BEMERKUNGEN ZUM PROBLEM DER INDEX-KONSTRUKTION IN DER SOZIOLOGIE I

von

Ulrich WERNER

Forschungsbericht Nr. 89
März 1975

BEMERKUNGEN ZUM PROBLEM DER INDEXKONSTRUKTION IN DER SOZIOLOGIE I

Möglichkeiten der Indexbildung in COLEMAN's gruppendynamischer Kohärenztheorie im Rahmen eines systematischen Ansatzes zur Indexkonstruktion.

VORWORT

In der Ökonomie gibt es eine gewisse Tradition hinsichtlich der Darstellung des Problems der Indexkonstruktion. In der Soziologie tritt eine systematische Behandlung der Frage:" wieso ist der gewählte Index genau diese Funktion und nicht eine andere? " haufig noch in den Hintergrund, da die Skalierbarkeits- und Indikatordefinitionsprobleme oft noch nicht gelöst sind.

Das soll aber nicht zumindestens den Versuch für systematische theoretische Ansätze behindern; denn oft rückt ein neuer Modellansatz auch die Frage der Variablenselektion und der Variablenmessung einer Lösung näher, sodass also schliesslich auch eine Fruchtbarkeit hinsichtlich der praktisch-empirischen Forschung sich abzeichnet.

Im folgenden wird der Versuch unternommen, einen Index von COLEMAN von allgemeinen "Postulaten an Indizes" her zu sehen. Gewisse lerntheoretische Modelle und ein stochastisches Modell fur das Antwortverhalten bei Ja-Nein-Antworten erscheint in Kürze in einem zweiten Teil ("Bemerkungen zum Problem der Indexkonstruktion II"). Prof. J. Coleman, der im Juli 1974 eine Gastvorlesung am Institut fur Höhere Studien hielt, hatte selbst zu dieser Zweiteilung geraten. Über den ersten Teil hielt ich am 14. November 1974 am Institut f. Höhere Studien ein Kolloquium, über den zweiten Teil hielt ich am 2. November beim Deutschen Soziologentag in Kassel einen Vortrag.

Die Ermunterung zu dieser breiten Beschäftigung mit Indizes zur Kennzeichnung gruppendynamischer Situationen bezog ich aus Coleman's Kritiken zum Entwurf für diese Arbeit: "....concerning the factorisation of the "strength of belief" measure (= Teil I) and the development of an expected waiting time model (=Teil II), I think that the development and the application of Rasch's conception is first-rate".

Es ist auch bereits eine "Beispielsammlung zur Indexkonstruktion" im Entstehen (im Anschluss an meine Vorlesungen uber Indexkonstruktion a.d. Universität Wien und am Institut f. Höhere Studien). In dieser werden verschiedenste Indizes, welche in der Soziologie und Sozialpsychologie gebräuchlich sind bzw. zur Verwendung vorgeschlagen wurden, kurz vorgestellt und hinsichtlich allgemeiner theoretischer Postulate untersucht. Für die Beschäftigung mit diesem Problem, dessen Schwierigkeit durch die "Praxis des Gebrauchs" oft verschleiert wirt, gibt es keine Rezepte; deshalb kann die vorliegende Studie als eine Ergänzung zu dieser Beispielsammlung, welche an einem speziellen Beispiel ausführlich gewisse statistische Probleme illustrieren soll, angesehen werden.

I) EINLEITUNG

EINIGE ALLGEMEINE BETRACHTUNGEN ZUR INDEXKONSTRUKTION

Die Konstruktion eines Index kann aufgefasst werden als die Reduktion eines n-dimensionalen Merkmalsraumes R^n in einen Raum R^m, wobei $m < n$.[1] Meist ist $m = 1$ (vgl. die Preisindizes von Laspeyres und Paasche [2], wo $\{p_1, p_2, \ldots, pn\}$, die Preise von n Gütern eines Warenkorbes, als Punkt in einem R^n dargestellt werden können, wohingegen der Preisindex ein Punkt innerhalb des Kontinuums R^1 der reellen Zahlen ist).

