,

$$F(t) = \frac{K^{br}(t) - \hat{K}^{br}(t)}{K^{br}(t)} \cdot 100 \quad (\text{B.108})$$

zu verschiedenen Zeitpunkten unter verschiedenen Annahmen über die durchschnittliche Nutzungsdauer  $m$  und die Wachstumsrate  $r$ . Bei der Wahl von  $r_1$  wurde i.a. eine 10%ige Fehleinschätzung unterstellt.

1) Je größer man die Differenz zwischen  $t_1$  und  $t_0$  wählt, umso kleiner wird der beobachtete Fehler. Eine weitere Annäherung von  $t_1$  an  $t_0$  erscheint nicht sinnvoll, da bei sehr kurzen Zeitintervallen die Unterscheidung zwischen Trendbruch und üblichem Konjunkturverhalten schwerfällt.

2) Der Berechnungszeitraum für das Bruttoanlagevermögen einzelner Anlagegüter hängt jeweils von der Länge der zur Verfügung stehenden Investitionsreihe ab.

	m	r%	$F(t_0 - 10)$	$F(t_0 - 5)$	$F(t_0)$	$F(t_0 + 5)$	$F(t_0 + 11)$
Quasilogistische Überlebensfunktion $r_1 = .9r$	20	3	.98	.34	.00	-.18	-.14
	50	3	.79	.34	.00	-.25	-.45
	80	3	.52	.23	.00	-.18	-.36
	20	4	1.20	.41	.00	-.14	-.15
	50	4	.85	.36	.00	-.25	-.43
	80	4	.49	.21	.00	-.16	-.29
	20	5	1.39	.46	.00	-.15	-.15
	50	5	.86	.35	.00	-.23	-.38
	80	5	.43	.18	.00	-.13	-.23
Quasilogistische Überlebensfunktion $r_1 = .8r$	20	6	1.54	.49	.00	-.15	-.14
	50	6	.83	.33	.00	-.20	-.32
	80	6	.37	.15	.00	-.10	-.17
	20	7	1.65	.51	.00	-.15	-.13
	50	7	.79	.30	.00	-.17	-.26
	80	7	.31	.12	.00	-.07	-.12
	20	3	1.97	.69	.00	-.26	-.28
	50	3	1.62	.71	.00	-.52	-.94
	80	3	1.10	.50	.00	-.40	-.77
Quasilogistische Überlebensfunktion $r_1 = 1.1r$	20	3	-.97	-.33	.00	.13	.14
	50	3	-.75	-.32	.00	.23	.41
	80	3	-.47	-.21	.00	.17	.31
Rechteckige Überlebensfunktion $r_1 = .9r$	20	5	1.71	.58	.00	-.14	.15
	50	5	.99	.43	.00	-.29	-.51
	80	5	.40	.17	.00	-.13	-.24

Tabelle B.2: Fehler infolge eines Strukturbruchs im Trendwachstum der Investitionen

#### 4. BERECHNUNG DES ÖSTERREICHISCHEN BRUTTOANLAGEVERMÖGENS ZWISCHEN 1954 UND 1974

Die vorliegende Berechnung des österreichischen Bruttoanlagevermögens basiert auf der Annahme einer quasilogistischen Überlebensfunktion (Glg.(B.32)) für die einzelnen Anlagegüter. Die Fortschreibung des Kapitalstocks zwischen 1954 und 1974 erfolgt - ausgehend von dem von A.Kausel /5/ ermittelten Niveau 1964 - möglichst getrennt nach Teilaggregaten mit Hilfe der Gleichung (B.40):<sup>1)</sup>

$$K_{t+1}^{br(i)} = K_t^{br(i)} + I_t^{(i)} - \delta K_t^{br(i)} \quad (B.40')$$

mit

$$\delta^{(i)} = \frac{1}{F_Q(r^{(i)}, M^{(i)})} - r^{(i)} \quad (B.61')$$

Der Index  $i$  dient zur Kennzeichnung des  $i$ -ten Teilaggregats.  $r^{(i)}$  ist die Wachstumsrate des exponentiellen Investitionstrends,  $M^{(i)}$  die maximale Überlebensdauer.  $F_Q(r^{(i)}, M^{(i)})$  ist durch Gleichung (B.60) gegeben. Für die mittlere Überlebensdauer  $m^{(i)}$  gilt gemäß der Gleichung (B.34):

$$m^{(i)} = 0.5M^{(i)} \quad (B.34')$$

Tabelle B.3 gibt in Spalte 1 und 4 das von A.Kausel ermittelte Bruttoanlagevermögen zum 30.6.1964 zu Preisen 1964 disaggregiert nach Bauten und Ausrüstungen wieder. Spalte 2 und 5 beinhalten die von A.Kausel jeweils unterstellte mittlere Lebensdauer.<sup>2)</sup>

- 1) Der Grund für die disaggregierte Berechnung des Bruttoanlagevermögens ist folgender: Die mittlere Lebensdauer des Aggregats ist i.a. nicht gleich der mit den einzelnen Kapitalstöcken gewichteten Summe der mittleren Lebensdauer der Teilaggregate (vgl. Anhang B.A.10). Eine Berechnung des Bruttoanlagevermögens bzw. der Abgangsrate des Aggregats unter Verwendung einer derart bestimmten mittleren Lebensdauer wäre daher i.a. mit einem Bias versehen.
- 2) Vgl. A.Kausel /5/. Kausel stützt sich bei der Festlegung der mittleren Lebensdauer auf die Untersuchungen von W.Kirner /2/.

	K <sup>br</sup> (30.6.64)		K <sup>br</sup> (30.6.64)		m	δ	m	δ	Zeitraum
	Mrd.S.	Jahre	Mrd.S.	Prozent					
Land- u. Forstwirtschaft	87.870	67	39.820	.23	15.5	4.98	54-74		
Elektrizität, Gas, Wasser	34.760								
Elektrizität	33.080	60	37.300	1.06	40	.63	65-75		
Gas, Wasser	1.680	60	4.200	1.57	30	2.68	65-75		
Bergbau	3.510	40	8.980	4.84	17	5.43			
Industrie, Gewerbe ohne Bergbau 1)	51.040		94.560						
Industrie allein	40.000		81.740						
Gewerbe allein	11.040		12.820						
Nahrungs- u. Genußmittel	8.480	40	15.230	1.72	25	3.95	63-75		
Textil- u. Bekleidungsind.	6.160	40	12.540	2.70	30	2.67	63-75		
Holz	2.800	40	3.570	1.53	17	3.60	63-75		
Papier	3.040	40	6.900	1.32	17	4.69	63-75		
Graphisches Gewerbe	1.360	40	2.690	1.44	30	1.55	63-75		
Leder, Fell	400	40	.570	3.94	30	3.79	63-75		
Chemie	5.520	40	9.880	1.88	17	3.20	63-75		
Erdöl	1.200	40	4.780	1.27	17	3.66	63-75		
Baustoffe	3.240	40	7.600	2.41	17	4.46	63-75		
Metallgrundindustrie	5.680	40	11.530	.31	17	2.34	63-75		
Metallwaren	3.200	40	5.840	1.22	23,5	2.28	63-75		
Maschinen, Elektr., Fahrz.	8.480	40	10.740	1.04	23,5	2.07	63-75		
Feinmechanik 2)	1.480	40	2.710	1.44	23,5	2.33	63-75		

Fortsetzung nächste Seite

1) Es stehen nur Investitionsreihen für die Industrie, nicht jedoch für das Gewerbe zur Verfügung. Die Berechnung unterstellt gleiche Abgangsraten für die Industrie und das Gewerbe. (Der Quotient "Bruttoanlagevermögen Gewerbe" durch "Bruttoanlagevermögen Industrie" beträgt 0.2).

2) Für diese Branche existiert keine Investitionsreihe. Die Abgangsrate wurde mit der durchschnittlichen Wachstumsrate der Gesamtindustrieinvestitionen berechnet.

	K <sup>br</sup> (30.6.64)		K <sup>br</sup> (30.6.64)		m	δ	m	δ	Zeitraum
	Mrd.S.	Jahre	Mrd.S.	Jahre					
Baugewerbe	5.760	60	9.060	10		2.86		9.63	64-75
Wohnungswesen	347.850	100				.09			54-75
Öffentlicher Dienst	115.370	100	8.530	20		.03		2.60	54-75
Handel 1)	31.440	60	22.720	20		.152		2.62	
Banken, Versicherungen 1)	6.300	60	2.940	20		.152		2.62	
Verkehr	98.220								
ÖBB 1)	38.000	125	41.180	33		.02		1.05	
Post 1)	4.120	50	11.060	24.5		.25		1.85	
Sonstiger Verkehr 1)	5.450	50	7.870	12		.25		5.66	
Straßen 1)	50.650	∞							
Private Dienste									
Hotel u. Gastgewerbe 1)	14.820	60	10.960	20		.15		2.62	
Sonstige Dienste 1)	5.880	60	3.940	20		.15		2.62	
Freie Berufe 1)			1.700	20				2.62	
Nicht.Gewinn.Inst. 1)	23.000	100	1.700	20		.03		2.62	

Tab. B.3: Bruttoanlagevermögen, durchschnittliche Überlebensdauer und Abgangsrate in den Sektoren der österreichischen Wirtschaft.

1) Für diesen Wirtschaftsbereich liegt keine Investitionsreihe vor. Die Abgangsrate δ wird mit Hilfe der durchschnittlichen Wachstumsrate der Gesamtinvestitionen aller jener Sektoren der Wirtschaft berechnet, für die keine Investitionsstatistik existiert. Diese ergeben sich als Differenz "Gesamtwirtschaftliche Investitionen minus Investitionen in Wirtschaftsbereichen, für die Investitionsstatistiken vorliegen."

In Spalte 3 und 6 finden sich die gemäß (B.60) und (B.34) ermittelten Abgangsraten. In Spalte 7 ist der Zeitraum dokumentiert, für den die Investitionsreihe zur Verfügung steht.

Wie aus Glg.(B.40) ersichtlich ist, erfordert die hier gewählte Methode zur Berechnung des Bruttoanlagevermögens zwischen 1954 und 1974 zumindest die Kenntnis der Investitionen für diesen Zeitraum. D.h. eine disaggregierte Fortschreibung des Bruttoanlagevermögens ist nur für jene Teilaggregate möglich, für die die Investitionsreihe über den gesamten Zeitraum 1954 - 1974 bekannt ist. Diese sind in Tabelle B.4 zusammengefaßt und stellen ihrerseits zum Teil Aggregate disaggregierter Größen dar. Im folgenden werden sie als Semiaggregate bezeichnet.

Die Abgangsraten der Semiaggregate für das Jahr 1964 werden als mit den jeweiligen Kapitalstöcken gewichtete Summen der Abgangsraten der Teilaggregate berechnet (Glg.(B.55) und Tab.B.3)<sup>1)</sup>. Sie sind in Spalte 2 und 5 der Tabelle B.4 wiedergegeben. Bei der Fortschreibung des Bruttoanlagevermögens der Semiaggregate vom Niveau 1964 aus, wird die Konstanz der so gefundenen Abgangsraten über den Zeitraum 1954 - 1974 unterstellt.<sup>2)</sup> Spalte 1 und 3 geben das Bruttoanlagevermögen zum 1.1.1964 wieder. Es gilt (Glg.(B.40)):

$$K^{br}(1.1.64) = \frac{K^{br}(30.6.64) - \text{Investitionen (1.Halbjahr 64)}}{1 - \delta/2} \quad 3) \quad (B.109)$$

- 
- 1) Im Falle der Land- und Forstwirtschaft, des Wohnungswesens und des öffentlichen Dienstes ist das Teilaggregat gleich dem Semiaggregat.
- 2) Diese Annahme ist gleichbedeutend mit der Annahme einer konstanten maximalen Lebensdauer für das Semiaggregat. Die Problematik dieser Annahme ist positiv korreliert mit der Inhomogenität des Semiaggregates und der Fortschreibungsdauer (max. 11 Jahre). Sie tritt, folgt man der Annahme von A.Kausel bezüglich der Konstanz der Überlebensdauer der Teilaggregate, nur bei jenen Semiaggregaten auf, die sich aus mehreren Teilaggregaten zusammensetzen (vgl. Anhang B.A.10).
- 3) Die Investitionen der Semiaggregate stehen nur in Jahresdaten zur Verfügung. Es wird unterstellt, daß die Investitionen der Semiaggregate dasselbe Quartalsmuster wie die Gesamtinvestitionen besitzen.

	Bauten			Ausrüstungen		
	K <sup>br</sup> (1.1.64) (Mrd.S.)	δ (Prozent)	r (Prozent)	K <sup>br</sup> (1.1.64) (Mrd.S.)	δ (Prozent)	r (Prozent)
Land-u. Forstwirtschaft	86.637	.23	6.48	38.777	4.98	3.67
Industrie (mit Bergbau)	42.934	1.81979	4.36	88.724	3.3666	5.28
Wohnungswesen	342.595	.091	5.88			
Öffentl. Dienst	113.687	.034	9.34	8.185	2.60	7.15
Rest <sup>1)</sup>	227.099	.36356	8.89	162.526	2.30	7.66
Gesamtwirtschaft	812.952		7.20	298.212		6.22

Tabelle B.4.: Bruttoanlagevermögen, Abgangsrate und durchschnittliche Wachstumsrate in den Sektoren der österreichischen Wirtschaft (semiaggregierte Darstellung)

1) Rest = Gesamtwirtschaft minus Land- und Forstwirtschaft minus Industrie minus Wohnungswesen minus Öffentlicher Dienst.

In Spalte 3 und 5 finden sich die durchschnittlichen Wachstumsraten der Investitionen. Sie sollen Einblick in das Wachstumsverhalten der einzelnen Sektoren - unterteilt nach Bau- und Ausrüstungsinvestitionen - geben. Sie dienen jedoch i.a. nicht, da in Tabelle B.4 i.a. Semiaggregate angeführt sind, zur direkten Berechnung der Abgangsrate  $\delta$  mit Hilfe der Gleichung (B.61).

Sei  $K_t^{(i)}$  das Bruttoanlagevermögen des  $i$ -ten Semiaggregates zu Beginn des Jahres  $t$ ,  $I_{t-1}^{(i)}$  die Investitionen im Jahre  $t-1$  und  $\delta^{(i)}$  die Abgangsrate des  $i$ -ten Semiaggregates, so läßt sich das Bruttoanlagevermögen vom Niveau zum 1.1.1964 mit Hilfe der rekursiven Beziehung

$$K_t^{(i)} = K_{t-1}^{(i)} + I_{t-1}^{(i)} - \delta^{(i)} \cdot K_{t-1}^{(i)} \quad (\text{B.110})$$

fortschreiben. Das Bruttoanlagevermögen der Gesamtwirtschaft zu Beginn des Jahres  $t$ ,  $K_t$ , ergibt sich als Summe der Bruttoanlagevermögen der Semiaggregate:

$$K_t = \sum_i K_t^{(i)} \quad (\text{B.111})$$

ANHANG A: ABLEITUNG EINIGER IM TEIL A BERICHTETER ERGEBNISSE

A.A.1 DER WACHSTUMSPFAD DER TATSÄCHLICH EINGESETZTEN MENGE AN KAPITAL BEI EXPONENTIELLEM WACHSTUM DES GEWÜNSCHTEN KAPITALSTOCKS

Es ist die Differenzengleichung

$$\ln K_t - \ln K_{t-1} = \omega_0 (\ln K_t^* - \ln K_{t-1}) + \omega_1 (\ln K_{t-1}^* - \ln K_{t-1}) + \omega_2 (\ln K_{t-2}^* - \ln K_{t-3}) \quad (\text{A.A.1.1})$$

für

$$K_t^* = K_0^* e^{g_{K^*} t} \quad (\text{A.A.1.2})$$

und

$$\omega_0 = .11851, \quad \omega_1 = .07900, \quad \omega_2 = .03950 \quad (\text{A.A.1.3})$$

zu lösen. Dazu wählen wir für (A.A.1.1) die etwas handlichere Form

mit

$$\left. \begin{aligned} y_t &= a_0 y_{t-1} + a_1 y_{t-2} + a_2 y_{t-3} + b_0 + b_1 t \\ y_t &= \ln K_t, \\ a_0 &= 1 - \omega_0, \\ a_1 &= -\omega_1, \\ a_2 &= -\omega_2, \\ b_0 &= (\omega_0 + \omega_1 + \omega_2) \ln K_0^* - g_{K^*} (\omega_1 + 2\omega_2), \\ b_1 &= g_{K^*} (\omega_0 + \omega_1 + \omega_2). \end{aligned} \right\} (\text{A.A.1.4})$$

Der Lösungsvorgang wird in zwei Schritte geteilt. Zunächst wird gezeigt, daß  $K_t$  exponentielles Wachstum besitzt:

$$K_t = K_0 e^{g_K t} \quad (\text{A.A.1.5})$$

Aufgrund dieses Ergebnisses wird in einem zweiten Schritt bewiesen, daß

und

$$\left. \begin{aligned} g_K &= g_{K^*} \\ K_0 &= K_0^* e^{-\frac{1 - \omega_0 - \omega_1 - \omega_2}{\omega_0 + \omega_1 + \omega_2} g_{K^*}} \end{aligned} \right\} (\text{A.A.1.6})$$

gilt.

1. Schritt

In Matrixschreibweise lautet die Differenzengleichung (A.A.1.4)

$$\begin{array}{l}
 \text{mit} \\
 z_t = A \cdot z_{t-1} + Bx_t \\
 z_t' = [y_t, y_{t-1}, y_{t-2}], \\
 x_t' = [1, t], \\
 \\
 A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} .
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} z_t = A \cdot z_{t-1} + Bx_t \\ z_t' = [y_t, y_{t-1}, y_{t-2}], \\ x_t' = [1, t], \\ A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} .} \right\} \text{(A.A.1.7)}$$

Ersetzt man auf der rechten Seite der oben stehenden Gleichung  $z_{t-v}$  durch  $A \cdot z_{t-v-1} + Bx_{t-v}$  für  $v = 1, 2, \dots, \infty$ , erhält man

$$z_t = \sum_{v=0}^{\infty} A^v \cdot B \cdot x_{t-v} . \quad \text{(A.A.1.8)}$$

Damit diese Summe existiert, muß man fordern, daß die Eigenwerte  $\lambda_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) der Matrix A ihrem Absolutbetrag nach kleiner Eins sind. Die Lösung der charakteristischen Gleichung

$$\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 a_0 + \lambda a_1 + a_2 = -\lambda^3 - \lambda^2(1 - \omega_0) - \lambda \omega_1 - \omega_2 = 0 \quad \text{(A.A.1.9)}$$

ergibt:

$$\begin{array}{l}
 \lambda_1 = 0.67983851 \\
 \lambda_2 = -0.16043328 \\
 \lambda_3 = 0.36208477 .
 \end{array} \quad \text{(A.A.1.10)}$$

D.h. die Bedingung

$$|\lambda_i| < 1 \quad , \quad i = 1, 2, 3 , \quad \text{(A.A.1.11)}$$

ist erfüllt. Sei nun  $c_i$  der zu  $\lambda_i$  gehörige Eigenvektor, dann gilt definitionsgemäß

$$A \cdot C = C \cdot D_\lambda \quad \text{(A.A.1.12)}$$

mit

$$C = [c_1, c_2, c_3] ,$$

$$D_\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} . \quad (\text{A.A.1.13})$$

Die Matrix C besitzt die Dimension 3 x 3 und ist, da alle Eigenwerte von einander verschieden sind, nicht singular. Multipliziert man beide Seiten der Gleichung (A.A.1.12) mit  $C^{-1}$ , erhält man

$$A = C \cdot D_\lambda C^{-1} . \quad (\text{A.A.1.14})$$

Wiederholte Multiplikation dieses Ausdrucks mit sich selbst ergibt:<sup>1)</sup>

$$A^v = C \cdot D_\lambda^v C^{-1}$$

mit

$$D_\lambda^v = \begin{bmatrix} \lambda_1^v & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^v & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^v \end{bmatrix} . \quad (\text{A.A.1.15})$$

In ausführlicher Schreibweise hat die oben stehende Beziehung folgendes Aussehen:

$$A^v = \left. \begin{bmatrix} a_v^{11} & a_v^{12} & a_v^{13} \\ a_v^{21} & a_v^{22} & a_v^{23} \\ a_v^{31} & a_v^{32} & a_v^{33} \end{bmatrix} \right\} (\text{A.A.1.16})$$

mit

$$a_v^{ik} = \sum_{j=1}^3 c_{ij} \cdot c^{jk} \cdot \lambda_j^v = c_{i1} \cdot c^{1k} \cdot \lambda_1^v + c_{i2} \cdot c^{2k} \cdot \lambda_2^v + c_{i3} \cdot c^{3k} \cdot \lambda_3^v$$

wobei

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.A.1.17})$$

<sup>1)</sup> Vgl. G.R.Chow /86/, pp.2-3.

und

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} c^{11} & c^{12} & c^{13} \\ c^{21} & c^{22} & c^{23} \\ c^{31} & c^{32} & c^{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.A.1.18})$$

gilt. Für die Matrix  $M_V = A^V \cdot B$  erhält man:

$$M_V = A^V \cdot B = \begin{bmatrix} b_0 a_V^{11} & b_1 a_V^{11} \\ b_0 a_V^{21} & b_1 a_V^{21} \\ b_0 a_V^{31} & b_1 a_V^{31} \end{bmatrix} . \quad (\text{A.A.1.19})$$

Multiplikation von  $M_V$  mit  $x_{t-v}$  ergibt:

$$M_V x_{t-v} = A^V B x_{t-v} = \begin{bmatrix} (b_0 + b_1 t) a_V^{11} & - b_1 v \cdot a_V^{11} \\ (b_0 + b_1 t) a_V^{21} & - b_1 v \cdot a_V^{21} \\ (b_0 + b_1 t) a_V^{31} & - b_1 v \cdot a_V^{31} \end{bmatrix} . \quad (\text{A.A.1.20})$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung (A.A.1.8) ein, so erhält man unter Berücksichtigung von (A.A.1.7) für  $y_t$ :

$$y_t = [b_0 + b_1 t] \cdot \sum_{v=0}^{\infty} a_V^{11} - b_1 \sum_{v=0}^{\infty} v \cdot a_V^{11} . \quad (\text{A.A.1.21})$$

Substitution von  $a_V^{11}$  durch den in Gleichung (A.A.1.16) definierten Ausdruck führt zu

$$y_t = [b_0 + b_1 t] \cdot [c_{11} c^{11} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} \lambda_1^v + c_{12} c^{21} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} \lambda_2^v + c_{13} c^{31} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} \lambda_3^v] - b_1 [c_{11} c^{11} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} v \cdot \lambda_1^v + c_{12} c^{21} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} v \cdot \lambda_2^v + c_{13} c^{31} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} v \cdot \lambda_3^v] . \quad (\text{A.A.1.22})$$

Unter Verwendung von ( $i = 1, 2, 3$ )

$$\sum_{v=0}^{\infty} \lambda_i^v = \frac{1}{1 - \lambda_i} , \quad (\text{A.A.1.23})$$

$$\sum_{v=0}^{\infty} v \lambda_i^v = \frac{\lambda_i}{[1 - \lambda_i]^2}$$

folgt

$$y_t = d_0 + d_1 t$$

mit

$$d_0 = b_0 \left[ \frac{c_{11} c^{11}}{1-\lambda_1} + \frac{c_{12} c^{21}}{1-\lambda_2} + \frac{c_{13} c^{31}}{1-\lambda_3} \right] - b_1 \left[ \lambda_1 \frac{c_{11} c^{11}}{(1-\lambda_1)^2} + \lambda_2 \frac{c_{12} c^{21}}{(1-\lambda_2)^2} + \lambda_3 \frac{c_{13} c^{31}}{(1-\lambda_3)^2} \right], \quad (\text{A.A.1.24})$$

$$d_1 = b_1 \left[ \frac{c_{11} c^{11}}{1-\lambda_1} + \frac{c_{12} c^{21}}{1-\lambda_2} + \frac{c_{13} c^{31}}{1-\lambda_3} \right],$$

womit das exponentielle Wachstum von  $K_t = e^{y_t} = e^{d_0} \cdot e^{d_1 t}$  bewiesen ist.

## 2. Schritt

Setzt man den exponentiellen Ansatz (A.A.1.5),

$$K_t = K_0 e^{g_K t},$$

in die Differenzgleichung (A.A.1.1) und (A.A.1.2) ein, erhält man:

$$g_K = (\omega_0 + \omega_1 + \omega_2) (\ln K_0^* - \ln K_0) + (\omega_0 + \omega_1 + \omega_2) (g_{K^*} - g_K) \cdot t + \omega_0 g_K + \omega_1 (2g_K - g_{K^*}) + \omega_2 (3g_K - 2g_{K^*}). \quad (\text{A.A.1.25})$$

Ein Vergleich der rechten und linken Seite zeigt, daß diese Gleichung für beliebige  $t$  nur dann erfüllt ist, wenn

$$g_K = g_{K^*}$$

und

$$K_0 = K_0^* \exp \left[ - \frac{(1 - \omega_0 - \omega_1 - \omega_2)}{\omega_0 + \omega_1 + \omega_2} g_K \right] \quad (\text{A.A.1.26})$$

gilt.

A.A.2. DER WACHSTUMSPFAD DER TATSÄCHLICHEN KAPITALINTENSITÄT  
UND DES TATSÄCHLICHEN ARBEITSEINSATZES BEI EXPONENTIEL-  
LEM WACHSTUM DER GEWÜNSCHTEN FAKTORINPUTS

Es ist die Differenzengleichung

$$\frac{L_t}{K_t} = \gamma \frac{L_t^*}{K_t^*} + (1-\gamma) \frac{L_{t-1}}{K_{t-1}} \quad (\text{A.A.2.1})$$

für

$$K_t^* = K_0^* e^{g_{K^*} t}, \quad (\text{A.A.2.2})$$

$$L_t^* = L_0^* e^{g_{L^*} t}$$

und

$$\gamma = .39271 \quad (\text{A.A.2.3})$$

zu lösen. Die Anwendung der Koycktransformation auf (A.A.2.1) ergibt:

$$\frac{L_t}{K_t} = \gamma \sum_{v=0}^{\infty} (1-\gamma)^v \frac{L_{t-v}^*}{K_{t-v}^*} = \gamma \sum_{v=0}^{\infty} (1-\gamma)^v \frac{L_0^*}{K_0^*} e^{[g_{L^*} - g_{K^*}] \cdot [t-v]} = \quad (\text{A.A.2.4})$$

$$= \gamma \frac{L_0^*}{K_0^*} e^{[g_{L^*} - g_{K^*}] \cdot t} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} [(1-\gamma) \cdot \exp(g_{K^*} - g_{L^*})]^v$$

Damit diese Summe existiert, muß  $|(1-\gamma) \exp(g_{K^*} - g_{L^*})| < 1$  erfüllt sein. Eine Abschätzung mittels des durch (A.A.2.3) gegebenen Wertes für  $\gamma$  zeigt, daß dies für

$$g_{K^*} - g_{L^*} < .49 \quad (\text{A.A.2.5})$$

stets der Fall ist. Unter der Annahme, daß der gewünschte Kapitalstock nicht um 49 Prozentpunkte schneller als der gewünschte Arbeitsinput wächst, folgt aus (A.A.2.4):<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Die Berechnung der gewünschten Faktorinputs mit Hilfe der Gleichung (A.2.2.106) ergibt im Beobachtungszeitraum 1954-1974 für  $K_t^*$  und  $L_t^*$  durchschnittliche Wachstumsraten von 4,6 bzw. 1,1%.

$$\frac{L_t}{K_t} = \gamma \cdot \frac{L_0^*}{K_0^*} \cdot \frac{1}{1 - (1-\gamma) \cdot \exp(g_{K^*} - g_L^*)} \cdot e^{[g_L^* - g_{K^*}] \cdot t} \quad (\text{A.A.2.6})$$

Unterstellt man den Kapitalanpassungsprozeß

$$\frac{K_t}{K_{t-1}} = \left[ \frac{K_t^*}{K_{t-1}} \right]^{\omega_0} \cdot \left[ \frac{K_{t-1}^*}{K_{t-2}} \right]^{\omega_1} \cdot \left[ \frac{K_{t-2}^*}{K_{t-3}} \right]^{\omega_2}$$

mit

$$\omega_0 = .11851, \quad \omega_1 = .07900 \text{ und } \omega_2 = .03950, \quad \left. \vphantom{\frac{K_t}{K_{t-1}}} \right\} (\text{A.A.2.7})$$

dann ergibt sich gemäß Anhang A.A.1 der aktuelle Kapitalstock  $K_t$  zu:

$$K_t = K_0 e^{g_K t}$$

mit

$$g_K = g_{K^*}$$

$$K_0 = K_0^* \exp \left[ - \frac{(1 - \omega_0 - \omega_1 - \omega_2)}{\omega_0 + \omega_1 + \omega_2} g_{K^*} \right]. \quad \left. \vphantom{K_t} \right\} (\text{A.A.2.8})$$

Die Substitution dieses Ergebnisses in die Gleichung (A.A.2.6) führt zu

$$L_t = L_0 e^{g_L t}$$

mit

$$g_L = g_{L^*},$$

$$L_0 = L_0^* \frac{\uparrow}{\left[ e^{-g_{K^*}} - (1-\gamma) e^{-g_L^*} \right]} \cdot \exp \left[ - \frac{g_{K^*}}{\omega_0 + \omega_1 + \omega_2} \right]. \quad \left. \vphantom{L_t} \right\} (\text{A.A.2.9})$$

A.A.3 KAPITAL-OPTIMALER-, ARBEITS-OPTIMALER- UND POTENTIAL-  
OUTPUT IN ÖSTERREICH ZWISCHEN 1956 UND 1974 (DATEN-  
ANHANG)

$\eta^P \cdot 100 = QPOT$	POTENTIALAUSLASTUNGSRATE [ PROZENT ] 1956 - 1974			
56 - 59	95.2211	96.5004	95.8140	94.4761
60 - 63	97.9483	98.8433	96.9781	96.8896
64 - 67	98.4358	97.3552	98.0793	96.9724
68 - 71	97.6479	98.9995	101.9484	101.5165
72 - 74	102.1019	101.3515	100.0751	

$\eta^C \cdot 100$	AUSLASTUNGSRATE DES FAKTORS KAPITAL [ PROZENT ] 1956 - 1974			
56 - 59	112.5487	116.1946	114.3658	113.0037
60 - 63	117.6129	119.5884	118.1066	116.6071
64 - 67	119.7049	117.4098	118.9203	117.6488
68 - 71	118.9553	119.4695	121.7891	122.1767
72 - 74	121.5844	124.1097	119.4781	

$\eta^L \cdot 100$	AUSLASTUNGSRATE DES FAKTORS ARBEIT [ PROZENT ] 1956 - 1974			
56 - 59	111.1143	110.5878	110.9626	108.6579
60 - 63	111.0501	110.5180	107.9617	109.0436
64 - 67	109.7424	109.1315	109.3607	108.2680
68 - 71	109.0543	111.0461	114.6373	113.2583
72 - 74	114.4704	111.3223	111.5657	

$Q^P = QPOT$

POTENTIALOUTPUT  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1956 - 1974

56 - 59	162.6153	170.2760	177.7798	185.4162
60 - 63	193.5828	202.4841	211.7798	220.7792
64 - 67	230.7454	241.3255	251.5119	260.4431
68 - 71	270.1359	282.0399	295.1386	312.0489
72 - 74	329.9644	351.6533	370.8407	

$Q^C$

KAPITAL-OPTIMALER OUTPUT  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1956 - 1974

56 - 59	137.5795	141.4154	148.9414	155.0161
60 - 63	161.2161	167.3591	173.8938	183.4469
64 - 67	189.7466	200.1051	207.4340	214.6711
68 - 71	221.7488	233.7149	247.0575	259.2811
72 - 74	277.0915	287.1700	310.6167	

$Q^L$

ARBEITS-OPTIMALER OUTPUT  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1956 - 1974

56 - 59	139.3556	148.5851	153.5094	161.2161
60 - 63	170.7436	181.0945	190.2341	196.1711
64 - 67	206.9719	215.2844	225.5664	233.2712
68 - 71	241.8813	251.4433	262.4703	279.6978
72 - 74	294.3119	320.1568	332.6461	

ANHANG B: ABLEITUNG EINIGER IM TEIL B BERICHTETER ERGEBNISSE

B.A.1. REKURSIVE DEFINITION DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS

Das Bruttoanlagevermögen zu Beginn der Periode t+1 ist gemäß Gleichung (B.13) definiert als

$$K_{t+1}^{br} = \sum_{i=1}^M g(i) \cdot I_{t+1-i} \quad . \quad (B.A.1.1)$$

Unter Verwendung von Gleichung (B.4),

$$h(i) = g(i) - g(i+1) \quad , \quad (B.4)$$

folgt aus (B.A.1.1):

$$K_{t+1}^{br} = I_t + \sum_{i=2}^M g(i) \cdot I_{t+1-i} = I_t + \sum_{i=1}^{M-1} g(i+1) I_{t-i} = I_t + \sum_{i=1}^{M-1} [g(i) - h(i)] \cdot I_{t-i} \quad . \quad (B.A.1.2)$$

Berücksichtigt man, daß laut (B.7)

$$g(M) = h(M) \quad (B.7)$$

gilt, so ergibt sich  $K_{t+1}^{br}$  zu

$$K_{t+1}^{br} = I_t + \sum_{i=1}^M [g(i) - h(i)] \cdot I_{t-i} = I_t + \sum_{i=1}^M g(i) I_{t-i} - \sum_{i=1}^M h(i) I_{t-i} \quad . \quad (B.A.1.3)$$

Unter Verwendung von (B.15),

$$A_t = \sum_{i=1}^M h(i) I_{t-i} \quad , \quad (B.15)$$

folgt

$$K_{t+1}^{br} = K_t^{br} + I_t - A_t \quad . \quad (B.A.1.4)$$

B.A.2. REKURSIVE DEFINITION DES NETTO-ANLAGEVERMÖGENS

Das Nettoanlagevermögen zu Beginn der Periode t+1 ist gemäß Gleichung (B.23) definiert als

$$K_{t+1}^{ne} = \sum_{i=1}^M I_{t+1-i} \left[ \sum_{j=i}^M h(j) \cdot \left(1 - \frac{i-1}{j}\right) \right] . \quad (\text{B.A.2.1})$$

Unter Verwendung von Gleichung (B.6),

$$\sum_{i=1}^M h(i) = 1 , \quad (\text{B.6.})$$

folgt aus (B.A.2.1):

$$K_{t+1}^{ne} = I_t + \sum_{i=2}^M I_{t+1-i} \left[ \sum_{j=i}^M h(j) \cdot \left(1 - \frac{i-1}{j}\right) \right] = I_t + \sum_{i=1}^{M-1} I_{t-i} \left[ \sum_{j=i+1}^M h(j) \cdot \left(1 - \frac{i}{j}\right) \right] . \quad (\text{B.A.2.2})$$

Berücksichtigt man, daß für  $j = i$  der Ausdruck

$$h(j) \cdot \left(1 - \frac{i}{j}\right) = 0 \quad (\text{B.A.2.3})$$

wird, ergibt sich (B.A.2.2) zu:

$$K_{t+1}^{ne} = I_t + \sum_{i=1}^{M-1} I_{t-i} \left[ \sum_{j=1}^M h(j) \cdot \left(1 - \frac{i}{j}\right) \right] . \quad (\text{B.A.2.4})$$

Unter Verwendung von

$$\sum_{j=M}^M h(j) \cdot \left(1 - \frac{M}{j}\right) = h(M) \cdot \left(1 - \frac{M}{M}\right) = 0 \quad (\text{B.A.2.5})$$

erhält man

$$K_{t+1}^{ne} = I_t + \sum_{i=1}^M I_{t-i} \cdot \left[ \sum_{j=i}^M h(j) \cdot \left(1 - \frac{i}{j}\right) \right] \quad (\text{B.A.2.6})$$

Mit

$$D_t = \sum_{i=1}^M I_{t-i} \left[ \sum_{j=i}^M \frac{h(j)}{j} \right] \quad (\text{B.22})$$

folgt unmittelbar

$$K_{t+1}^{ne} = K_t^{ne} + I_t - D_t . \quad (\text{B.A.2.7})$$

B.A.3. LOGISTISCHE UND QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

B.A.3.1 WENDEPUNKT UND STREUDIAGRAMM DER LOGISTISCHEN FUNKTION

Die logistische Funktion ist gemäß Gleichung (B.27) definiert als

$$\hat{g}(t) = \frac{1}{1 + \exp[s(t)]}$$

mit

$$s(t) = c_{op} \cdot \left[ \frac{1}{M-t} - \frac{1}{t} \right].$$

} (B.27)

Das Streudiagramm von  $g(t)$  ergibt sich zu

$$h(t) = - \frac{d\hat{g}(t)}{dt} = \frac{1}{\{1 + \exp[s(t)]\}^2} \left\{ \exp[s(t)] \cdot \frac{ds(t)}{dt} \right\} \quad (\text{B.A.3.1})$$

mit

$$\frac{ds(t)}{dt} = c_{op} \cdot \left[ \frac{1}{(M-t)^2} + \frac{1}{t^2} \right]. \quad (\text{B.A.3.2})$$

Zur Ermittlung des Wendepunktes von  $\hat{g}(t)$  berechnen wir die zweite Ableitung von  $g(t)$  nach der Zeit,

$$\frac{d^2\hat{g}(t)}{dt^2} = \frac{-1}{\{1 + \exp[s(t)]\}^4} \left\{ \left[ e^{s(t)} \cdot \frac{ds(t)}{dt} \cdot \frac{ds(t)}{dt} + e^{s(t)} \frac{d^2s(t)}{dt^2} \right] \cdot \left[ 1 + e^{s(t)} \right]^2 - e^{s(t)} \cdot \frac{ds(t)}{dt} \cdot 2 \cdot \left[ 1 + e^{s(t)} \right] \cdot e^{s(t)} \cdot \frac{ds(t)}{dt} \right\} \quad (\text{B.A.3.3})$$

wobei

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} = 2c_{op} \left[ \frac{1}{(M-t)^3} - \frac{1}{t^3} \right]. \quad (\text{B.A.3.4})$$

Im Punkt  $t = M/2$  gilt:

$$s(t) = 0, \quad \frac{ds(t)}{dt} = \frac{8c_{op}}{M^2}, \quad \frac{d^2s(t)}{dt^2} = 0. \quad (\text{B.A.3.5})$$