In der Soziologie liegt meist ein Messniveau vor, das "niedriger" als dasjenige einer Intervallskala ist [3]. Nimmt man dann, dem klassischen Beispiel des Formalisierungsversuches der G.C. HOMANS'schen Gruppentheorie durch H.A. SIMON [4] folgend, zumindestens ein Intervallskalenniveau für die soziologischen (bzw. sozialpsychologischen) Variablen als "Quasi-Voraussetzung" an, so kann man, dem zunächst ökonomischen Problemstellungen entnommenen "Indifferenzkurvenmodell" [5] folgend, das kartesische Produkt der möglichen Realisierungen der n Variablen bilden und dann eine homomorphe Abbildung der n - Tupel vollziehen.

Eine Interpretation mittels eines einfachen Beispiels gemäss R. MAYNTZ [6] möge dies verdeutlichen: für die Messung der "Arbeitsplatzzufriedenheit" A und der "Lohnzufriedenheit" L in einem Betrieb benützen wir die drei Werte 0, 1, 2 im Sinne einer "rating-scale" (0= geringste Zufriedenheit). Dann ist die "Betriebszufriedenheit" B_v einer Person V definiert als $B_v = A_v + L_v$ $(v = 1, 2, \ldots)$

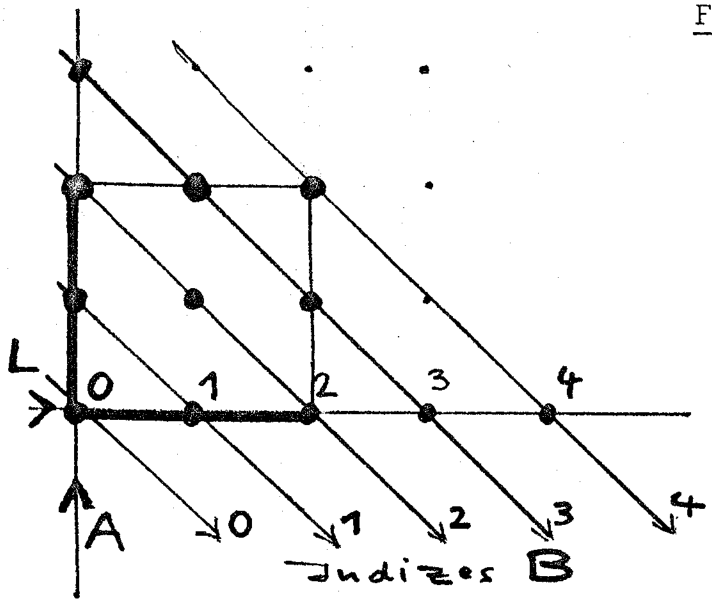


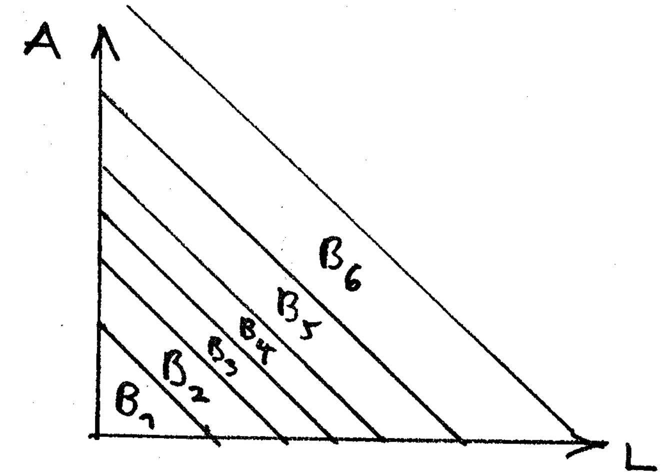
Fig. 1: Indexkonstruktion für die Betriebszufriedenheit B als Funktion von A und L

Die 9 geordneten Paare ("2-Tupel") des R^2 werden homomorph abgebildet auf 5 Indizes. (Der Wertevorrat von B besteht aus den 5 Zahlen 0 bis 4). Bei der "isometrischen Linie" [7] B = 2 besteht das Problem, ob die Paare (0,2) und (2,0) wirklich in derselben Weise als soziologisch "äquivalent" auffassbar sind (Problem der äquivalenten Sachverhalte bei der Konstruktion von Masszahlen, vgl. J. PFANZAGL und S. KOLLER [8]). Jedenfalls wird man sich zunächst von rein soziologischen Plausibilitätsbetrachtungen, insbesondere durch die systematische Herausarbeitung "extremer" Fälle leiten lassen, um zu erweisen, dass