Setzt man (B.A.3.5) in (B.A.3.3) bzw. (B.A.3.1) ein, so erhält man:

$$\left. \frac{d\hat{g}(t)}{dt} \right|_{t=M/2} = -\frac{2c_0 p}{M} , \quad (\text{B.A.3.6})$$

$$\left. \frac{d^2\hat{g}(t)}{dt^2} \right|_{t=M/2} = 0 .$$

D.h.,  $\hat{g}(t)$  besitzt im Punkt  $t = M/2$  einen Wendepunkt. Der Anstieg in diesem Punkt ist durch  $-2c_0 p/M$  gegeben. Der Funktionswert  $\hat{g}(t=M/2)$  berechnet sich zu (Gl.(B.27)):

$$\hat{g}(t=M/2) = 0.5 \quad (\text{B.A.3.7})$$

### B.A.3.2 BERECHNUNG DER QUASILOGISTISCHEN ÜBERLEBENSFUNKTION

Die logistische Funktion  $\hat{g}(t)$  (Gl. B.27) soll durch die Funktion  $g(t)$  (siehe Abb. B.A.1),

$$g(t) = \begin{cases} f_1(t) = a - bt^3 & \dots 0 \leq t \leq M_1 \\ f_2(t) = c - dt & \dots M_1 \leq t \leq M - M_1 = M_2 \\ f_3(t) = f \cdot \exp[-\lambda(t - M_2)] - g & \dots M_2 \leq t \leq 0.9M = M_3 \\ f_4(t) = 0 & \dots M_3 \leq t \leq M \end{cases} \quad (\text{B.32})$$

approximiert werden, wobei folgender Forderungenkatalog an  $g(t)$  gestellt wird:

$$f_1(t=0) = \hat{g}(t=0) = 1 , \quad (\text{B.A.3.8})$$

$$f_2(t=M/2) = \hat{g}(t=M/2) = 0.5 , \quad (\text{B.A.3.9})$$

$$f_3(t=0.9M) = 0, \quad (\text{B.A.3.10})$$

$$\left. \frac{df_1(t)}{dt} \right|_{t=M_1} = \left. \frac{df_2(t)}{dt} \right|_{t=M_1}, \quad (\text{B.A.3.11})$$

$$\left. \frac{df_2(t)}{dt} \right|_{t=\frac{M}{2}} = \left. \frac{d\hat{g}(t)}{dt} \right|_{t=\frac{M}{2}} = -\frac{2c_0 p}{M}, \quad (\text{B.A.3.12})$$

$$\left. \frac{df_2(t)}{dt} \right|_{t=M_2} = \left. \frac{df_3(t)}{dt} \right|_{t=M_2}, \quad (\text{B.A.3.13})$$

$$f_1(t=M_1) = f_2(t=M_1), \quad (\text{B.A.3.14})$$

$$f_2(t=M_2) = f_3(t=M_2). \quad (\text{B.A.3.15})$$

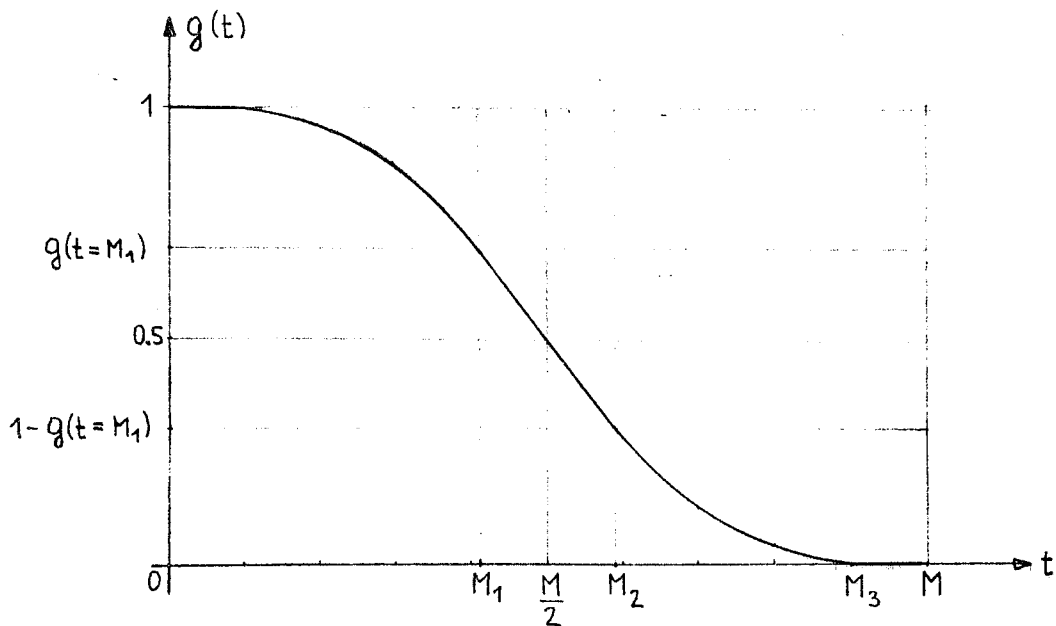


Abb. B.A.1: Quasilogistische Überlebensfunktion

Die Konfrontation von (B.32) mit der Bedingung (B.A.3.8) führt zu:

$$f_1(t=0) = a = \hat{g}(t=0) = 1$$

bzw.

$$a = 1.$$

$$(\text{B.A.3.16})$$

Aus Gleichung (B.A.3.12) und (B.32) folgt

$$\left. \frac{df_2(t)}{dt} \right|_{t=M/2} = -d = -\frac{2c_0 p}{M}$$

und damit

$$d = \frac{2c_0 p}{M} . \quad (\text{B.A.3.17})$$

Die Beziehungen (B.A.3.9), (B.32) und (B.A.3.17) ergeben

$$f_2(t=M/2) = c - d \frac{M}{2} = c - \frac{2c_0 p}{M} \cdot \frac{M}{2} = \hat{g}(t=M/2) = \frac{1}{2} .$$

Löst man obige Gleichung nach c auf, erhält man

$$c = \frac{1}{2} + c_0 p . \quad (\text{B.A.3.18})$$

Die Berechnung von b und  $M_1$  erfolgt mit Hilfe der Bedingungen (B.A.3.11) und (B.A.3.14):

$$\left. \frac{df_1(t)}{dt} \right|_{t=M_1} = -3bM_1^2 = \left. \frac{df_2(t)}{dt} \right|_{t=M_1} = -d = -\frac{2c_0 p}{M} , \quad (\text{B.A.3.19})$$

$$\begin{aligned} f_1(t=M_1) = a - bM_1^3 = 1 - bM_1^3 = f_2(t=M_1) = c - dM_1 = \\ = \frac{1}{2} + c_0 p - \frac{2c_0 p}{M} M_1 . \end{aligned} \quad (\text{B.A.3.20})$$

Die Beziehungen (B.A.3.19) und (B.A.3.20) stellen ein 2-Gleichungssystem mit 2 unbekannt Variablen dar. Die Lösung dieses Gleichungssystems nach b und  $M_1$  ergibt:

$$b = \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{M^3} \frac{(2c_0 p)^2}{(2c_0 p - 1)^2} , \quad (\text{B.A.3.21})$$

$$M_1 = kM \quad \text{mit} \quad k = \frac{3}{4} \frac{2c_0 p - 1}{2c_0 p} . \quad (\text{B.A.3.22})$$

Daraus folgt unmittelbar (Gl.B.32):

$$M_2 = (1-k)M. \quad (\text{B.A.3.23})$$

Die Ermittlung von  $f$ ,  $\lambda$  und  $g$  stützt sich auf die Bedingungen (B.A.3.15), (B.A.3.13) und (B.A.3.10):

$$f_2(t=M_2) = c - dM_2 = c - d(1-k)M = \frac{1}{2} + c_0p - 2c_0p(1-k) = f_3(t=M_2) = f - g, \quad (\text{B.A.3.24})$$

$$\left. \frac{df_2(t)}{dt} \right|_{t=M_2} = -d = -\frac{2c_0p}{M} = \left. \frac{df_3(t)}{dt} \right|_{t=M_2} = -f \cdot \lambda, \quad (\text{B.A.3.25})$$

$$f_3(t=0.9M) = f \cdot \exp[-\lambda(0.9M - M_2)] - g = f \cdot \exp[-\lambda M(k-0.1)] - g = 0. \quad (\text{B.A.3.26})$$

Setzt man  $g$  aus (B.A.3.24) in obige Gleichung ein, erhält man

$$f \cdot \exp[-\lambda M(k-0.1)] = f - \frac{1}{2} - c_0p + 2c_0p(1-k).$$

Substitution von  $\lambda$  aus (B.A.3.25) führt zu

$$f \cdot \exp\left[-\frac{2c_0p}{f}(k-0.1)\right] = f - \frac{1}{2} - c_0p + 2c_0p(1-k)$$

bzw.

$$c_1 + f \cdot \ln\left[1 - \frac{c_2}{f}\right] = 0$$

mit

$$c_1 = 2c_0p(k-0.1)$$

und

$$c_2 = \frac{1}{2} + c_0p - 2c_0p(1-k).$$

} (B.A.3.27)

Die Lösung der impliziten Funktion (B.A.3.27) nach  $f$  kann mit Hilfe der "regula falsi" erfolgen. Sei  $f_0$  die Lösung der Gleichung (B.A.3.27), dann erhält man aus (B.A.3.24) bzw. (B.A.3.25) für  $g$  und  $\lambda$ :

$$g = f_0 - \left(\frac{1}{2} + c_0 p\right) + 2c_0 p(1-k) \quad (\text{B.A.3.28})$$

und

$$\lambda = \frac{2c_0 p}{f_0 M} \quad (\text{B.A.3.29})$$

Für  $c_0 = 2.2$  und  $p = 1/2$  ergeben sich für die Parameter von  $g(t)$  folgende Werte:

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 4.3819/M \\ c &= 1.6 \\ d &= 2.2/M \\ f &= .35026 \\ g &= .05026 \\ \lambda &= 6.28105/M \\ M_1 &= .40908 M \\ M_2 &= .59091 M \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

B.A.4. BERECHNUNG DER MITTLEREN ÜBERLEBENSDAUER

Die mittlere Überlebensdauer  $m$  ist gemäß Gleichung (B.33) definiert als

$$m = \int_0^M g(t) dt . \quad (\text{B.A.4.1})$$

Setzt man für  $g(t)$  in (B.A.4.1) die quasilogistische Überlebensfunktion (B.32) ein, so ergibt sich  $m$  zu:

$$\begin{aligned} m &= \int_0^{M_1} [a - bt^3] dt + \int_{M_1}^{M_2} [c - dt] dt + \int_{M_2}^{M_3} [f \cdot \exp(-\lambda(t-M_2)) - g] dt = \\ &= [at - b \frac{t^4}{4}] \Big|_0^{M_1} + [ct - d \frac{t^2}{2}] \Big|_{M_1}^{M_2} + [\frac{f}{-\lambda} \cdot \exp(-\lambda(t-M_2)) - gt] \Big|_{M_2}^{M_3} = \\ &= aM_1 - b \frac{M_1^4}{4} + c(M_2 - M_1) - \frac{d}{2} \cdot (M_2^2 - M_1^2) - \\ &\quad - \frac{f}{\lambda} [\exp(-\lambda(M_3 - M_2)) - 1] - g \cdot (M_3 - M_2) . \end{aligned} \quad (\text{B.A.4.2})$$

Daraus folgt unter Verwendung der durch (B.32.1) gegebenen speziellen Werte für  $a, b, c, d, f, g, \lambda, M_1, M_2$  und  $M_3$ :

$$m = .50155 M . \quad (\text{B.A.4.3})$$

Substituiert man für  $g(t)$  in (B.A.4.1) die rechteckige Überlebensfunktion (B.35), so erhält man für die mittlere Überlebensdauer:

$$m = \int_0^M dt = M . \quad (\text{B.A.4.4})$$

Die Ersetzung von  $g(t)$  in (B.A.4.1) durch die linear abklingende Überlebensfunktion (B.37) führt zu:

$$m = \int_0^M [1 - \frac{t}{M}] dt = [t - \frac{t^2}{2M}] \Big|_0^M = M - \frac{M^2}{2M} = \frac{M}{2} . \quad (\text{B.A.4.5})$$

Im Falle der parabolischen Überlebensfunktion (B.39) berechnet sich die mittlere Überlebensdauer zu:

$$m = \int_0^M \left[1 - \frac{t^2}{M^2}\right] dt = \left[t - \frac{t^3}{3M^2}\right] \Big|_0^M = M - \frac{M^3}{3M^2} = \frac{2}{3}M. \quad (\text{B.A.4.6})$$

B.A.5. BERECHNUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS BEI  
EXPONENTIELLEM INVESTITIONSWACHSTUMS

Setzt man

$$I(T) = I_0 e^{rT} \quad (\text{B.58})$$

in die Definition (B.57) ein, so erhält man für das Bruttoanlagevermögen:

$$K^{br}(T) = I_0 \int_{T-M}^T e^{rt} \cdot g(T-t) dt. \quad 1) \quad (\text{B.A.5.1})$$

Die Abgangsrate  $\delta$  (Gl. B.59) ergibt sich zu:

$$\delta = \frac{I_0 e^{rT} - \frac{dK^{br}(T)}{dT}}{K^{br}(T)}. \quad (\text{B.A.5.2})$$

Nachstehend sind einige Integrale angeführt, die im weiteren wiederholt verwendet werden:<sup>2)</sup>

$$\int e^{\lambda t} dt = \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} + C, \quad (\text{B.A.5.3})$$

$$\int t e^{\lambda t} dt = t \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} - \frac{e^{\lambda t}}{\lambda^2} + C, \quad (\text{B.A.5.4})$$

$$\int t^2 e^{\lambda t} dt = t^2 \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} - 2t \frac{e^{\lambda t}}{\lambda^2} + 2 \frac{e^{\lambda t}}{\lambda^3} + C, \quad (\text{B.A.5.5})$$

$$\int t^3 e^{\lambda t} dt = t^3 \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} - 3t^2 \frac{e^{\lambda t}}{\lambda^2} + 6t \frac{e^{\lambda t}}{\lambda^3} - 6 \frac{e^{\lambda t}}{\lambda^4} + C. \quad (\text{B.A.5.6})$$

Mit C wird die jeweilige Integrationskonstante bezeichnet.

---

1) In diesem und den nachfolgenden Anhängen wird für die Zeit das Symbol T verwendet. t dient als Integrationsvariable.

2) Die Berechnung erfolgte durch geeignete partielle Integration. Es gilt allgemein:

mit

$$\int u'(t) \cdot v(t) dt = u(t) \cdot v(t) - \int u(t) \cdot v'(t) dt$$
$$u'(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad \text{und} \quad v'(t) = \frac{dv(t)}{dt}.$$

B.A.5.1. QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die quasilogistische Überlebensfunktion ist gegeben durch

$$g(t) = \begin{cases} a - bt^3 & \dots 0 \leq t \leq M_1 \\ c - dt & \dots M_1 \leq t \leq M_2 \\ f \cdot \exp\{-\lambda(t - M_2)\} - g & \dots M_2 \leq t \leq M_3 \\ 0 & \dots M_3 \leq t \leq M \end{cases} \quad (\text{B.32})$$

Setzt man (B.32) in (B.A.5.1) ein, so bestimmt sich das Bruttoanlagevermögen zu

$$K^{br}(T) = K_1^{br}(T) + K_2^{br}(T) + K_3^{br}(T) \quad (\text{B.A.5.7})$$

mit

$$K_1^{br}(T) = \int_{T-M_1}^T [a - b(T-t)^3] e^{rt} dt = \int_{T-M_1}^T [a - bT^3 + 3bT^2t - 3bTt^2 + bt^3] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.5.8})$$

$$K_2^{br}(T) = \int_{T-M_2}^{T-M_1} [c - d(T-t)] e^{rt} dt = \int_{T-M_2}^{T-M_1} [c - dT + dt] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.5.9})$$

$$K_3^{br}(T) = \int_{T-M_3}^{T-M_2} [f \cdot \exp\{-\lambda(T-t-M_2)\} - g] e^{rt} dt. \quad (\text{B.A.5.10})$$

Wegen der Linearität des Integraloperators lassen sich die Ausdrücke (B.A.5.8) - (B.A.5.10) weiter aufspalten. Unter Verwendung von (B.A.5.3) - (B.A.5.6) erhält man:

$$\left. \begin{aligned} K_1^{br}(T) &= K_{11}^{br}(T) + K_{12}^{br}(T) + K_{13}^{br}(T) + K_{14}^{br}(T), \\ K_2^{br}(T) &= K_{21}^{br}(T) + K_{22}^{br}(T), \\ K_3^{br}(T) &= K_{31}^{br}(T) + K_{32}^{br}(T) \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.A.5.11})$$

mit

$$K_{11}^{br}(T) = I_0(a-bT^3) \int_{T-M_1}^T e^{rt} dt = I_0(a-bT^3) \left\{ \frac{e^{rt}}{r} \Big|_{T-M_1}^T \right\} = I_0(a-bT^3) \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM_1}],$$

$$K_{12}^{br}(T) = I_0 \cdot 3bT^2 \int_{T-M_1}^T t e^{rt} dt = I_0 \cdot 3bT^2 \left\{ \left[ t \frac{e^{rt}}{r} - \frac{e^{rt}}{r^2} \right] \Big|_{T-M_1}^T \right\} =$$

$$= I_0 \cdot 3bT^2 \left\{ T \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM_1}] - \frac{e^{rT}}{r^2} [1 - e^{-rM_1}] + M_1 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM_1} \right\},$$

$$K_{13}^{br}(T) = -I_0 \cdot 3bT \int_{T-M_1}^T t^2 e^{rt} dt = -I_0 \cdot 3bT \left\{ \left[ t^2 \frac{e^{rt}}{r} - 2t \frac{e^{rt}}{r^2} + 2 \frac{e^{rt}}{r^3} \right] \Big|_{T-M_1}^T \right\} =$$

$$= -I_0 \cdot 3bT \left\{ T^2 \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM_1}] - 2T \frac{e^{rT}}{r^2} [1 - e^{-rM_1}] + 2 \frac{e^{rT}}{r^3} [1 - e^{-rM_1}] + \right.$$

$$\left. + 2TM_1 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM_1} - M_1^2 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM_1} - 2M_1 \frac{e^{rT}}{r^2} e^{-rM_1} \right\},$$

$$K_{14}^{br}(T) = I_0 \cdot b \int_{T-M_1}^T t^3 e^{rt} dt = I_0 \cdot b \left\{ \left[ t^3 \frac{e^{rt}}{r} - 3t^2 \frac{e^{rt}}{r^2} + 6t \frac{e^{rt}}{r^3} - 6 \frac{e^{rt}}{r^4} \right] \Big|_{T-M_1}^T \right\} =$$

$$= I_0 \cdot b \left\{ T^3 \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM_1}] - 2T^2 \frac{e^{rT}}{r^2} [1 - e^{-rM_1}] + 6T \frac{e^{rT}}{r^3} [1 - e^{-rM_1}] - \right.$$

$$\left. - 6 \frac{e^{rT}}{r^4} [1 - e^{-rM_1}] + 3T^2 M_1 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM_1} - 3TM_1^2 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM_1} + M_1^3 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM_1} - \right.$$

$$\left. - 6TM_1 \frac{e^{rT}}{r^2} e^{-rM_1} + 3M_1^2 \frac{e^{rT}}{r^2} e^{-rM_1} + 6M_1 \frac{e^{rT}}{r^3} e^{-rM_1} \right\},$$

$$K_{21}^{br}(T) = I_0(c-dT) \int_{T-M_2}^{T-M_1} e^{rt} dt = I_0(c-dT) \left\{ \frac{e^{rt}}{r} \Big|_{T-M_2}^{T-M_1} \right\} = I_0(c-dT) \frac{e^{rT}}{r} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}],$$

$$K_{22}^{br}(T) = I_0 d \int_{T-M_2}^{T-M_1} t e^{rt} dt = I_0 d \cdot \left\{ \left[ t \frac{e^{rt}}{r} - \frac{e^{rt}}{r^2} \right] \Big|_{T-M_2}^{T-M_1} \right\} =$$

$$= I_0 d \cdot \left\{ T \frac{e^{rT}}{r} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] - \frac{e^{rT}}{r} [M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}] - \frac{e^{rT}}{r^2} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] \right\},$$

$$K_{31}^{br}(T) = I_0 f e^{-\lambda(T-M_2)} \int_{T-M_3}^{T-M_2} e^{(\lambda+r)t} dt = I_0 f e^{-\lambda(T-M_2)} \left\{ \frac{e^{(\lambda+r)t}}{\lambda+r} \Big|_{T-M_3}^{T-M_2} \right\} =$$

$$= I_0 f e^{\lambda M_2} \frac{e^{rT}}{\lambda+r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}],$$

$$K_{32}^{br}(T) = -I_0 g \int_{T-M_3}^{T-M_2} e^{rt} dt = -I_0 g \left\{ \frac{e^{rt}}{r} \Big|_{T-M_3}^{T-M_2} \right\} = -I_0 g \frac{e^{rT}}{r} [e^{-rM_2} - e^{-rM_3}] \cdot (\text{B.A.5.12})$$

Substitution von (B.A.5.12) in (B.A.5.11) ergibt:

$$K_1^{br}(T) = I_0 e^{rT} \left\{ \frac{a}{r} (1 - e^{-rM_1}) + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-rM_1}}{r} + 3M_1^2 \frac{e^{-rM_1}}{r^2} + 6M_1 \frac{e^{-rM_1}}{r^3} - \frac{6}{r^4} (1 - e^{-rM_1}) \right] \right\}, \quad (\text{B.A.5.13})$$

$$K_2^{br}(T) = I_0 e^{rT} \left\{ \frac{c}{r} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] - d \left[ \frac{1}{r} (M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}) + \frac{1}{r^2} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) \right] \right\}, \quad (\text{B.A.5.14})$$

$$K_3^{br}(T) = I_0 e^{rT} \left\{ \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}] - \frac{g}{r} [e^{-rM_2} - e^{-rM_3}] \right\}. \quad (\text{B.A.5.15})$$