$B_v = f(A_v, L_v) = \alpha A_v + \beta L_v + \gamma A_v L_v + \ldots\ldots$ mit $\alpha = \beta = 1$ und $\gamma = 0$ ein "praktisch" mehr oder weniger "brauchbarer" Index ist. Man bedenke, dass diese TAYLORsche Reihenentwicklung und mithin der "lineare Ansatz" als erste Approximation auf jeden Fall gerechtfertigt ist! Man sollte dabei in den Vordergrund schieben, dass $B_v = A_v + L_v$ auf jeden Fall eine Begriffsbildung [9] repräsentiert, die allerdings je nach einer gewählten Untermenge der Menge aller Zahlenpaare $(A_v, L_v) = (i, j)$ $0 \leq i, j \leq 3$ eine verschiedene sein kann! Man könnte dies eine Abhängigkeit des durch einen Index repräsentierten Begriffs vom "Definitionsbereich"

(Unterraum des R^n) nennen; die Adäquatheit und "Sensitivität" [10] eines Index könnte durch solche Definitionsbereiche zum Ausdruck kommen. Umgekehrt: konstruiert man Bereiche B_i die man als "Indifferenzstreifen" bezeichnen könnte, wobei jeder der Bereiche B_i einen "äquivalenten Sachverhalt" angeben soll, so könnte man hier bereits diese "Sensitivität" durch eine verschiedene Breite der Indifferenzstreifen berücksichtigen. Eine formale Analogie:

Fig. 2:



vgl. die grössere Sensitivität der Abszissenwerte der Normalverteilung in der Umgebung des Erwartungswertes

Definitionsbereiche B_i, denen derselbe Index J_i zugeordnet ist: $B_1 \xrightarrow{11)} J_1$ = sehr geringe Berufszufriedenheit ("Indifferenzstreifen")

$$B_1 = \{ A_v , L_v \in A \times L \,/\, \alpha A_v + \beta B_v \leq L_1 \} \rightarrow J_6 =$$

überaus hohe Berufszufriedenheit, entsprechend

$$L_5 \leq \alpha A_v + \beta B_v \leq L_6$$

Eine solche Auffassung würde in der Soziologie wegen der "niedrigen" Skalenniveaus (infolge derer es bereits eine modellmässige Unterstellung wäre, in Fig. 2 statt der Geraden $\alpha A_v + \beta B_v = \text{const.}$

Indifferenz"kurven" der hyperbelartigen Form $A_v = \frac{1}{B_v}$ etwa als "die" richtige Alternative zu zeichnen) einen weiteren Beleg des von P. LAZARSFELD in vielfachen Zusammenhängen gedachten Grundkonzepts "Messen heisst klassifizieren" darstellen.

Wenn wir das Problem von der Gewinnung empirischer Indikatoren her sehen, so müßte man unterscheiden zwischen "objektiven" Syndromen A und L, wie sie etwa eine Faktoren- oder Clusteranalyse liefern würde, und dem "subjektiven" psychologischen Erleben einer multifaktoriellen Bedingtheit der Betriebszufriedenheit (die nicht ebenso bifaktoriell zu sein braucht). Im Sinne einer faktorenanalytischen Linearkombination wären dann etwa bei $\alpha_W A_v + \beta_W L_v$ = Faktorengewichtung 1 + Faktorengewichtung 2 $\frac{1}{\alpha_W A_v}$ und $\frac{1}{\beta_W L_v}$ die beiden Gewichtszahlen, welche auf einen Indikator "Wechseltendenz" (objektiv gemessen u.a. durch Suchen, Rezipieren und Beantworten von Stellenangeboten) hinweisen könnten. Die Faktorengewichtung 1 könnte eher in der Tendenz zum Suchen anderer Hauptbeschäftigungen, die Faktorgewichtung 2 eher in der Tendenz zum Suchen von Nebenbeschäftigungen zum Ausdruck kommen (da die Nebeneinkunft erzwungenermaßen im Hauptberuf nicht erwerbbar ist). Die beiden Gewichtungen sind zwei Indikatoren aus einer sehr großen Indikatorenmenge eines nach L.L. THURSTONE sogenannten "domain". Hingegen sind subjektive Gewichte α_{Wi} und β_{Wi} solche, welche sich etwa aus der Inhaltsanalyse eines Tiefeninterviews über die Bedeutung von A und L her schätzen ließen. Es besteht dann das Problem der Korrespondenz zwischen subjektiven und objektiven Gewichtszahlen, wie es für die Intelligenzfaktoren bereits näher analysiert wurde, jedoch auch für gewisse sozialwissenschaftliche Probleme ebenso [12)] erkenntnistheoretisch wesentlich sein kann.