Setzt man obige Beziehungen in Gleichung (B.A.5.7) ein, erhält man für das Bruttoanlagevermögen:

$$K^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_Q(r, M) \quad (1) \quad (\text{B.A.5.16})$$

mit

$$F_Q(r, M) = \left\{ \frac{a}{r} (1 - e^{-rM_1}) + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-rM_1}}{r} + 3M_1^2 \frac{e^{-rM_1}}{r^2} + 6M_1 \frac{e^{-rM_1}}{r^3} - \frac{6}{r^4} (1 - e^{-rM_1}) \right] + \right. \\ \left. + \frac{c}{r} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] - d \left[ \frac{1}{r} (M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}) + \frac{1}{r^2} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) \right] + \right. \\ \left. + \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}] - \frac{g}{r} [e^{-rM_2} - e^{-rM_3}] \right\}. \quad (\text{B.A.5.17})$$

Die Abgangsrate  $\delta$  ergibt sich gemäß Gleichung (B.A.5.2) zu

$$\delta = \frac{I_0 e^{rT} - r I_0 e^{rT} \cdot F_Q(r, M)}{I_0 e^{rT} \cdot F_Q(r, M)} = \frac{1}{F_Q(r, M)} - r. \quad (\text{B.A.5.18})$$

---

1) Nach Gleichung (B.32) gilt  $M_i = M_i(M)$

B.A.5.2 RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die rechteckige Überlebensfunktion ist definiert als

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \dots & 0 \leq t \leq M \\ 0 & \dots & t > M \end{cases} \quad (\text{B.35})$$

Substitution von (B.35) in (B.A.5.1) ergibt

$$K^{br}(T) = I_0 \int_{T-M}^T e^{rt} dt = \left[ I_0 \frac{e^{rt}}{r} \right]_{T-M}^T = I_0 e^{rT} \cdot \frac{1}{r} [1 - e^{-rM}]. \quad (\text{B.A.5.19})$$

Sei

$$F_R(r, M) = \frac{1}{r} [1 - e^{-rM}] \quad , \quad (\text{B.A.5.20})$$

dann bestimmt sich die Abgangsrate  $\delta$  (Glg.(B.A.5.2)) zu

$$\delta = \frac{I_0 e^{rT} - r I_0 e^{rT} \cdot F_R(r, M)}{I_0 e^{rT} \cdot F_R(r, M)} = \frac{1}{F_R(r, M)} - r \quad . \quad (\text{B.A.5.21})$$

B.A.5.3 LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle der linear abklingenden Überlebensfunktion

$$q(t) = 1 - \frac{t}{M} \quad \dots \quad 0 \leq t \leq M \quad (\text{B.37})$$

erhält man für das Bruttoanlagevermögen (Glg.(B.A.5.1)):

$$K^{br}(T) = I_0 \int_{T-M}^T \left[ 1 - \frac{T-t}{M} \right] e^{rt} dt = K_1^{br}(T) + K_2^{br}(T) \quad (\text{B.A.5.22})$$

mit

$$\left. \begin{aligned} K_1^{br}(T) &= I_0 \frac{M-T}{M} \cdot \int_{T-M}^T e^{rt} dt = I_0 \frac{M-T}{M} \left[ \frac{e^{rt}}{r} \right]_{T-M}^T = I_0 \frac{M-T}{M} \cdot \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM}] \quad , \\ K_2^{br}(T) &= \frac{I_0}{M} \int_{T-M}^T t e^{rt} dt = \frac{I_0}{M} \left\{ \left[ t \frac{e^{rt}}{r} - \frac{e^{rt}}{r^2} \right] \right\}_{T-M}^T = \\ &= \frac{I_0}{M} \left\{ T \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM}] + M \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM} - \frac{e^{rT}}{r^2} [1 - e^{-rM}] \right\} \end{aligned} \right\} (\text{B.A.5.23})$$

Substitution von (B.A.5.23) in (B.A.5.22) ergibt

$$K^{br}(\tau) = I_0 e^{r\tau} \cdot F_L(r, M) \quad (\text{B.A.5.24})$$

wobei

$$F_L(r, M) = \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{r^2} [1 - e^{-rM}] \right\} \quad (\text{B.A.5.25})$$

gilt. Für die Abgangsrate  $\delta$  erhält man unter Verwendung von (B.A.5.2):

$$\delta = \frac{I_0 e^{r\tau} - r I_0 e^{r\tau} \cdot F_L(r, M)}{I_0 e^{r\tau} \cdot F_L(r, M)} = \frac{1}{F_L(r, M)} - r. \quad (\text{B.A.5.26})$$

#### B.A.5.4 PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Verwendung der parabolischen Überlebensfunktion,

$$g(t) = 1 - \frac{t^2}{M^2} \quad \dots \quad 0 \leq t \leq M, \quad (\text{B.39})$$

führt zu (Glg.(B.A.5.1)):

$$K^{br}(\tau) = I_0 \int_{T-M}^T \left[ 1 - \frac{(\tau-t)^2}{M^2} \right] e^{rt} dt = I_0 \int_{T-M}^T \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} + \frac{2T}{M^2} t - \frac{t^2}{M^2} \right] e^{rt} dt. \quad (\text{B.A.5.27})$$

Durch Vertauschen von Integration und Summation erhält man:

$$K^{br}(\tau) = K_1^{br}(\tau) + K_2^{br}(\tau) + K_3^{br}(\tau) \quad (\text{B.A.5.28})$$

mit

$$\begin{aligned} K_1^{br}(\tau) &= I_0 \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} \right] \int_{T-M}^T e^{rt} dt = I_0 \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} \right] \left\{ \frac{e^{rt}}{r} \Big|_{T-M}^T \right\} = I_0 \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} \right] \frac{e^{r\tau}}{r} [1 - e^{-rM}], \\ K_2^{br}(\tau) &= I_0 \frac{2T}{M^2} \int_{T-M}^T t e^{rt} dt = I_0 \frac{2T}{M^2} \left\{ \left[ t \frac{e^{rt}}{r} - \frac{e^{rt}}{r^2} \right] \Big|_{T-M}^T \right\} = \\ &= I_0 \frac{2T}{M^2} \left\{ T \cdot \frac{e^{r\tau}}{r} [1 - e^{-rM}] - \frac{e^{r\tau}}{r^2} [1 - e^{-rM}] + M \frac{e^{r\tau}}{r} e^{-rM} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.A.5.29})$$

$$\begin{aligned}
 K_3^{br}(T) &= -\frac{I_0}{M^2} \int_{T-M}^T t^2 e^{rt} dt = -\frac{I_0}{M^2} \left\{ \left[ t^2 \frac{e^{rt}}{r} - 2t \frac{e^{rt}}{r^2} + 2 \frac{e^{rt}}{r^3} \right] \Big|_{T-M}^T \right\} = \\
 &= -\frac{I_0}{M^2} \left\{ T^2 \frac{e^{rT}}{r} [1 - e^{-rM}] - 2T \frac{e^{rT}}{r^2} [1 - e^{-rM}] + 2 \frac{e^{rT}}{r^3} [1 - e^{-rM}] + \right. \\
 &\quad \left. + 2TM \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM} - M^2 \frac{e^{rT}}{r} e^{-rM} - 2M \frac{e^{rT}}{r^2} e^{-rM} \right\}.
 \end{aligned}$$

Substituiert man (B.A.5.29) in (B.A.5.28), so erhält man für das Bruttoanlagevermögen:

$$K^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_p(r, M) \quad (\text{B.A.5.30})$$

wobei

$$F_p(r, M) = \frac{1}{r} \left\{ 1 + \frac{2}{M} \frac{e^{-rM}}{r} - \frac{2}{M^2} \cdot \frac{1}{r^2} [1 - e^{-rM}] \right\} \quad (\text{B.A.5.31})$$

gilt. Die Abgangsrate  $\delta$  ergibt sich zu (Glg.(B.A.5.2)):

$$\delta = \frac{I_0 e^{rT} - r I_0 e^{rT} \cdot F_p(r, M)}{I_0 e^{rT} \cdot F_p(r, M)} = \frac{1}{F_p(r, M)} - r. \quad (\text{B.A.5.32})$$

B.A.6. BERECHNUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS BEI VON EINER  
COSINUS-SCHWINGUNG ÜBERLAGERTEM EXPONENTIELLEN  
INVESTITIONSWACHSTUMS

Mit

$$I(T) = I_0 [1 + \hat{\alpha} \cos(\omega T)] e^{rT} = I_0 e^{rT} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} [e^{(r+j\omega)T} + e^{(r-j\omega)T}] \quad (\text{B.68})$$

ergibt sich unter Verwendung der Beziehung (B.57) das Bruttoanlagevermögen zu:

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) \quad (\text{B.A.6.1})$$

mit

$$K_I^{br}(T) = I_0 \int_{T-M}^T e^{rt} \cdot q(T-t) dt, \quad (\text{B.A.6.2})$$

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} \int_{T-M}^T [e^{zt} + e^{\bar{z}t}] q(t-M) dt \quad (\text{B.A.6.3})$$

wobei

$$z = r + j\omega, \quad \bar{z} = r - j\omega. \quad (\text{B.A.6.4})$$

$K_I^{br}(T)$  entspricht dem in Anhang B.A.5 berechneten Bruttoanlagevermögen bei exponentiellem Investitionswachstum:

$$K_I^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F(r, M). \quad (\text{B.A.6.5})$$

$F(r, M)$  ist je nach Überlebensfunktion durch Gleichung (B.A.5.17), (B.A.5.20), (B.A.5.25) oder (B.A.5.31) gegeben. Die Ergebnisse obiger Berechnung können auch zur Bestimmung des Integrals  $K_{II}^{br}(T)$  herangezogen werden, indem man  $r$  durch  $z$  bzw.  $\bar{z}$  und  $I_0$  durch  $\hat{\alpha} I_0 / 2$  ersetzt:

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} [e^{zT} \cdot F(z, M) + e^{\bar{z}T} \cdot F(\bar{z}, M)]. \quad (\text{B.A.6.6})$$

Nachstehend sind einige Beziehungen angeführt, die im weiteren wiederholt verwendet werden:

$$\left. \begin{aligned}
 z^2 &= r^2 - \omega^2 + j2r\omega \\
 \bar{z}^2 &= r^2 - \omega^2 - j2r\omega \\
 z\bar{z} &= \bar{z}z = r^2 + \omega^2 \\
 z^3 &= r^3 - 3r\omega^2 + j[3r^2\omega - \omega^3] \\
 \bar{z}^3 &= r^3 - 3r\omega^2 - j[3r^2\omega - \omega^3] \\
 z^4 &= r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4 + j[4r^3\omega - 4r\omega^3] \\
 \bar{z}^4 &= r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4 - j[4r^3\omega - 4r\omega^3]
 \end{aligned} \right\} \text{(B.A.6.7)}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \cos x &= \frac{1}{2} [e^{jx} + e^{-jx}] \\
 \sin x &= \frac{1}{2} [e^{jx} - e^{-jx}]
 \end{aligned} \right\} \text{(B.A.6.8)}$$

#### B.A.6.1 QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man der Kapitalstockberechnung die quasilogistische Überlebensfunktion (B.32) zugrunde, erhält man für  $K_I^{br}(T)$  gemäß (B.A.6.5) und (B.A.5.17):

$$K_I^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_Q(r, M) \quad \text{(B.A.6.5')}$$

mit

$$\begin{aligned}
 F_Q(r, M) &= \left\{ \frac{a}{r} [1 - e^{-rM_1}] + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-rM_1}}{r} + 3M_1^2 \frac{e^{-rM_1}}{r^2} + 6M_1 \frac{e^{-rM_1}}{r^3} + \frac{6}{r^4} [1 - e^{-rM_1}] \right] + \right. \\
 &\quad + \frac{c}{r} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] - d \left[ \frac{1}{r} [M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}] + \frac{1}{r^2} [e^{-rM_1} - e^{-rM_2}] \right] + \text{(B.A.5.17)} \\
 &\quad \left. + \frac{f}{\lambda+r} \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda+r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}] - \frac{g}{r} [e^{-rM_2} - e^{-rM_3}] \right\}.
 \end{aligned}$$

Das Integral  $K_{II}^{br}(T)$  ergibt sich unter Verwendung von (B.A.6.6) und (B.A.5.17) zu:

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{a} I_0}{2} \left\{ e^{zT} \cdot \left[ \frac{a}{z} [1 - e^{-zM_1}] + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-zM_1}}{z} + 3M_1^2 \frac{e^{-zM_1}}{z^2} + 6M_1 \frac{e^{-zM_1}}{z^3} + \frac{6}{z^4} [1 - e^{-zM_1}] \right] + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{c}{z} [e^{-zM_1} - e^{-zM_2}] - d \left[ \frac{1}{z} [M_1 e^{-zM_1} - M_2 e^{-zM_2}] + \frac{1}{z^2} [e^{-zM_1} - e^{-zM_2}] \right] + \\
 & + f \cdot \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + z} [e^{-(\lambda+z)M_2} - e^{-(\lambda+z)M_3}] - \frac{g}{z} [e^{-zM_2} - e^{-zM_3}] \Big\} + \\
 & + e^{\bar{z}T} \cdot \left\{ \frac{a}{\bar{z}} [1 - e^{-\bar{z}M_1}] + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-\bar{z}M_1}}{\bar{z}} + 3M_1^2 \frac{e^{-\bar{z}M_1}}{\bar{z}^2} + 6M_1 \frac{e^{-\bar{z}M_1}}{\bar{z}^3} + \frac{6}{\bar{z}^4} [1 - e^{-\bar{z}M_1}] \right] \right. \\
 & + \frac{c}{\bar{z}} [e^{-\bar{z}M_1} - e^{-\bar{z}M_2}] - d \left[ \frac{1}{\bar{z}} [M_1 e^{-\bar{z}M_1} - M_2 e^{-\bar{z}M_2}] + \frac{1}{\bar{z}^2} [e^{-\bar{z}M_1} - e^{-\bar{z}M_2}] \right] + \\
 & \left. + f \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + \bar{z}} [e^{-(\lambda+\bar{z})M_2} - e^{-(\lambda+\bar{z})M_3}] - \frac{g}{\bar{z}} [e^{-\bar{z}M_2} - e^{-\bar{z}M_3}] \right\}.
 \end{aligned} \tag{B.A.6.9}$$

Die Zusammenfassung aller konjugiert komplexer Summanden führt zu:

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{a}I_0}{2} \cdot \sum_{i=1}^{17} K_{II,i}^{br}(T) \tag{B.A.6.10}$$

mit

$$\begin{aligned}
 K_{II,1}^{br}(T) &= \frac{a}{z} e^{zT} + \frac{a}{\bar{z}} e^{\bar{z}T} = 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{a}{z} e^{zT} \right] = 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{a \bar{z}}{z \bar{z}} e^{zT} \right] = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{a}{r^2 + \omega^2} e^{rT} [(r - j\omega) \cdot e^{j\omega T}] \right\} = \\
 &= 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{a}{r^2 + \omega^2} e^{rT} [(r - j\omega) \cdot (\cos(\omega T) + j \sin(\omega T))] \right\} = \frac{2a}{r^2 + \omega^2} e^{rT} [r \cos(\omega T) + \omega \sin(\omega T)],
 \end{aligned}$$

$$K_{II,2}^{br}(T) = -\frac{a}{z} e^{z(T-M_1)} - \frac{a}{\bar{z}} e^{\bar{z}(T-M_1)} = -\frac{2a}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_1)} [r \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \sin(\omega(T-M_1))],$$

$$K_{II,3}^{br}(T) = bM_1^3 \frac{e^{z(T-M_1)}}{z} + bM_1^3 \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}} = \frac{2bM_1^3}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_1)} [r \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \sin(\omega(T-M_1))],$$

$$\begin{aligned}
 K_{II,4}^{br}(T) &= b3M_1^2 \frac{e^{z(T-M_1)}}{z^2} + b3M_1^2 \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}^2} = \frac{6bM_1^2}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{r(T-M_1)} [(r^2 - \omega^2) \cos(\omega(T-M_1)) + \\
 &+ 2\omega \sin(\omega(T-M_1))],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{II,5}^{br}(T) &= b6M_1 \frac{e^{z(T-M_1)}}{z^3} + b6M_1 \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}^3} = \\
 &= \frac{12bM_1}{(r^2 + \omega^2)^3} e^{r(T-M_1)} [(r^3 - 3r\omega^2) \cos(\omega(T-M_1)) + (3r^2\omega - \omega^3) \sin(\omega(T-M_1))],
 \end{aligned}$$

$$K_{II,6}^{br}(T) = b \cdot 6 \frac{e^{zT}}{z^4} + b \cdot 6 \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}^4} = \frac{12b}{(r^2 + \omega^2)^4} e^{rT} [(r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4) \cdot \omega \cos(\omega T) + (4r^3\omega - 4r\omega^3) \cdot \sin(\omega T)],$$

$$K_{II,7}^{br}(T) = b \cdot 6 \frac{e^{z(T-M_1)}}{z^4} + b \cdot 6 \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}^4} = \frac{12b}{(r^2 + \omega^2)^4} e^{r(T-M_1)} [(r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + (4r^3\omega - 4r\omega^3) \cdot \sin(\omega(T-M_1))],$$

$$K_{II,8}^{br}(T) = c \frac{e^{z(T-M_1)}}{z} + c \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}} = \frac{zc}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_1)} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_1))],$$

$$K_{II,9}^{br}(T) = -c \frac{e^{z(T-M_2)}}{z} - c \frac{e^{\bar{z}(T-M_2)}}{\bar{z}} = -\frac{zc}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_2)} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_2))],$$

$$K_{II,10}^{br}(T) = -dM_1 \frac{e^{z(T-M_1)}}{z} - dM_1 \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}} = -\frac{zdM_1}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_1)} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_1))],$$

$$K_{II,11}^{br}(T) = dM_2 \frac{e^{z(T-M_2)}}{z} + dM_2 \frac{e^{\bar{z}(T-M_2)}}{\bar{z}} = \frac{zdM_2}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_2)} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_2))],$$

$$K_{II,12}^{br}(T) = -d \frac{e^{z(T-M_1)}}{z^2} - d \frac{e^{\bar{z}(T-M_1)}}{\bar{z}^2} = \frac{-2d}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{r(T-M_1)} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M_1))],$$

$$K_{II,13}^{br}(T) = d \frac{e^{z(T-M_2)}}{z^2} + d \frac{e^{\bar{z}(T-M_2)}}{\bar{z}^2} = \frac{2d}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{r(T-M_2)} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M_2))],$$

$$K_{II,14}^{br}(T) = \int \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + z} e^{zT} \cdot e^{-(\lambda+z)M_2} + \int \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + \bar{z}} e^{\bar{z}T} \cdot e^{-(\lambda+\bar{z})M_2} = \frac{2 \int e^{r(T-M_2)}}{(\lambda+r)^2 + \omega^2} [(\lambda+r) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_2))],$$

$$K_{II,15}^{br}(T) = -\int \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + z} e^{zT} \cdot e^{-(\lambda+z)M_3} - \int \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + \bar{z}} e^{\bar{z}T} \cdot e^{-(\lambda+\bar{z})M_3} = -2 \int \frac{e^{-\lambda(M_3-M_2)}}{(\lambda+r)^2 + \omega^2} e^{r(T-M_3)} [(r+\lambda) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_3)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_3))],$$

$$K_{II,16}^{br}(T) = -g \frac{e^{z(T-M_2)}}{z} - g \frac{e^{\bar{z}(T-M_2)}}{\bar{z}} = -\frac{2g}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_2)} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_2))],$$

$$K_{II,17}^{br}(T) = g \frac{e^{z(T-M_3)}}{z} + g \frac{e^{\bar{z}(T-M_3)}}{\bar{z}} = \frac{2g}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M_3)} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_3)) + \omega \cdot \sin(\omega(T-M_3))]. \quad (\text{B.A.6.11})$$

Substitution von (B.A.6.11) in (B.A.6.10) ergibt:

$$K_{II}^{br}(T) = \delta I_0 e^{rT} \cdot G_Q(r, M, T) \quad (\text{B.A.6.12})$$

mit

$$\begin{aligned}
 G_Q(r, M, T) = & \frac{a}{r^2 + \omega^2} \left\{ r \cdot \omega \cos(\omega T) + \omega \sin(\omega T) - e^{-rM_1} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \sin(\omega(T-M_1))] \right\} + \\
 & + b \left\{ \frac{M_1^3}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_1} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \sin(\omega(T-M_1))] + \right. \\
 & + \frac{3M_1^2}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM_1} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M_1))] + \\
 & + \frac{6M_1}{(r^2 + \omega^2)^3} e^{-rM_1} [(r^3 - 3r\omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + (3r^2\omega - \omega^3) \cdot \sin(\omega(T-M_1))] - \\
 & - \frac{6}{(r^2 + \omega^2)^4} [(r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4) \cdot \omega \cos(\omega T) + (4r^3\omega - 4r\omega^3) \cdot \sin(\omega T)] + \\
 & \left. + \frac{6}{(r^2 + \omega^2)^4} e^{-rM_1} [(r^4 - 6r^2\omega^2 + \omega^4) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + (4r^3\omega - 4r\omega^3) \cdot \sin(\omega(T-M_1))] \right\} + \\
 & + c \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_1} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \sin(\omega(T-M_1))] - \right. \\
 & - \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \sin(\omega(T-M_2))] \left. \right\} - \\
 & - d \left\{ \frac{M_1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_1} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + \omega \sin(\omega(T-M_1))] - \right. \\
 & - \frac{M_2}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \sin(\omega(T-M_2))] + \\
 & + \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM_1} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_1)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M_1))] - \\
 & - \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM_2} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M_2))] \left. \right\} + \\
 & + f \left\{ \frac{1}{(\lambda+r)^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [(r+\lambda) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \sin(\omega(T-M_2))] - \right. \\
 & - \frac{1}{(\lambda+r)^2 + \omega^2} e^{-rM_3} \cdot e^{-\lambda(M_3-M_2)} [(r+\lambda) \cdot \omega \cos(\omega(T-M_3)) + \omega \sin(\omega(T-M_3))] \left. \right\} - \\
 & - g \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_2} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_2)) + \omega \sin(\omega(T-M_2))] - \right. \\
 & - \frac{1}{r^2 + \omega^2} e^{-rM_3} [r \cdot \omega \cos(\omega(T-M_3)) + \omega \sin(\omega(T-M_3))] \left. \right\}. \quad (\text{B.A.6.13})
 \end{aligned}$$

Damit erhält man für das Bruttoanlagevermögen (Gl.(B.A.6.1)):

$$\begin{aligned}
 K^{br}(T) &= K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) = \\
 &= I_0 e^{rT} [F_Q(r, M) + a G_Q(r, M, T)]. \quad (\text{B.A.6.14})
 \end{aligned}$$

B.A.6.2 RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle der rechteckigen Überlebensfunktion (B.35) erhält man für  $K_I^{br}(T)$  gemäß (B.A.6.5) und (B.A.5.20):

$$K_I^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_R(r, M) \quad (\text{B.A.6.5"})$$

mit

$$F_R(r, M) = \frac{1}{r} [1 - e^{-rM}]. \quad (\text{B.A.5.20})$$

Das Integral  $K_{II}^{br}(T)$  ergibt sich unter Verwendung von (B.A.6.6) und (B.A.5.20) zu:

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} \left\{ \frac{e^{zT}}{z} [1 - e^{-zM}] + \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}} [1 - e^{-\bar{z}M}] \right\}. \quad (\text{B.A.6.15})$$

Faßt man die konjugiert komplexen Summanden zusammen, so erhält man

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} [K_{II,1}^{br}(T) + K_{II,2}^{br}(T)] \quad (\text{B.A.6.16})$$

mit

$$K_{II,1}^{br}(T) = \frac{e^{zT}}{z} + \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}} = \frac{2}{r^2 + \omega^2} e^{rT} [r \cos(\omega T) + \omega \sin(\omega T)],$$

$$K_{II,2}^{br}(T) = \frac{e^{z(T-M)}}{z} + \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}} = \frac{2}{r^2 + \omega^2} e^{r(T-M)} [r \cos(\omega(T-M)) + \omega \sin(\omega(T-M))] \quad (\text{B.A.6.17})$$

Substitution von (B.A.6.17) in (B.A.6.16) führt zu

$$K_{II}^{br}(T) = \hat{\alpha} I_0 e^{rT} \cdot G_R(r, M, T) \quad (\text{B.A.6.18})$$

mit

$$G_R(r, M, T) = \frac{1}{r^2 + \omega^2} \left\{ r \cos(\omega T) + \omega \sin(\omega T) - e^{-rM} [r \cos(\omega(T-M)) + \omega \sin(\omega(T-M))] \right\} \quad (\text{B.A.6.19})$$

Somit erhält man für das Bruttoanlagevermögen (Gl.(B.A.6.1)):

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) = I_0 e^{rT} [F_R(r, M) + \hat{\alpha} G_R(r, M, T)]. \quad (\text{B.A.6.20})$$

B.A.6.3 LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Basiert die Kapitalstockrechnung auf der linear abklingenden Überlebensfunktion (B.37), so bestimmt sich  $K_I^{br}(T)$  gemäß (B.A.6.5) und (B.A.5.25) zu:

$$K_I^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_L(r, M) \quad (\text{B.A.6.5''})$$

mit

$$F_L(r, M) = \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{r^2} + \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{r^2} e^{-rM} \right]. \quad (\text{B.A.5.25})$$

Das Integral  $K_{II}^{br}(T)$  ergibt sich unter Verwendung von (B.A.6.6) und (B.A.5.25) zu:

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} \left\{ \frac{e^{zT}}{z} - \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{zT}}{z^2} + \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{z(T-M)}}{z^2} + \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}} - \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}^2} + \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}^2} \right\}. \quad (\text{B.A.6.21})$$

Das ist weiter gleich

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} [ K_{II,1}^{br}(T) + K_{II,2}^{br}(T) + K_{II,3}^{br}(T) ] \quad (\text{B.A.6.22})$$

mit

$$K_{II,1}^{br}(T) = \frac{e^{zT}}{z} + \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}} = \frac{2e^{rT}}{r^2 + \omega^2} [ r \cdot \omega \cos(\omega T) + \omega \cdot \sin(\omega T) ],$$

$$K_{II,2}^{br}(T) = -\frac{1}{M} \frac{e^{zT}}{z^2} - \frac{1}{M} \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}^2} = -\frac{2}{M} \frac{e^{rT}}{(r^2 + \omega^2)^2} [ (r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega T) + 2r\omega \cdot \sin(\omega T) ], \quad (\text{B.A.6.23})$$

$$K_{II,3}^{br}(T) = \frac{1}{M} \frac{e^{z(T-M)}}{z^2} + \frac{1}{M} \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}^2} = \frac{2}{M} \frac{e^{r(T-M)}}{(r^2 + \omega^2)^2} [ (r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M)) ].$$

Substitution von (B.A.6.23) in (B.A.6.22) führt zu

$$K_{II}^{br}(T) = \hat{\alpha} I_0 e^{rT} \cdot G_L(r, M, T) \quad (\text{B.A.6.24})$$

mit

$$G_L(r, M, T) = \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} [r \cos(\omega T) + \omega \sin(\omega T)] - \right. \\ \left. - \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} [(r^2 - \omega^2) \cos(\omega T) + 2r\omega \sin(\omega T)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{-rM}}{(r^2 + \omega^2)^2} [(r^2 - \omega^2) \cos(\omega(T-M)) + 2r\omega \sin(\omega(T-M))] \right\}. \quad (\text{B.A.6.25})$$

Für das Bruttoanlagevermögen erhält man (Gl.(B.A.6.1)):

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) = I_0 e^{rT} \{ F_L(r, M) + \hat{\alpha} \cdot G_L(r, M, T) \}. \quad (\text{B.A.6.26})$$

#### B.A.6.4 PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle der parabolischen Überlebensfunktion (B.39) erhält man für  $K_I^{br}(T)$  gemäß (B.A.6.5) und (B.A.5.31):

$$K_I^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_p(r, M) \quad (\text{B.A.6.5''''})$$

mit

$$F_p(r, M) = \left\{ \frac{1}{r} + \frac{2}{M} \cdot \frac{e^{-rM}}{r^2} - \frac{2}{M^2} \cdot \frac{1}{r^3} [1 - e^{-rM}] \right\}. \quad (\text{B.A.5.31})$$

Das Integral  $K_{II}^{br}(T)$  bestimmt sich unter Verwendung von (B.A.6.6) und (B.A.5.31) zu:

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} \left\{ \frac{e^{zT}}{z} + \frac{2}{M} \frac{e^{z(T-M)}}{z^2} - \frac{2}{M^2} \frac{e^{zT}}{z^3} + \frac{2}{M^2} \frac{e^{z(T-M)}}{z^3} + \right. \\ \left. + \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}} + \frac{2}{M} \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}^2} - \frac{2}{M^2} \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}^3} + \frac{2}{M^2} \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}^3} \right\}. \quad (\text{B.A.6.27})$$

Summation der konjugiert komplexen Summanden führt zu

$$K_{II}^{br}(T) = \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} [K_{II,1}^{br}(T) + K_{II,2}^{br}(T) + K_{II,3}^{br}(T) + K_{II,4}^{br}(T)] \quad (\text{B.A.6.28})$$

mit

$$K_{II,1}^{br}(T) = \frac{e^{zT}}{z} + \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}} = \frac{2e^{rT}}{r^2 + \omega^2} [r \cos(\omega T) + \omega \sin(\omega T)],$$

$$K_{II,2}^{br}(T) = \frac{2}{M} \frac{e^{z(T-M)}}{z^2} + \frac{2}{M} \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}^2} = \frac{4}{M} \frac{e^{r(T-M)}}{(r^2 + \omega^2)^2} \left\{ [r^2 - \omega^2] \cdot \omega \cos(\omega(T-M)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M)) \right\},$$

$$K_{II,3}^{br}(T) = -\frac{2}{M^2} \frac{e^{zT}}{z^3} - \frac{2}{M^2} \frac{e^{\bar{z}T}}{\bar{z}^3} = -\frac{4}{M^2} \frac{e^{rT}}{(r^2 + \omega^2)^3} \left\{ [r^3 - 3r\omega^2] \cdot \omega \cos(\omega T) + [3r^2\omega - \omega^3] \sin(\omega T) \right\}, \quad (\text{B.A.6.29})$$

$$K_{II,4}^{br}(T) = \frac{2}{M^2} \frac{e^{z(T-M)}}{z^3} + \frac{2}{M^2} \frac{e^{\bar{z}(T-M)}}{\bar{z}^3} = \frac{4}{M^2} \frac{e^{r(T-M)}}{(r^2 + \omega^2)^3} \left\{ [r^3 - 3r\omega^2] \cdot \omega \cos(\omega(T-M)) + [3r^2\omega - \omega^3] \cdot \sin(\omega(T-M)) \right\}.$$

Substituiert man (B.A.6.29) in (B.A.6.28), so erhält man

$$K_{II}^{br}(T) = \hat{a} I_0 e^{rT} \cdot G_p(r, M, T) \quad (\text{B.A.6.30})$$

mit

$$G_p(r, M, T) = \left\{ \frac{1}{r^2 + \omega^2} [r \cdot \omega \cos(\omega T) + \omega \cdot \sin(\omega T)] + \frac{2}{M} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^2} e^{-rM} [(r^2 - \omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M)) + 2r\omega \cdot \sin(\omega(T-M))] - \frac{2}{M^2} \cdot \frac{1}{(r^2 + \omega^2)^3} [(r^3 - 3r\omega^2) \cdot \omega \cos(\omega T) + (3r^2\omega - \omega^3) \cdot \sin(\omega T)] + \frac{2}{M^2} \cdot \frac{e^{-rM}}{(r^2 + \omega^2)^3} [(r^3 - 3r\omega^2) \cdot \omega \cos(\omega(T-M)) + (3r^2\omega - \omega^3) \cdot \sin(\omega(T-M))] \right\}. \quad (\text{B.A.6.31})$$

Das Bruttoanlagevermögen (B.A.6.1) ergibt sich somit zu (Gl.(B.A.6.1)):

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot [F_p(r, M) + \hat{a} \cdot G_p(r, M, T)]. \quad (\text{B.A.6.32})$$

B.A.7. BERECHNUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS BEI ZWEIGETEILTEM  
EXPONENTIELLEM INVESTITIONSWACHSTUM

Nach Gleichung (B.57) ist das Bruttoanlagevermögen zum Zeitpunkt T definiert als

$$K^{br}(T) = \int_{T-M}^T I(t) \cdot q(T-t) dt . \quad (B.57)$$

Mit

$$I(T) = \begin{cases} I_0 \cdot e^{(r-r_1)T_1} \cdot e^{r_1 T} = I_1 e^{r_1 T} & \dots T \leq T_1 \\ I_0 \cdot e^{rT} & \dots T \geq T_1 \end{cases} \quad (B.50)$$

erhält man

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) \quad (B.A.7.1)$$

wobei

$$K_I^{br}(T) = I_0 \int_{T_1}^T e^{rt} \cdot q(T-t) dt \quad (B.A.7.1.1)$$

und

$$K_{II}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M}^{T_1} e^{r_1 t} \cdot q(T-t) dt \quad (B.A.7.1.2)$$

gilt. Bei der Bestimmung der Integrale  $K_I^{br}(T)$  und  $K_{II}^{br}(T)$  kann auf die im Anhang B.A.5 durchgeführten Berechnungen zur Ermittlung des Bruttoanlagevermögens bei exponentiellem Investitions- wachstum zurückgegriffen werden. Die Integrationsgrenzen sind entsprechend zu ändern.

B.A.7.1 QUASILOGISTISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die quasilogistische Überlebensfunktion ist gegeben durch

$$g(t) = \begin{cases} a - bt^3 & \dots 0 \leq t \leq M_1 \\ c - dt & \dots M_1 \leq t \leq M_2 \\ f \cdot \exp[-\lambda(t - M_2)] - g & \dots M_2 \leq t \leq M_3 \\ 0 & \dots M_3 \leq t \leq M \end{cases} \quad (\text{B.32})$$

Setzt man (B.32) in (B.57) ein, so bestimmt sich das Bruttoanlagevermögen zu

$$K^{br}(T) = K_1^{br}(T) + K_2^{br}(T) + K_3^{br}(T) \quad (\text{B.A.7.2})$$

mit

$$K_1^{br}(T) = \int_{T-M_1}^T I(t) \cdot [a - b(T-t)^3] dt = \int_{T-M_1}^T I(t) [a - bT^3 + 3bT^2t - 3bTt^2 + bt^3] dt, \quad (\text{B.A.7.2.1})$$

$$K_2^{br}(T) = \int_{T-M_2}^{T-M_1} I(t) \cdot [c - d(T-t)] dt = \int_{T-M_2}^{T-M_1} I(t) [c - dT + dt] dt, \quad (\text{B.A.7.2.2})$$

$$K_3^{br}(T) = \int_{T-M_3}^{T-M_2} I(t) \cdot [f \cdot \exp(-\lambda(T-t-M_2)) - g] dt. \quad (\text{B.A.7.2.3})$$

Substituiert man (B.50) in die letzten drei Gleichungen und spaltet das Bruttoanlagevermögen gemäß (B.A.7.1) auf, lassen sich folgende 3 Situationen zu unterscheiden:

$$\begin{aligned} \text{(I):} & \quad T \leq T_1 < T - M_1 \\ \text{(II):} & \quad T - M_1 \leq T_1 < T - M_2 \\ \text{(III):} & \quad T - M_2 \leq T_1 \leq T - M_3 \end{aligned} \quad (\text{B.A.7.3})$$

Aus den Gleichungen (B.A.7.1) und (B.A.7.2) folgt<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Der zweite römische Index dient der Fallunterscheidung.

Fall I:

$$K_I^{br}(T) = K_{1,I}^{br(1)}, \quad (\text{B.A.7.4})$$

$$K_{II}^{br}(T) = K_{1,I}^{br(2)} + K_{2,I}^{br} + K_{3,I}^{br} \quad (\text{B.A.7.5})$$

mit

$$K_{1,I}^{br(1)}(T) = I_0 \int_{T_1}^T [\alpha - bT^3 + 3bT^2t - 3bTt + bt^3] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.7.4.1})$$

$$K_{1,I}^{br(2)}(T) = I_1 \int_{T-M_1}^{T_1} [\alpha - bT^3 + 3bT^2t - 3bTt + bt^3] e^{r_1t} dt, \quad (\text{B.A.7.5.1})$$

$$K_{2,I}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M_2}^{T-M_1} [c - dT + dt] e^{r_1t} dt, \quad (\text{B.A.7.5.2})$$

$$K_{3,I}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M_3}^{T-M_2} [\frac{1}{\lambda} \exp[-\lambda(T-t-M_2)] - g] e^{r_1t} dt; \quad (\text{B.A.7.5.3})$$

Fall II:

$$K_I^{br}(T) = K_{1,II}^{br} + K_{2,II}^{br(1)}, \quad (\text{B.A.7.6})$$

$$K_{II}^{br}(T) = K_{2,II}^{br(2)} + K_{3,II}^{br} \quad (\text{B.A.7.7})$$

mit

$$K_{1,II}^{br}(T) = I_0 \int_{T-M_1}^T [\alpha - bT^3 + 3bT^2t - 3bTt^2 + bt^3] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.7.6.1})$$

$$K_{2,II}^{br(1)}(T) = I_0 \int_{T_1}^{T-M_1} [c - dT + dt] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.7.6.2})$$

$$K_{2,II}^{br(2)}(T) = I_1 \int_{T_1}^{T-M_2} [c - dT + dt] e^{r_1t} dt, \quad (\text{B.A.7.7.1})$$

$$K_{3,II}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M_3}^{T-M_2} [\frac{1}{\lambda} \exp[-\lambda(T-t-M_2)] - g] e^{r_1t} dt; \quad (\text{B.A.7.7.2})$$

Fall III:

$$K_I^{br}(T) = K_{1,III}^{br} + K_{2,III}^{br} + K_{3,III}^{br(1)}, \quad (\text{B.A.7.8})$$

$$K_{II}^{br}(T) = K_{3,III}^{br(2)} \quad (\text{B.A.7.9})$$

mit

$$K_{1,III}^{br}(T) = I_0 \int_{T-M_1}^T [a - bT^3 + 3bT^2t - 3bTt^2 + bt^3] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.7.8.1})$$

$$K_{2,III}^{br}(T) = I_0 \int_{T-M_2}^{T-M_1} [c - dT + dt] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.7.8.2})$$

$$K_{3,III}^{br(1)}(T) = I_0 \int_{T_1}^{T-M_2} [\lambda \exp[-\lambda(T-t-M_2)] - g] e^{rt} dt, \quad (\text{B.A.7.8.3})$$

$$K_{3,III}^{br(2)}(T) = I_1 \int_{T-M_3}^{T_1} [\lambda \exp[-\lambda(T-t-M_2)] - g] e^{rt} dt. \quad (\text{B.A.7.9.1})$$

Das Bruttoanlagevermögen  $K^{br}(T)$  bestimmt sich somit unter Verwendung der Beziehungen (B.A.7.4) - (B.A.7.9) und Gleichung (B.A.7.1) zu:

$$K^{br}(T) = \begin{cases} K_{1,I}^{br(1)} + K_{1,I}^{br(2)} + K_{2,I}^{br} + K_{3,I}^{br} \dots & T \leq T_1 < T - M_1 \\ K_{1,II}^{br} + K_{2,II}^{br(1)} + K_{2,II}^{br(2)} + K_{3,II}^{br} \dots & T - M_1 \leq T_1 < T - M_2 \\ K_{1,III}^{br} + K_{2,III}^{br} + K_{3,III}^{br(1)} + K_{3,III}^{br(2)} \dots & T - M_2 \leq T_1 \leq T - M_3. \end{cases} \quad (\text{B.A.7.10})$$