Geht man "more geometrico" im Sinne eines "formalisierten Gedankenexperiments" [13)] vor, so kann man einfach Art und Anzahl der Faktoren, welche als Variable den Wert eines Index bestimmen, postulieren; dies wäre ein (vorhin erwähnter) domain. Die Faktorenanalyse würde bemüht sein, ihren Zusammenhang in einer Korrelationsmatrix zu erfassen.

Dieses Vorgehen verwendet J. COLEMAN auch im Kapitel 16 ("The Study of Logical Implications") in seinem Werk "Introduction to Mathematical Sociology" [14]. Die Art in der die so postulierten Faktoren (deren Anzahl gemäß dem Ökonomieprinzip "entia non sunt multiplicanda" ein Minimum sein sollte bei gleichzeitiger Wahrung des "Orthogonalitätspostulats") als Variable in eine Funktion eingehen, wird oft "voluntaristisch" [15] bestimmt. In Fig. 1 wäre die Funktion der zwei Faktoren A und L eine Linearkombination $\alpha A + \beta L$ mit $\alpha = \beta = 1$. (Deshalb konnte dort L_1 bis L_6 auf der Abszisse eingezeichnet werden). Häufig begründen sich verschiedene Indexkonstruktionen durch verschiedene Argumentationen über "Gewichte" wie α und β (bei den oben erwähnten Preisindizes waren die Gewichte verbrauchte Mengen) ohne nach einer allgemeineren Klasse von Funktionen F (A, L) als einer Linearkombination zu fragen. Die Validierung für eine gewählte Spezifikation von F erfolgt meist durch Plausibilitätsargumente bzw. oft durch eine jeweils entsprechende mehr oder weniger "repräsentativ" gewählte Untermenge wichtiger soziologischer Postulate, welche im soziologischen Explicandum [16] enthalten sind. Verschieden gewählte Untermengen ergeben aber oft widersprüchliche Forderungen an die zuletztgenannte Funktion F !! Oft wird nur eine Menge oder eine Vereinigungsmenge von Untermengen als Definitionsbereich zugrundegelegt, ohne daß man dieses eklektische Verfahren der Auswahl von Mengen als "Entscheidung" explizit angibt. Denn die Vereinigungsmenge der gewählten Mengen ist oft nur eine Untermenge des kartesischen Produkts $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$, wenn wir den Index $J = F(x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n)$ schreiben und die x_i als eindimensional "skalierbar" voraussetzen. Die Vereinigungsmenge ist dann der Definitionsbereich der Funktion. Ein einfachstes Beispiel mit $n = 2$, (auch eine Ungleichung wie $n < 3$ ist bereits eine "Entscheidung") $x_1 = A$ und $x_2 = L$ mag dies illustrieren:

Bildet man das Produkt A.L als Index J^*, so gelten zwar bei der Funktion $J^* = F(A,L) = A \cdot L$ die hinreichenden Bedingungen $A = 0 \rightarrow J^* = 0$, $L = 0 \rightarrow J^* = 0$, $A = L = 0 \rightarrow J^* = 0$, was soziologisch sicher sehr plausibel ist (ist zumindest einer der zwei Faktoren A oder L extrem niedrig, so muß auch die Betriebszufriedenheit extrem niedrig sein). Hingegen gilt bei $A' = 2A$ und $L' = 2L$ $A' \cdot L' = 4 \cdot A \cdot L$, beim Index $J = A + L$ aber $A' + L' = 2(A + L)$. Der Index J ist also im Gegensatz zum Index J^* durch einen "distributiven Operator"[17] definierbar: eine Verdopplung beider Faktoren A und L führt zu einer Verdopplung von J, was im Falle, daß sowohl A als auch L beträchtlich größer als Null sind, eine adäquate Annahme ist. Natürlich könnte man soziologische Argumente dafür anführen, daß eine Nichtlinearität (etwa in dem Sinn: Verdopplungen von A und L führen zur Vervierfachung von J) angemessen sei. Die subtileren skalierungs- und nutzentheoretischen Unterstellungen hier würden aber A und L in der allgemeineren Beziehung