Es erweist sich als nützlich, folgende Definitionen einzuführen:

$$F_1(r, M) = \left\{ \frac{a}{r} (1 - e^{-rM_1}) + b \left[ M_1^3 \frac{e^{-rM_1}}{r} + 3M_1^2 \frac{e^{-rM_1}}{r^2} + 6M_1 \frac{e^{-rM_1}}{r^3} - \frac{6}{r^4} (1 - e^{-rM_1}) \right] \right\},$$

$$F_2(r, M) = \left\{ \frac{c}{r} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) - d \left[ \frac{1}{r} (M_1 e^{-rM_1} - M_2 e^{-rM_2}) + \frac{1}{r^2} (e^{-rM_1} - e^{-rM_2}) \right] \right\},$$

$$F_3(r, M) = \left\{ \lambda \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + r} [e^{-(\lambda+r)M_2} - e^{-(\lambda+r)M_3}] - \frac{g}{r} [e^{-rM_2} - e^{-rM_3}] \right\},$$

$$H_{II}(r, T_1, T_2) = \frac{e^{rT_1}}{r} [1 - e^{-r(T_1 - T_2)}],$$

$$H_{12}(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{(T_1-T_2)}{r} e^{-r(T_1-T_2)} \right\},$$

$$H_{13}(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1^2}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{2T_1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{2}{r^3} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + 2T_1(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - (T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - 2(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} \right\},$$

$$H_{14}(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1^3}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{3T_1^2}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{6T_1}{r^3} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{6}{r^4} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + 3T_1^2(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - 3T_1(T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} + (T_1-T_2)^3 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - 6T_1(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} + 3(T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} + 6(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^3} \right\},$$

$$H_{21}(r, T_1, T_2, T_3) = \frac{e^{rT_1}}{r} \left\{ e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)} \right\},$$

$$H_{22}(r, T_1, T_2, T_3) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1}{r} [e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)}] - \frac{1}{r} [(T_1-T_2)e^{-r(T_1-T_2)} - (T_1-T_3)e^{-r(T_1-T_3)}] - \frac{1}{r^2} [e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)}] \right\},$$

$$H_{31}(r, T_1, T_2, T_3) = e^{rT_1} \frac{e^{\lambda M_2}}{\lambda + r} [e^{-(\lambda+r)(T_1-T_2)} - e^{-(\lambda+r)(T_1-T_3)}],$$

$$H_{32}(r, T_1, T_2, T_3) = \frac{e^{rT_1}}{r} \left\{ e^{-r(T_1-T_2)} - e^{-r(T_1-T_3)} \right\}. \quad (\text{B.A.7.11})$$

Für die Bestimmung der Integrale  $K_{i,I}^{br}$ ,  $K_{i,II}^{br}$ ,  $K_{i,III}^{br}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) - Gleichung (B.A.7.4) bis (B.A.7.9) - werden die im Anhang B.A.5 durchgeführten Integralberechnungen - Glg. (B.A.5.12) - (B.A.5.15) - herangezogen. Die Integrationsgrenzen werden entsprechend geändert. Unter Verwendung der Ausdrücke (B.A.7.11) erhält man:

$$K_{1,I}^{br(1)}(T) = K_{11,I}^{br(1)}(T) + K_{12,I}^{br(1)}(T) + K_{13,I}^{br(1)}(T) + K_{14,I}^{br(1)}(T)$$

mit

$$K_{11,I}^{br(1)}(T) = \int_0^T (a - bT^3) \cdot H_{11}(r, T_1, T_1) dt,$$

$$K_{12,I}^{br(1)}(T) = \int_0^T 3bT^2 \cdot H_{12}(r, T_1, T_1) dt,$$

$$K_{13,I}^{br(1)}(T) = -\int_0^T 3bT \cdot H_{13}(r, T_1, T_1) dt,$$

$$K_{14,I}^{br(1)}(T) = \int_0^T b \cdot H_{14}(r, T_1, T_1) dt;$$

$$K_{1,I}^{br(2)}(T) = K_{11,I}^{br(2)}(T) + K_{12,I}^{br(2)}(T) + K_{13,I}^{br(2)}(T) + K_{14,I}^{br(2)}(T)$$

mit

$$K_{11,I}^{br(2)}(T) = I_1(\alpha - bT^3) \cdot H_{11}(r_1, T_1, T - M_1),$$

$$K_{12,I}^{br(2)}(T) = I_1 \cdot 3bT^2 \cdot H_{12}(r_1, T_1, T - M_1),$$

$$K_{13,I}^{br(2)}(T) = -I_1 \cdot 3bT \cdot H_{13}(r_1, T_1, T - M_1),$$

$$K_{14,I}^{br(2)}(T) = I_1 \cdot b \cdot H_{14}(r_1, T_1, T - M_1);$$

$$K_{2,I}^{br}(T) = I_1 e^{r_1 T} \cdot F_2(r_1, M);$$

$$K_{3,I}^{br}(T) = I_1 e^{r_1 T} \cdot F_3(r_1, M);$$

$$K_{1,II}^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_1(r, M);$$

$$K_{2,II}^{br(1)}(T) = K_{21,II}^{br(1)}(T) + K_{22,II}^{br(1)}(T)$$

mit

$$K_{21,II}^{br(1)}(T) = I_0(c - dT) \cdot H_{21}(r, T, T - M_1, T_1),$$

$$K_{22,II}^{br(1)}(T) = I_0 \cdot d \cdot H_{22}(r, T, T - M_1, T_1);$$

$$K_{2,II}^{br(2)}(T) = K_{21,II}^{br(2)}(T) + K_{22,II}^{br(2)}(T)$$

mit

$$K_{21,II}^{br(2)}(T) = I_1(c - dT) \cdot H_{21}(r_1, T, T_1, T - M_2),$$

$$K_{22,II}^{br(2)}(T) = I_1 \cdot d \cdot H_{22}(r_1, T, T_1, T - M_2);$$

$$K_{3,II}^{br}(T) = I_1 e^{r_1 T} \cdot F_3(r_1, M);$$

$$K_{1,III}^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_1(r, M);$$

$$K_{2,III}^{br}(T) = I_0 e^{rT} \cdot F_2(r, M);$$

$$K_{3,III}^{br(1)}(T) = K_{31,III}^{br(1)}(T) + K_{32,III}^{br(1)}(T)$$

mit

$$K_{31,III}^{br(1)}(T) = I_0 \cdot f \cdot H_{31}(r, T, T - M_2, T_1),$$

$$K_{32,III}^{br(1)}(T) = -I_0 \cdot g \cdot H_{32}(r, T, T - M_2, T_1);$$

$$K_{3,III}^{br(2)}(T) = K_{31,III}^{br(2)}(T) + K_{32,III}^{br(2)}(T)$$

mit

$$K_{31,III}^{br(2)}(T) = I_1 \cdot f \cdot H_{31}(r_1, T, T_1, T - M_3),$$

$$K_{32,III}^{br(2)}(T) = -I_1 \cdot g \cdot H_{32}(r_1, T, T_1, T - M_3).$$

### B.A.7.2 RECHTECKIGE ÜBERLEBENSFUNKTION

Im Falle der rechteckigen Überlebensfunktion (B.35) errechnet sich das Bruttoanlagevermögen gemäß Glg.(B.A.7.1) zu

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) \quad (\text{B.A.7.1})$$

mit

$$K_I^{br}(T) = I_0 \int_{T_1}^T e^{rt} dt \quad (\text{B.A.7.13})$$

und

$$K_{II}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M}^{T_1} e^{r_1 t} dt. \quad (\text{B.A.7.14})$$

Unter Verwendung von (B.A.5.19) erhält man:

$$K_I^{br}(T) = I_0 \cdot M_R(r, T, T_1), \quad (\text{B.A.7.15})$$

$$K_{II}^{br}(T) = I_1 \cdot M_R(r_1, T_1, T-M) \quad (\text{B.A.7.16})$$

mit

$$M_R(r, T_1, T_2) = \frac{e^{rT_1}}{r} [1 - e^{-r(T_1 - T_2)}]. \quad (\text{B.A.7.17})$$

### B.A.7.3 LINEAR ABKLINGENDE ÜBERLEBENSFUNKTION

Legt man der Berechnung des Bruttoanlagevermögens eine linear abklingende Überlebensfunktion (Glg.(B.37)) zugrunde, erhält man gemäß Glg. (B.A.7.1):

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) \quad (\text{B.A.7.1})$$

mit

$$K_I^{br}(T) = I_0 \int_{T_1}^T \left[ \frac{M-T}{M} + \frac{t}{M} \right] e^{rt} dt \quad (\text{B.A.7.18})$$

und

$$K_{II}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M}^{T_1} \left[ \frac{M-T}{M} + \frac{t}{M} \right] e^{r_1 t} dt. \quad (\text{B.A.7.19})$$

Unter Verwendung von (B.A.5.22) und (B.A.5.23) erhält man

$$K_I^{br}(T) = K_{1,I}^{br}(T) + K_{2,I}^{br}(T)$$

mit

$$K_{1,I}^{br}(T) = I_0 \frac{M-T}{M} \cdot M_{1,L}(r, T, T_1)$$

und

$$K_{2,I}^{br}(T) = \frac{I_0}{M} \cdot M_{2,L}(r, T, T_1)$$

(B.A.7.20)

sowie

$$K_{II}^{br}(T) = K_{1,II}^{br}(T) + K_{2,II}^{br}(T)$$

mit

$$K_{1,II}^{br}(T) = I_1 \frac{M-T}{M} \cdot M_{1,L}(r_1, T_1, T-M)$$

und

$$K_{2,II}^{br}(T) = \frac{I_1}{M} \cdot M_{2,L}(r_1, T_1, T-M)$$

(B.A.7.21)

Dabei gilt

$$M_{1,L}(r, T_1, T_2) = M_R(r, T_1, T_2)$$

und

$$M_{2,L}(r, T_1, T_2) = e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{T_1-T_2}{r} e^{-r(T_1-T_2)} - \frac{1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] \right\}$$

(B.A.7.22)

#### B.A.7.4 PARABOLISCHE ÜBERLEBENSFUNKTION

Die Verwendung der parabolischen Überlebensfunktion (B.39) führt gemäß Glg.(B.A.7.1) zu:

$$K^{br}(T) = K_I^{br}(T) + K_{II}^{br}(T) \quad (B.A.7.1)$$

mit

$$K_I^{br}(T) = I_0 \int_{T_1}^T \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} + \frac{2T}{M^2}t - \frac{t^2}{M^2} \right] e^{rt} dt \quad (B.A.7.23)$$

und

$$K_{II}^{br}(T) = I_1 \int_{T-M}^{T_1} \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} + \frac{2T}{M^2}t - \frac{t^2}{M^2} \right] e^{r_1 t} dt. \quad (E.A.7.24)$$

Mit den Definitionen

$$\begin{aligned}
 M_{P_1}(r, T_1, T_2) &= M_R(r, T_1, T_2) , \\
 M_{P_2}(r, T_1, T_2) &= e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{T_1-T_2}{r} e^{-r(T_1-T_2)} \right\} , \quad (\text{B.A.7.25}) \\
 M_{P_3}(r, T_1, T_2) &= e^{rT_1} \left\{ \frac{T_1^2}{r} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] - \frac{2T_1}{r^2} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \frac{2}{r^3} [1 - e^{-r(T_1-T_2)}] + \right. \\
 &\quad \left. + 2T_1(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - (T_1-T_2)^2 \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r} - 2(T_1-T_2) \frac{e^{-r(T_1-T_2)}}{r^2} \right\}
 \end{aligned}$$

erhält man unter Verwendung der Gleichung (B.A.5.29):

$$K_I^{br}(T) = K_{1,I}^{br}(T) + K_{2,I}^{br}(T) + K_{3,I}^{br}(T)$$

mit

$$K_{1,I}^{br}(T) = I_0 \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} \right] \cdot M_{P_1}(r, T, T_1) ,$$

$$K_{2,I}^{br}(T) = I_0 \frac{2T}{M^2} \cdot M_{P_2}(r, T, T_1) , \quad (\text{B.A.7.26})$$

$$K_{3,I}^{br}(T) = -I_0 \frac{1}{M^2} \cdot M_{P_3}(r, T, T_1)$$

und

$$K_{II}^{br}(T) = K_{1,II}^{br}(T) + K_{2,II}^{br}(T) + K_{3,II}^{br}(T)$$

mit

$$K_{1,II}^{br}(T) = I_1 \left[ 1 - \frac{T^2}{M^2} \right] \cdot M_{P_1}(r, T_1, T-M) , \quad (\text{B.A.7.27})$$

$$K_{2,II}^{br}(T) = I_1 \frac{2T}{M^2} \cdot M_{P_2}(r, T_1, T-M) ,$$

$$K_{3,II}^{br}(T) = -I_1 \frac{1}{M^2} \cdot M_{P_3}(r, T_1, T-M) .$$

B.A.8. BERECHNUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS BEI EINEM VON EINER COSINUS-SCHWINGUNG ÜBERLAGERTEN EXPONENTIELLEN INVESTITIONSWACHSTUM UND KONSTANTER ABGANGSRATE

Es ist die Differentialgleichung

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} + \delta K^{br}(t) = I(t) \quad (B.43)$$

für

$$I(t) = I_0(1 + \hat{\alpha} \cos(\omega t))e^{rt} = I_0 e^{rt} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} e^{(r+j\omega)t} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} e^{(r-j\omega)t} \quad (B.49)$$

zu lösen. Das Bruttoanlagevermögen zum Zeitpunkt  $t_0$ ,  $K^{br}(t_0)$ , sei bekannt.

(i) Homogene Lösung

Der homogene Teil der Differentialgleichung lautet:

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} + \delta K^{br}(t) = 0 \quad (B.A.8.1)$$

Mit dem Lösungsansatz

$$K_h^{br}(t) = A \cdot e^{\gamma t}, \quad A, \gamma \text{ konstant}, \quad (B.A.8.2)$$

erhält man aus (B.A.8.1):

$$\gamma = -\delta. \quad (B.A.8.3)$$

Die homogene Lösung ergibt sich damit zu:

$$K_h^{br}(t) = A \cdot e^{-\delta t} \quad (B.A.8.4)$$

(ii) Inhomogene Lösung

Gesucht ist eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} + \delta K^{br}(t) = I_0 e^{rt} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} e^{(r+j\omega)t} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} e^{(r-j\omega)t} \quad (B.A.8.5)$$

Setzt man den Lösungsansatz

$$K_p^{br}(t) = A_1 \cdot e^{rt} + A_2 e^{(r+j\omega)t} + A_3 e^{(r-j\omega)t} \quad (\text{B.A.8.6})$$

in Glg.(B.A.8.5) ein, erhält man durch Koeffizientenvergleich:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{I_0}{r+\delta}, \\ A_2 &= \frac{\hat{\alpha} I_0 / 2}{(r+\delta) + j\omega}, \\ A_3 &= \frac{\hat{\alpha} I_0 / 2}{(r+\delta) - j\omega}. \end{aligned} \quad (\text{B.A.8.7})$$

Substitution von (B.A.8.7) in (B.A.8.6) führt zu

$$\begin{aligned} K_p^{br}(t) &= \frac{I_0}{(r+\delta)} e^{rt} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} e^{rt} \left[ \frac{e^{j\omega t}}{(r+\delta) + j\omega} + \frac{e^{-j\omega t}}{(r+\delta) - j\omega} \right] \\ &= \frac{I_0}{(r+\delta)} e^{rt} + \frac{\hat{\alpha} I_0}{2} \cdot \frac{e^{rt}}{(r+\delta)^2 + \omega^2} \left[ (r+\delta) e^{j\omega t} - j\omega e^{j\omega t} + (r+\delta) e^{-j\omega t} + j\omega e^{-j\omega t} \right] \\ &= \frac{I_0}{(r+\delta)} e^{rt} + \frac{\hat{\alpha} I_0 e^{rt}}{(r+\delta)^2 + \omega^2} \left[ (r+\delta) \cdot \cos(\omega t) + \omega \cdot \sin(\omega t) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.A.8.8})$$

(iii) Allgemeine Lösung

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (B.43) setzt sich aus der homogenen Lösung und der partikulären Lösung zusammen:

$$\begin{aligned} K^{br}(t) &= K_h^{br}(t) + K_p^{br}(t) = \\ &= A e^{-\delta t} + \frac{I_0}{r+\delta} e^{rt} + \frac{\hat{\alpha} I_0 e^{rt}}{(r+\delta)^2 + \omega^2} \left[ (r+\delta) \cdot \cos(\omega t) + \omega \cdot \sin(\omega t) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.A.8.9})$$

Aus der Kenntnis des Bruttoanlagevermögens zum Zeitpunkt  $t_0$  erhält man für die Konstante A:

$$\begin{aligned} A &= \left\{ K^{br}(t_0) - \frac{I_0}{r+\delta} e^{rt_0} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hat{\alpha} I_0 e^{rt_0}}{(r+\delta)^2 + \omega^2} \left[ (r+\delta) \cdot \cos(\omega t_0) + \omega \cdot \sin(\omega t_0) \right] \right\} \cdot e^{\delta t_0}. \end{aligned} \quad (\text{B.A.8.10})$$

B.A.9. BERECHNUNG DES BRUTTOANLAGEVERMÖGENS BEI EXPONENTIELLEM INVESTITIONSWACHSTUM UND KONSTANTER ABGANGSRATE

Es ist die Differentialgleichung

$$\frac{dK^{br}(t)}{dt} + \delta K^{br}(t) = I(t) \quad (B.43)$$

für

$$I(t) = I_0 e^{rt} \quad (B.46)$$

zu lösen. Das Bruttoanlagevermögen zum Zeitpunkt  $t_0$ ,  $K^{br}(t_0)$ , wird als bekannt vorausgesetzt.

Im Anhang B.A.8. wird die Differentialgleichung (B.43) für

$$I(t) = I_0 [1 + \hat{a} \cos(\omega t)] e^{rt} \quad (B.49)$$

gelöst. Die Differentialgleichung (B.43) und (B.46) ist ein Spezialfall der Differentialgleichung (B.43) und (B.49):

Für  $\hat{a} = 0$  folgt (B.46) aus (B.49). Somit erhält man die Lösung von (B.43) und (B.46) indem man in den Gleichungen (B.A.8.9) und (B.A.8.10)  $\hat{a} = 0$  setzt:

$$K^{br}(t) = A e^{-\delta t} + \frac{I_0}{r+\delta} e^{rt}, \quad (B.A.9.1)$$

$$A = \left[ K^{br}(t_0) - \frac{I_0}{r+\delta} e^{rt_0} \right] e^{\delta t_0}. \quad (B.A.9.2)$$

B.A.10. DIE ÜBERLEBENSDAUER EINES AGGREGIERTEN  
BRUTTOANLAGEGUTES

Im folgenden wird an einem einfachen Beispiel gezeigt, daß die maximale (bzw. mittlere) Lebensdauer des Aggregates,  $M$ , i.a. nicht gleich der mit den einzelnen Kapitalstöcken gewichteten Summe der maximalen (bzw. mittleren) Lebensdauer,  $\tilde{M}$ , der Teilaggregate ist. Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i)} \quad I_i(t) = I_0 e^{rt} \quad \dots \quad i = 1, 2 \\ \text{(ii)} \quad M_1 \neq M_2 \\ \text{(iii)} \quad \text{Rechteckige Überlebensfunktion.} \end{array} \right\} \text{(B.A.10.1)}$$

$I_i(t)$  ist die Investition,  $M_i$  die maximale (= mittlere) Lebensdauer des  $i$ -ten Anlagegutes.<sup>1)</sup> Die Gesamtinvestition ergibt sich zu:

$$I(t) = I_1(t) + I_2(t) = 2I_0 e^{rt}. \quad \text{(B.A.10.2)}$$

Für das Bruttoanlagevermögen der Teilaggregate bzw. des Aggregats erhält man gemäß (B.62):

$$\left. \begin{array}{l} K_1^{br}(t) = \frac{I_0}{r} e^{rt} \cdot [1 - e^{-rM_1}], \\ K_2^{br}(t) = \frac{I_0}{r} e^{rt} \cdot [1 - e^{-rM_2}], \end{array} \right\} \text{(B.A.10.3)}$$

$$K^{br}(t) = \frac{2I_0}{r} e^{rt} \cdot [1 - e^{-rM}]. \quad \text{(B.A.10.4)}$$

Aus (B.A.10.3) folgt für die als gewichtete Summe berechnete maximale Lebensdauer des Aggregats,  $\tilde{M}$ :

$$\tilde{M} = \frac{M_1 \cdot K_1^{br}(t) + M_2 \cdot K_2^{br}(t)}{K_1^{br}(t) + K_2^{br}(t)} = \frac{M_1(1 - e^{-rM_1}) + M_2(1 - e^{-rM_2})}{(1 - e^{-rM_1}) + (1 - e^{-rM_2})}. \quad \text{(B.A.10.5)}$$

<sup>1)</sup> Gemäß Gleichung (B.36) ist im Falle einer rechteckigen Überlebensfunktion die maximale Lebensdauer gleich der mittleren.

Die tatsächliche mittlere Lebensdauer des Aggregats ergibt sich aus der Identität

$$K^{br}(t) = K_1^{br}(t) + K_2^{br}(t) . \quad (\text{B.A.10.6})$$

Substitution von (B.A.10.3) und (B.A.10.4) in die obige Gleichung ergibt:

$$M = -\frac{1}{r} \ln \left[ \frac{e^{-rM_1} + e^{-rM_2}}{2} \right] . \quad (\text{B.A.10.7})$$

Setzt man für  $M_1$  bzw.  $M_2$  die speziellen Werte 20 bzw. 40 in die Gleichungen (B.A.10.5) und (B.A.10.7) ein und wählt man  $r$  gleich 0.05, so erhält man  $M = 27.5977$  und  $\tilde{M} = 31.55362$ , d.h. es gilt i.a.  $M \neq \tilde{M}$ .

ANHANG C: BEI DER SCHAETZUNG DES MODELLS VERWENDETE DATEN

---

B ARBEITSKRAEFTEANGEBOT  
[10000 PERSONEN]  
1954 - 1974

54 - 57	213.8313	219.2113	225.2216	229.3233
58 - 61	232.0984	234.3420	236.4225	238.5711
62 - 65	240.5105	241.2745	242.9608	244.6980
66 - 69	244.8060	242.4140	241.0128	242.4775
70 - 73	244.7639	250.6878	256.1853	264.9632
74 - 74	269.8228			

CG DEFFENTLICHER KONSUM ZU PREISEN 1964  
[ MRD. SCH./ JAHR ]  
1954 - 1974

54 - 57	21.8960	22.0680	22.2970	23.8390
58 - 61	25.1330	25.7850	26.1670	26.6110
62 - 65	27.2710	28.4660	29.9270	30.3080
66 - 69	31.2400	32.3360	33.2810	34.1110
70 - 73	35.3360	36.3600	38.0880	39.5420
74 - 74	41.1240			

CGG DEFFENTLICHER KONSUM ZU LAUFENDEN PREISEN  
[ MRD. SCH./ JAHR ]  
1954 - 1974

54 - 57	12.3380	13.2490	14.8920	17.7410
58 - 61	18.6250	19.4300	20.6720	22.4140
62 - 65	24.3930	27.2330	29.9270	32.8680
66 - 69	36.5910	40.9890	44.7860	49.4670
70 - 73	54.6340	60.7150	68.7140	81.5500
74 - 74	96.1020			

CP PRIVATER KONSUM ZU PREISEN 1964  
[ MRD. SCH./ JAHR ]  
1954 - 1974

54 - 57	76.8180	84.9040	91.3400	95.5790
58 - 61	99.4630	104.5410	111.0530	116.7460
62 - 65	123.0180	129.6060	134.8690	140.8180
66 - 69	146.3610	151.3940	157.3530	162.4670
70 - 73	171.3460	182.0000	197.0380	205.1690
74 - 74	212.7570			

CPB PRIVATER KONSUM ZU LAUFENDEN PREISEN  
[ MRD. SCH./ JAHR ]  
1954 - 1974

54 - 57	59.4940	66.8540	73.4740	79.2440
58 - 61	83.6290	89.0070	96.8270	105.7530
62 - 65	115.8540	125.9540	134.8690	146.5940
66 - 69	156.0930	167.3910	178.3350	189.8780
70 - 73	208.2260	230.1840	264.3260	293.1450
74 - 74	332.5600			

D ABGANGSRATE  
[ 1/JAHR ]  
1954 - 1974

54 - 57	.0086	.0086	.0088	.0089
58 - 61	.0090	.0091	.0093	.0095
62 - 65	.0096	.0098	.0099	.0100
66 - 69	.0101	.0102	.0103	.0103
70 - 73	.0104	.0105	.0105	.0106
74 - 74	.0107			

DC MEHRWERTSTEUERDUMMY  
1954 - 1974

54 - 57	.0000	.0000	.0000	.0000
58 - 61	.0000	.0000	.0000	.0000
62 - 65	.0000	.0000	.0000	.0000
66 - 69	.0000	.0000	.0000	.0000
70 - 73	.0000	.0000	1.0000	.0000
74 - 74	.0000			

DI INVESTITIONSSTEUERDUMMY

1954 - 1974

54 - 57	.0000	.0000	.0000	.0000
58 - 61	.0000	.0000	.0000	.0000
62 - 65	.0000	.0000	.0000	.0000
66 - 69	.0000	.0000	.0000	.0000
70 - 73	.0000	.0000	.0000	-1.0000
74 - 74	1.0000			

DL LOHNRUNDENDUMMY

1954 - 1974

54 - 57	.0000	.0000	.0000	.0000
58 - 61	.0000	.0000	.0000	.0000
62 - 65	.0000	.0000	.0000	.0000
66 - 69	.0000	.0000	.0000	.0000
70 - 73	-1.0000	1.0000	.0000	.0000
74 - 74	.0000			

IF BRUTTOANLAGEINVESTITIONEN ZU PREISEN 1964

[MRD.SCH./ JAHR]

1954 - 1974

54 - 57	24.5280	30.7810	31.3000	35.4210
58 - 61	35.9710	39.4890	45.7040	51.4540
62 - 65	52.8560	54.6780	59.9170	63.8240
66 - 69	69.4450	69.6370	72.5420	73.0510
70 - 73	81.8380	92.0300	103.8810	106.8240
74 - 74	108.0740			

IF\$ BRUTTOANLAGEINVESTITIONEN ZU LAUFENDEN PREISEN

[ MRD. SCH./ JAHR]

1954 - 1974

54 - 57	18.9970	23.9480	25.7780	29.7860
58 - 61	30.9530	34.2970	40.6620	47.3490
62 - 65	49.5670	53.9080	59.9170	67.5860
66 - 69	74.9110	76.2400	78.3710	82.5960
70 - 73	97.1320	115.8510	141.8140	148.6480
74 - 74	172.7740			

II LAGERINVESTITIONEN ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	3.5010	8.1700	4.8680	2.7820
58 - 61	4.5930	1.9330	6.4720	3.4290
62 - 65	-3070	.2970	3.8770	3.3760
66 - 69	6.2690	3.5510	3.7510	6.3350
70 - 73	8.9500	2.5940	-2.6710	9.2650
74 - 74	11.5200			

II\$ LAGERINVESTITIONEN ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	2.4810	6.7890	3.4750	3.0510
58 - 61	2.2020	2.1910	5.8580	3.9090
62 - 65	.8020	-2000	3.8770	3.3400
66 - 69	6.3130	2.5480	3.5510	6.9800
70 - 73	10.3210	5.3370	-4.4980	11.9060
74 - 74	17.4950			

K BRUTTOANLAGEVERMOEGEN ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH.]  
1954 - 1974

54 - 57	810.0755	833.8774	857.8808	885.7023
58 - 61	913.7013	944.8423	981.7867	1023.9553
62 - 65	1066.9385	1111.1639	1160.0553	1212.2515
66 - 69	1269.4070	1326.0471	1384.9357	1443.6974
70 - 73	1510.5614	1586.7979	1673.9398	1762.9573
74 - 74	1852.2412			

KII LAGERSTOCK ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH.]  
1954 - 1974

54 - 57	21.8660	30.0360	34.9040	37.6860
58 - 61	42.2790	44.2120	50.6840	54.1130
62 - 65	53.8060	54.1030	57.9800	61.3560
66 - 69	67.6250	71.1760	74.9270	81.2620
70 - 73	90.2120	92.8060	90.1350	99.4000
74 - 74	110.9200			

L BESCHAEFTIGTE  
[10000 PERSONEN]  
1954 - 1974

54 - 57	197.5241	207.4223	213.7093	218.5387
58 - 61	220.2809	223.6064	228.1915	232.2206
62 - 65	234.0448	234.2103	236.3780	238.1467
66 - 69	238.6627	235.9550	233.9319	235.7655
70 - 73	238.9195	245.4858	251.2718	260.8306
74 - 74	265.6922			

LF VOLLBESCHAEFTIGUNGSNIVEAU  
[10000 PERSONEN]  
1954 - 1974

54 - 57	210.6239	215.9231	221.8433	225.8834
58 - 61	228.6169	230.8268	232.8761	234.9925
62 - 65	236.9029	237.6554	239.3164	241.0276
66 - 69	241.1345	238.7778	237.3976	238.8404
70 - 73	241.0924	246.9275	252.3425	260.9888
74 - 74	265.7754			

M IMPORTE I.W.S. ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	18.2170	24.9990	27.0710	30.6510
58 - 61	31.6480	35.2260	43.0770	43.9340
62 - 65	46.9290	51.7220	57.4740	63.5420
66 - 69	69.6390	69.9810	75.3940	81.1920
70 - 73	96.8510	107.1730	122.2450	137.6840
74 - 74	146.7210			

M3 IMPORTE I.W.S. ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	18.2350	24.6620	27.1970	31.4510
58 - 61	30.5920	33.0120	40.7510	42.5360
62 - 65	45.7070	50.8410	57.4740	64.9100
66 - 69	72.5080	73.6670	80.2640	90.7340
70 - 73	115.3550	133.6870	155.9140	183.2130
74 - 74	228.6110			

PCG	DEFLATOR DES OEFFENTLICHEN KONSUMS [PROZENT]		1954 - 1974	
	3	CG\$	CG	
54 - 57	56.3482	60.0372	66.7893	74.4201
58 - 61	74.1058	75.3539	79.0003	84.2283
62 - 65	89.4467	95.6685	100.0000	108.4466
66 - 69	117.1287	126.7596	134.5693	145.0177
70 - 73	154.6129	166.9829	180.4085	206.2364
74 - 74	233.6884			

PCP	DEFLATOR DES PRIVATEN KONSUMS [PROZENT]		1954 - 1974	
	54 - 57	77.4480	78.7407	80.4401
58 - 61	84.0805	85.1408	87.1899	90.5838
62 - 65	94.1765	97.1822	100.0000	104.1017
66 - 69	106.6493	110.5665	113.3343	116.8717
70 - 73	121.5237	126.4747	134.1498	142.8798
74 - 74	156.3098			

PIF	DEFLATOR DER BRUTTOANLAGEINVESTITIONEN [PROZENT]		1954 - 1974	
	54 - 57	77.4503	77.8012	82.3578
58 - 61	86.0499	86.8520	88.9681	92.0220
62 - 65	93.7774	98.5918	100.0000	105.8943
66 - 69	107.8710	109.4820	108.0353	113.0662
70 - 73	118.6881	125.8840	136.5158	139.1522
74 - 74	159.8664			

PL	DEFLATOR DES BEITRAGS DER LAND- UND FORSTWIRTSCHAFT ZUM BNP [PROZENT]		1954 - 1974	
	54 - 57	83.8141	88.5299	93.1359
58 - 61	85.7327	91.3596	90.5492	96.7065
62 - 65	97.7163	97.3432	100.0000	110.9189
66 - 69	108.0769	102.8180	98.3448	105.0927
70 - 73	111.8826	117.5895	129.7244	137.7806
74 - 74	142.4271			

PM DEFLATOR DER IMPORTE I.w.S  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	100.0988	98.6519	100.4654	102.6100
58 - 61	96.8633	93.7149	94.6004	96.8180
62 - 65	97.3961	98.2967	100.0000	102.1529
66 - 69	104.1198	105.2671	106.4594	111.7524
70 - 73	119.1050	124.7394	127.5422	133.0677
74 - 74	155.8134			

PQ DEFLATOR DES BNP ZU MARKTPREISEN  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	71.7471	73.9566	76.9742	80.3015
58 - 61	80.6761	83.5312	86.0989	90.3164
62 - 65	93.6552	96.9179	100.0000	105.3153
66 - 69	108.4692	112.1172	114.7774	118.8061
70 - 73	123.3797	130.2796	139.3307	149.6254
74 - 74	165.2987			

PR ARBEITSPRODUKTIVITAET  
[MRD. SCH./ JAHR /10000 PERSONEN]  
1954 - 1974

54 - 57	.6604	.6985	.7246	.7519
58 - 61	.7733	.7834	.8309	.8619
62 - 65	.8775	.9133	.9609	.9865
66 - 69	1.0336	1.0704	1.1276	1.1843
70 - 73	1.2594	1.2904	1.3408	1.3664
74 - 74	1.3968			

PV DEFLATOR DER GESAMTNACHFRAGE  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	75.2213	77.5905	80.4700	83.8086
58 - 61	83.1810	85.2362	87.6728	91.4867
62 - 65	94.3510	97.1864	100.0000	104.6421
66 - 69	107.5117	110.6310	112.9284	117.2171
70 - 73	122.3390	128.8791	136.1920	145.0114
74 - 74	162.6112			

PVD DEFLATOR DER INLANDSNACHFRAGE  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	73.6214	75.9579	78.5147	82.3634
58 - 61	81.9866	84.3823	86.6011	90.5090
62 - 65	93.9745	97.1124	100.0000	105.0611
66 - 69	108.1294	111.7742	114.2796	119.1898
70 - 73	124.4875	131.6639	139.8471	148.3506
74 - 74	165.7222			

PVDD DEFLATOR DER IM INLAND NACHGEFRAGTEN INLANDSPRODUKTION  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	69.1770	71.2662	73.6731	77.4758
58 - 61	78.5075	81.9743	84.2461	88.7127
62 - 65	92.9446	96.7327	100.0000	106.1184
66 - 69	109.6496	114.2101	117.3578	122.2902
70 - 73	127.0857	135.2697	146.8731	157.7816
74 - 74	172.1337			

PX DEFLATOR DER EXPORTE I.W.S.  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	84.4715	87.5318	89.5920	89.9082
58 - 61	88.5380	89.0303	92.3612	95.7152
62 - 65	95.8946	97.4861	100.0000	102.9821
66 - 69	105.0282	106.1550	107.9364	110.7702
70 - 73	115.9649	121.0246	126.1821	135.9727
74 - 74	154.5631			

Q BRUTTONATIONALPRODUKT ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	130.4470	144.8890	154.8440	164.3170
58 - 61	170.3380	175.1740	189.6110	200.1420
62 - 65	205.3800	213.9120	227.1360	234.9430
66 - 69	246.6810	252.5580	263.7820	279.2180
70 - 73	300.8890	316.7810	336.9000	356.4060
74 - 74	371.1190			

QPOT POTENTIALOUTPUT ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	147.3527	154.5974	162.6153	170.2760
58 - 61	177.7798	185.4162	193.5828	202.4841
62 - 65	211.7798	220.7792	230.7454	241.3255
66 - 69	251.5119	260.4431	270.1359	282.0399
70 - 73	295.1386	312.0489	329.9644	351.6533
74 - 74	370.8407			

QAPOT POTENTIALAUSLASTUNGSRATE  
[PROZENT]  
1954 - 1974

54 - 57	88.5271	93.7202	95.2211	96.5004
58 - 61	95.8140	94.4761	97.9483	98.8433
62 - 65	96.9781	96.8896	98.4358	97.3552
66 - 69	98.0793	96.9724	97.6479	98.9995
70 - 73	101.9484	101.5165	102.1019	101.3515
74 - 74	100.0751			

QB BRUTTONATIONALPRODUKT ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	93.5920	107.1550	119.1900	131.9490
58 - 61	137.4220	146.3250	163.2530	180.7610
62 - 65	192.3490	207.3190	227.1360	247.4310
66 - 69	267.5730	283.1610	302.7620	331.7280
70 - 73	371.2360	412.7010	469.4050	533.2740
74 - 74	613.4550			

R RENTAL PRICE OF CAPITAL  
[1/JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	.0453	.0456	.0484	.0495
58 - 61	.0503	.0514	.0527	.0547
62 - 65	.0559	.0590	.0599	.0636
66 - 69	.0649	.0660	.0651	.0682
70 - 73	.0717	.0761	.0827	.0844
74 - 74	.0970			

TIME	ZEITTREND [JAHR] 1954 - 1974			
54 - 57	54.0000	55.0000	56.0000	57.0000
58 - 61	58.0000	59.0000	60.0000	61.0000
62 - 65	62.0000	63.0000	64.0000	65.0000
66 - 69	66.0000	67.0000	68.0000	69.0000
70 - 73	70.0000	71.0000	72.0000	73.0000
74 - 74	74.0000			

ULC	UNIT LABOUR COSTS [ 1 ] 1954 - 1974			
54 - 57	.3291	.3382	.3582	.3733
58 - 61	.3743	.3865	.3907	.4138
62 - 65	.4404	.4564	.4730	.5037
66 - 69	.5281	.5605	.5695	.5852
70 - 73	.5934	.6485	.6910	.7636
74 - 74	.8476			

V	GESAMTNACHFRAGE [MRD. SCH./ JAHR] 1954 - 1974			
54 - 57	148.6640	169.8880	181.9150	194.9680
58 - 61	201.9860	210.4000	232.6880	244.0760
62 - 65	252.3090	265.6340	284.6100	298.4850
66 - 69	316.3200	322.5390	339.1760	360.4100
70 - 73	397.7400	423.9540	459.1450	494.0900
74 - 74	517.8400			

VD	INLANDSNACHFRAGE ZU PREISEN 1964 [MRD. SCH./ JAHR] 1954 - 1974			
54 - 57	126.7430	145.9230	149.8050	157.6210
58 - 61	165.1600	171.7480	189.3960	198.2400
62 - 65	202.8380	213.0470	228.5900	238.3260
66 - 69	253.3150	256.9180	266.9270	275.9640
70 - 73	297.4700	312.9840	336.3360	360.8000
74 - 74	373.4750			

VDD IM INLAND NACHGEFRAGTE INLANDSPRODUKTION ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	108.5260	120.9240	122.7340	126.9700
58 - 61	133.5120	136.5220	146.3190	154.3060
62 - 65	155.9090	161.3250	171.1160	174.7840
66 - 69	183.6760	186.9370	191.5330	194.7720
70 - 73	200.6190	205.8110	214.0910	223.1160
74 - 74	226.7540			

VDD\$ IM INLAND NACHGEFRAGTE INLANDSPRODUKTION ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	75.0750	86.1780	90.4220	98.3710
58 - 61	104.8170	111.9130	123.2680	136.8890
62 - 65	144.9090	156.0540	171.1160	185.4780
66 - 69	201.4000	213.5010	224.7790	238.1870
70 - 73	254.9580	278.4000	314.4420	352.0360
74 - 74	390.3200			

VDB INLANDSNACHFRAGE ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	93.3100	110.8400	117.6190	129.8220
58 - 61	135.4090	144.9250	164.0190	179.4250
62 - 65	190.6160	206.8950	228.5900	250.3880
66 - 69	273.9080	287.1680	305.0430	328.9210
70 - 73	370.3130	412.0870	470.3560	535.2490
74 - 74	618.9310			

V\$ GESAMTNACHFRAGE ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	111.8270	131.8170	146.3870	163.4000
58 - 61	168.0140	179.3370	204.0040	223.2970
62 - 65	238.0560	258.1600	284.6100	312.3410
66 - 69	340.0810	356.8280	383.0260	422.4620
70 - 73	486.5910	546.3880	625.3190	716.4870
74 - 74	842.0660			

W BRUTTOLOHNSATZ PRO BESCHAEFTIGTEN UND JAHR ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR/ 10000 PERSONEN]  
1954 - 1974

54 - 57	.2173	.2362	.2595	.2807
58 - 61	.2895	.3028	.3246	.3566
62 - 65	.3865	.4169	.4545	.4969
66 - 69	.5459	.5999	.6421	.6931
70 - 73	.7473	.8369	.9265	1.0434
74 - 74	1.1840			

X EXPORTE I.W.S ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	21.9210	23.9650	32.1100	37.3470
58 - 61	36.8260	38.6520	43.2920	45.8360
62 - 65	49.4710	52.5870	56.0200	60.1590
66 - 69	63.0050	65.6210	72.2490	84.4460
70 - 73	100.2700	110.9700	122.8090	133.2900
74 - 74	144.3650			

X\$ EXPORTE I.W.S. ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	18.5170	20.9770	28.7680	33.5780
58 - 61	32.6050	34.4120	39.9850	43.8720
62 - 65	47.4400	51.2650	56.0200	61.9530
66 - 69	66.1730	69.6600	77.9830	93.5410
70 - 73	116.2780	134.3010	154.9630	181.2380
74 - 74	223.1350			

YD DISPONIBLES EINKOMMEN ZU PREISEN 1964  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	80.5530	91.5760	99.6030	106.2290
58 - 61	111.0150	115.9710	124.1880	133.0660
62 - 65	137.0620	144.2170	151.7740	157.6600
66 - 69	164.8040	169.7800	177.4730	185.6690
70 - 73	195.2690	210.1140	220.8090	234.5710
74 - 74	245.2950			

YDYWG QUOTIENT YD\$/YWG\$  
[ 1 ]  
1954 - 1974

54 - 57	1.4532	1.4717	1.4442	1.4356
58 - 61	1.4638	1.4579	1.4619	1.4550
62 - 65	1.4270	1.4353	1.4127	1.3862
66 - 69	1.3487	1.3260	1.3387	1.3280
70 - 73	1.3284	1.2927	1.2715	1.2307
74 - 74	1.2180			

YD\$ DISPONIBLES EINKOMMEN ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	62.3820	72.1070	80.0940	88.0580
58 - 61	93.3390	98.7060	108.2930	120.4930
62 - 65	129.0780	140.1410	151.7740	164.0380
66 - 69	175.7050	187.7020	201.0980	217.0120
70 - 73	237.1930	265.5700	295.9900	334.9380
74 - 74	383.1400			

YWG\$ LOHN- UND GEHALTSSUMME ZU LAUFENDEN PREISEN  
[MRD. SCH./ JAHR]  
1954 - 1974

54 - 57	42.9280	48.9950	55.4580	61.3370
58 - 61	63.7660	67.7060	74.0760	82.8120
62 - 65	90.4570	97.6360	107.4380	118.3380
66 - 69	130.2810	141.5540	150.2180	163.4120
70 - 73	178.5520	205.4460	232.7930	272.1420
74 - 74	314.5720			

LITERATURVERZEICHNIS ZU TEIL A

- /1/ COEN, R.M. und HICKMAN, B.G., Constrained Joint Estimation of Factor Demand and Production Functions, The Review of Economics and Statistics, Vol. 52 (1970), No. 3, pp. 287-300.
- /2/ COEN, R.M. und HICKMAN, B.G., Aggregate Utilisation Measures of Economic Performance, Memorandum No. 140, Center of Research in Economic Growth, Stanford University, 1973.
- /3/ SCHEBECK, F. und THURY, G., Nachfragefunktionen für die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Wien, 1976, mimeo.
- /4/ SCHEBECK, F. und THURY, G., Gesamtwirtschaftliche Auslastungsmaße, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Wien, 1976, mimeo.
- /5/ SCHLEICHER, St., Perspectives for 1976, Forecasts and Documentation of the Austrian LINK System, Institut für Höhere Studien, Wien, 1974.
- /6/ TINTNER, G., Econometrics, John Wiley, New York, 1952.
- /7/ TINTNER, G., Handbuch der Ökonometrie, Springer, Berlin, 1960.
- /8/ TINTNER, G., Mathematics and Statistics for Economists, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1953.
- /9/ SCHÖNFELD, P., Methoden der Ökonometrie II, Verlag Franz Vahlen, München, 1971.
- /10/ MALINVAUD, E., Statistical Methods of Econometrics, North Holland, Amsterdam, 1970.
- /11/ GOLDBERGER, A.S., Econometric Theory, John Wiley, New York, 1964.
- /12/ JOHNSTON, J., Econometric Methods, McGraw-Hill, Kogakusha, Tokyo, 1972.
- /13/ DHRYMES, P.J., Adjustment Dynamics and the Estimation of the CES Class of Production Functions, International Economic Review, Vol. 8(1967), No. 2, pp. 209-217.
- /14/ DHRYMES, P.J., Distributed Lags, Holden-Day Inc., San Francisco, 1971.
- /15/ NERLOVE, M., Notes on the Production and Derived Demand Relations Included in Macro-Econometric Models, International Economic Review, Vol. 8 (1967), No. 2, pp. 223-242.

- /16/ COBB, C.W. and DOUGLAS, P.H., A Theory of Production, The American Economic Review, Vol.18 (1928), No.1, pp.139-165.
- /17/ EISENPRESS, H. and GREENSTADT, J., The Estimation of Non-linear Econometric Systems, Econometrica, Vol.34 (1966), No.4, pp. 851-861.
- /18/ HURWICZ, L., Least Squares Bias in Time Series, in: T.C.Koopmans, Statistical Inference in Dynamic Economic Models, Cowles Commission Monograph No. 10, New York, 1950.
- /19/ MALINVAUD, E., Estimation et prévision dans les modèles économiques autorégressifs, Revue de l'Institut International de Statistique, Vol. 29 (1961), No.2, pp.1-32.
- /20/ LOVELL, C.A.K., Estimation and Prediction with CES and VES Production Functions, International Economic Review, Vol. 14 (1973), No.3, pp.676-692.
- /21/ COEN, R.M., Investment Behavior, The Measurement of Depreciation, and Tax Policy, The American Economic Review, Vol.65 (1975), No. 1, pp.59-74.
- /22/ PLASMANS, J.E.J., Production Investment Behavior, Tilburg University Press, 1975.
- /23/ ARROW, K.J., CHENERY, H.B., MINHAS, B.S. and SOLOW, R.N., Capital and Labour Substitution and Economic Efficiency, The Review of Economics and Statistics, Vol. 43 (1961), No. 3, pp. 225-250.
- /24/ BECKMANN, M. and SATO, R., Neutral Inventions and Production Functions, Review of Economic Studies, Vol. 35 (1968), No. 101, pp.57-66.
- /25/ BECKMANN, M. and SATO, R., Aggregate Production Functions and Types of Technical Progress: A Statistical Analysis, The American Economic Review, Vol. 59 (1969), pp.88-101.
- /26/ WALTERS, A.A., Production and Cost Functions: An Econometric Survey, Econometrica, Vol. 31(1963), No.1-2, pp.1-66.
- /27/ GOULD, J.P., Adjustment Cost in the Theory of Investment of the Firm, Review of Economic Studies, Vol. 35 (1968), No.101, pp.47-55.
- /28/ HENDERSON, J.M. and QUANDT, R.E., Microeconomic Theory, McGraw-Hill, New York, 1971.
- /29/ CHIANG, A.C., Fundamental Methods of Mathematical Economics, International Students Edition, McGraw-Hill, London-New York, 1967.

- /30/ KOYCK, L.M., Distributed Lags and Investment Analysis, North Holland, Amsterdam, 1954.
- /31/ HICKS, J.R., The Theory of Wages, Macmillan, London, 1963.
- /32/ ALLEN, R.G., Mathematical Analysis for Economists, Macmillan, London, 1956.
- /33/ REVANKAR, N.S., The Constant and Variable Elasticity of Substitution Production Functions: A Comparative Study in U.S. Manufacturing, System Formulation, Methodology and Policy Workshop Paper 6603, Social Systems Research Institute, University of Wisconsin, 1966, mimeo.
- /34/ REVANKAR, N.S., A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Functions, *Econometrica*, Vol. 39 (1971), No. 1, pp. 61-71.
- /35/ SATO, R., Linear Elasticity of Substitution Production Functions, paper presented at the Annual Meetings of the Econometric Society, New York, 1965.
- /36/ SATO, R., Linear Elasticity of Substitution Production Functions, *Metroeconomica*, Vol. 19 (1967), No.1, pp.33-41.
- /37/ LIU, T.C. and HILDEBRAND, G.H., Manufacturing Production Functions in the United States, 1957, Cornell University Press, Ithaca, 1965.
- /38/ BRUNO, M., A Note on the Implications of an Empirical Relationship Between Output per Unit of Labour, the Wage Rate and the Capital-Labour-Ratio, Stanford, 1962, mimeo.
- /39/ ALLEN, R.D.G., *Makroökonomische Theorie*, Duncker und Humblot, Berlin, 1972.
- /40/ HAMBERG, D., Models of Economic Growth, Harper and Row, New York, 1971.
- /41/ HARROD, R.F., An Essay in Dynamic Theory, *Economic Journal*, Vol. 49 (1939), No. 1, pp.14-33.
- /42/ HARROD, R.F., *Towards a Dynamic Economics*, Macmillan, London, 1952.
- /43/ DOMAR, E., The Problem of Capital Accumulation, *The American Economic Review*, Vol. 38 (1948), No. 5, pp.777-794.
- /44/ JORGENSON, D.W., Capital Theory and Investment Behavior, *The American Economic Review*, Papers and Proceedings, Vol. 53 (1963), No. 2, pp.247-259.

- /45/ COEN, R.M., Effects of Tax Policy and Investment in Manufacturing, The American Economic Review, Papers and Proceedings, Vol. 56 (1968), No. 2, pp.200-211.
- /46/ COEN, R.M. and HICKMAN, B.G., Aggregative Demand Functions for Capital and Labour in the U.S.-Economy, Memorandum No. 74, Research Center in Economic Growth, Stanford University, 1969.
- /47/ SCHÖNFELD, P., Methoden der Ökonometrie I, Verlag Franz Vahlen, Berlin, 1969.
- /48/ ALMON, S., The Distributed Lag Between Capital Appropriations and Expenditures, Econometrica, Vol. 33 (1965), No. 1, pp. 178-196.
- /49/ DURBIN, J. and WATSON, G.S., Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, I and II, Biometrika, Vol. 37 (1950), pp. 409-428, Biometrika, Vol. 38 (1951), pp.159-178.
- /50/ DURBIN, J., Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression when some of the Regressors are Lagged Dependent Variables, Econometrica, Vol. 38 (1970), No.3, pp.410-421.
- /51/ WICKSELL, K., Über Wert, Kapital und Rente, Fischer, Jena, 1898.
- /52/ EVANS, M.K., Macroeconomic Activity, Harper and Row, New York, 1969.
- /53/ HEATHFIELD, D.F., Production Functions, Macmillan, London, 1971.
- /54/ SCHMORANZ, I., Eine Analyse des privaten Konsums in Österreich: 1954-1972(74), Interner Forschungsbericht, Institut für Höhere Studien, Wien, 1975.
- /55/ KOHLHAUSER, G., Der private Konsum in Österreich, Monatsberichte, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Wien, Nr. 5, 1973, pp.241-263.
- /56/ HICKMAN, B.G. and COEN, R.M., An Annual Growth Model of the U.S. Economy. North Holland, Amsterdam, 1976.
- /57/ KEYNES, J.M., The General Theory of Employment, Interest and Money, Macmillan St.Martin's Press, London, 1970.
- /58/ DUESENBERY, J.S., Income, Saving, and the Theory of Consumer Behavior, Harvard University Press, Cambridge, 1949.
- /59/ BROWN, T.M., Habit Persistence and Lags in Consumer Behavior, Econometrica, Vol. 20 (1952), No.3, pp.355-371.

- /60/ FRIEDMAN, M., A Theory of the Consumption Function, NBER, Princeton, 1957.
- /61/ ANDO, A. and MODIGLIANI, F., The 'Life Cycle' Hypothesis of Savings: Aggregate Implications and Tests, The American Economic Review, Vol. 53 (1963), No.1, pp.55-84.
- /62/ STREISSLER, E.u.M.(Hrsg.), Konsum und Nachfrage, Kiepenheuer und Witsch, Köln-Berlin, 1966.
- /63/ WILLIAMS, H.R. and HUFFNAGLE, J.D.,(Ed.) Macroeconomic Theory: Selected Readings, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1969.
- /64/ COCHRANE, D. and ORCUTT, G.H., Application of Least Squares Regression to Relationships Containing Autocorrelated Error Terms, Journal of the American Statistical Association, Vol. 44 (1949), pp.32-61.
- /65/ COCHRANE, D. and ORCUTT, G.H., A Sampling Study of the Merits of Autoregressive and Reduced Form Transformations in Regression Analysis, Journal of the American Statistical Association, Vol. 44 (1949), pp.356-372.
- /66/ GORDON, R.A., The Stability of the U.S. Economy, in: M. Bronfenbrenner (Hrsg.), Is the Business Cycle Obsolete? John Wiley, New York, 1969.
- /67/ METZLER, L.A., The Nature and Stability of Inventory Cycles, The Review of Economics and Statistics, Vol.23 (1941), No.3, pp.113-129.
- /68/ METZLER, L.A., Factors Governing the Length of Inventory Cycles, The Review of Economics and Statistics, Vol.29 (1947), No.1, pp.1-15.
- /69/ LOVELL, M.C., Manufacturers' Inventories, Sales Expectations, and the Accelerator Principle, Econometrica, Vol.29 (1961), No.3, pp.293-314.
- /70/ LOVELL, M.C., Sales Anticipation, Planned Inventory Investment, and Realizations, in: R.Ferber (Hrsg.), Determinants of Investment Behavior, NBER, New York, 1967.
- /71/ DARLING, P.G., Manufacturers' Inventory Investment, 1947-1958, The American Economic Review, Vol. 49 (1959), No.4, pp.950-962.
- /72/ DARLING, P.G. and LOVELL, M.C., Factors Influencing Investment in Inventories, in: J.S. Duesenberry, G.Fromm, L.R.Klein und E.Kuh, The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States, North Holland, Amsterdam, 1965.
- /73/ THURY, G., Die Lagerbestände im Konjunkturverlauf, Monatsberichte, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Wien, Nr. 11, 1968, pp.436-446.

- /74/ LUNDBERG, E., Studies in the Theory of Economic Expansion, London, 1937.
- /75/ WEBBER, W., (Hrsg.), Konjunktur- und Beschäftigungstheorie, Kiepenheuer und Witsch, Köln-Berlin, 1967.
- /76/ KLEIN, L.R., Economic Fluctuations in the United States, 1921-1941, Cowles Commission Monograph, No.11, John Wiley, New York, 1950.
- /77/ MILLS, E.S., The Theory of Inventory Decisions, Econometrica, Vol. 25 (1957), No.2, pp.222-239.
- /78/ STANBACK, Jr.Th., Postwar Cycles and Manufacturers' Inventories, NBER, New York, 1962.
- /79/ LEAMER, E.E. and STERN, R.W., Quantitative International Economics, Allyn and Bacon, Boston, 1970.
- /80/ RHOMBERG, R.R. and BOISSONEAULT, L., The Foreign Sector, in: J.S.Duesenberry, G.Fromm, L.R.Klein und E.Kuh, The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States, North Holland, Amsterdam, 1965.
- /81/ BASEVI, G., Commodity Trade Equations in Project Link, in: R.J.Ball, The International Linkage of National Economic Models, North Holland, Amsterdam, 1973.
- /82/ MARWA, K., A World Model of International Trade: Forecasting Market Shares and Trade Flows, Empirical Economics, No.1, 1976, Vienna, pp.1-39.
- /83/ SAMUELSON, L., A New Model of World Trade, OECD, Economic Outlook, Occasional Studies, December 1973, pp.3-22.
- /84/ ADAMS, F.G., EGUCHI, H. and MEYER-ZU-SCHLOCHTERN, F., An Econometric Analysis of International Trade, OECD, Econometric Studies Series, January 1969.
- /85/ MUNDUCH, G., Modellierung des Welthandels, Diplomarbeit, Institut für Höhere Studien, Wien, 1976, mimeo.
- /86/ CHOW, G.R., Analysis and Control of Dynamic Economic Systems, John Wiley, New York, 1975.
- /87/ RICHY, G., Die Beschleunigung des Wirtschaftswachstums im Aufschwung 1957-1971, Monatsberichte, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Wien, Nr.4, 1972, pp.148-160.
- /88/ RICHY, G., Indikatoren der österreichischen Konjunktur 1950 bis 1970, Studien und Analysen, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Nr.4, Wien, 1972.

- /89/ SCHEBECK, F. und SUPPANZ, H., Ökonometrische Inflations-  
analyse für Österreich 1960/1975, Empirica, Nr.2, Wien,  
1974, pp.163-200.
- /90/ SUPPANZ, H., Lohndrift in Österreich, Monatsberichte,  
Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung,  
Wien, Nr. 7, 1972, pp.290-319.
- /91/ WÖRGÖTTER, A., Lohn- und Preisgleichungen für Österreich,  
Empirica, Nr.1, Wien, 1975, pp.57-77.
- /92/ WÖRGÖTTER, A., Lohn- und Preissysteme für Österreich,  
Technische Universität Wien, 1976, mimeo (vorläufige Fassung).
- /93/ SCHULTZE, Ch.L. and TRYON, J.L., Prices and Wages, in:  
J.S. Duesenberry, G.Fromm, L.R.Klein und E.Kuh, The Brookings  
Quarterly Econometric Model of the United States, North  
Holland, Amsterdam, 1965.
- /94/ RICHTER, P., Ökonometrische Untersuchung zum Inflationsproblem,  
Fischer Verlag, Stuttgart, 1967.
- /95/ SCHEBECK, F., SUPPANZ, H. und TICHY, G., Preis- und Wechsel-  
kurzindizes für den Export österreichischer Halb- und  
Fertigwaren, Empirica, Nr.2, Wien, 1974, pp.201-226.
- /96/ österreichisches Statistisches Zentralamt, Österreichisches  
Volkseinkommen 1973 und 1974, Beilage zu den Statistischen  
Nachrichten des Österreichischen Statistischen Zentralamtes,  
Wien, 1975.
- /97/ RICHTER, J. und TEUFFELSBAUER, W., Wirtschaftspolitische Blätter,  
Nr. 4 (1975), pp. 5-17.
- /98/ BARTEN, A.P., d'ALCANTARA, G. and CARRIN, G.J., COMMENT:  
A medium-term macroeconomic model for the European Economic  
Community, European Economic Review, Vol. 7 (1976), pp.63-115.

LITERATURVERZEICHNIS ZU TEIL B

- /1/ BAUMGART, R. und KRENGEL, R., Die industrielle Vermögensrechnung, Ergebnisse einer Neuberechnung des DIW, Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung, Beiträge zur Strukturforshung, Nr. 10, 1970, Duncker u. Humblot, Berlin.
- /2/ KIRNER, W., Zeitreihen für das Anlagevermögen der Wirtschaftsbereiche in der BRD, Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung, Beiträge zur Strukturforshung, Nr. 5, 1968, Duncker u. Humblot, Berlin.
- /3/ OEEC (Hrsg.), A Standardised System of National Accounts, Paris, 1952 (Deutsche Fassung: Ein Standardsystem volkswirtschaftlicher Gesamtrechnung, Bonn, 1952).
- /4/ UNITED NATIONS (Hrsg.), A System of National Accounts and Supporting Tables, Studies in Methods, Series F, No.2, New York, 1953.
- /5/ KAUSEL, A., Revision der Gesamtrechnung 1954-64, Kapitalstock-Abschreibungen, Statistisches Zentralamt, Wien, 1971, mimeo.
- /6/ KURTZ, E.B., Life Expectancy of Physical Property, Ronald Press, New York, 1930.
- /7/ MARSTON, A., WINFREY, R. and HEMPELBEAD, J.C., Engineering Valuation and Depreciation, Iowa State University Press, New York-Toronto-London, 1953.
- /8/ FINK, G. und SCHEMK, W., Die Berechnung des Brutto-Anlagevermögens in der österreichischen Industrie, gegliedert nach 20 Zweigen per 1.1.1955, Österreichisches Institut für Wirtschaftsforschung, Wien, 1975 (unveröffentlichtes Paper).
- /9/ Bundesgesetz vom 7. Juli 1954 über die Aufstellung von Schillingseröffnungsbilanzen und über die Umstellung, Bundesgesetzblatt, Jg. 1954, Stück 38, Nr. 190, pp.861-872.
- /10/ KAUSEL, A., Gutachten zur Neuberechnung des Kapitalstocks der Industrie (1955-1973), Statistisches Zentralamt, Wien, 1975, mimeo.