$$J_1^* = \alpha \cdot A \cdot \beta \cdot L = \alpha \cdot \beta \cdot A \cdot L = (\alpha \beta) \cdot J^*$$

wiederum besonderen Einschränkungen des Definitionsbereiches in der A - L - Ebene unterwerfen. (In unserem vorigen Illustrationsbeispiel war $\alpha = \beta = 2$). Es wäre denkbar, für verschiedene Untermengen der A-L-Ebene verschiedene Indizes J, J^*, J_1^* und so fort zu definieren, bei denen, abstrakter formuliert, verschiedene "Operatoren" wirksam werden, welche z.B. J in J_1^* überführen. (Vielleicht tragen solche Formulierungen mittels des Begriffs "Operator" bei einfachen Modellen der Indextheorie zur Formulierung der Modellannahmen ebenso bei wie in der Lerntheorie[18]). Verschiedene Untermengen einander widersprechender soziologischer Postulate, als "Anforderungen = Wunschliste an einen Index" formuliert, wären dann auf eine entsprechende Unterteilung des von denjenigen Variablen aufgespannten Raumes abgebildet, welche in den Index eingehen.

J. COLEMAN [19] geht jedoch prinzipiell weit über eine mehr oder weniger geschickt gehandhabte "Kunst des Indexkonstruierens" hinaus, indem er ein stochastisches Modell für einen Index einführt: ist p_{ii} "strength of belief" in der Gruppe, welche durch den Index i gekennzeichnet sei, p_i der Anteil dieser Gruppe in der Gesamtpopulation und β_i die Wahrscheinlichkeit, ein Fremdgruppenmitglied mit einer anderen "Meinung" zurückzuweisen, so gilt auf Grund der Ableitungen nach seinen Überlegungen

$$J = p_{ii} = F(p_i, \beta_i) = \frac{p_i}{1 - (1 - p_i)\beta_i}$$

<u>Nachdem</u> man diese Funktion F konstruiert hat, läßt sich zwar zeigen, daß sie adäquate Eigenschaften hat, beispielsweise:

$$\min p_{ii} \Leftrightarrow \beta_i = 0$$

$$\max p_{ii} \Leftrightarrow \beta_i = 1$$ (Begriff der "adäquaten Indexschranken");

daß die Funktion F aber die Summe einer unendlichen geometrischen Reihe ist, läßt sich nur mehr aus einem stochst. queuing-Modell erklären; sonst hätte man wohl kaum diese obige spezielle Funktion F (p_i, β_i) angesetzt.

Ich möchte daher zwischen einer "postulatadäquaten", einer "modelladäquaten" [20] (z.B. wie hier stochastischen) und drittens noch einer "gesetzesadäquaten" Konstruktion von Indizes unterscheiden.

Ein Beispiel für einen "gesetzesadäquaten" Index: nimmt man an, daß die Einkommensverteilung eine logarithmische Normalverteilung ist, so kann diese durch <u>einen</u> einzigen Parameter (hinsichtlich der Einkommenskonzentration)

$$\alpha(x_0) = \alpha = \text{const.}$$

(das Pareto Maß [21]) gekennzeichnet werden. Denn unter der Voraussetzung der logarithmischen Normalverteilung gilt:

in $P(E > x_0) = \frac{c}{x_0^{\alpha(x_0)}}$ ist $\alpha(x_0)$ von x_0 unabhängig! ($P(E > x_0)$ ist der Anteil der Einkommensträger mit einem größeren Einkommen als der jeweiligen unteren Einkommensgrenze x_0).

Abschließend zu diesem kurzen allgemeinen Aufriss einiger Aspekte der Indexkonstruktion muß erwähnt werden, daß wir einen Index wie p_{ii} hinsichtlich einiger allgemeiner "Anforderungen an Indizes" [22] betrachten können: Es gilt $p_i \leq p_{ii} \leq 1$, mithin ist die "Normierung" (der Wertevorrat des Index, definiert durch Indexschranken) abhängig von p_i (und der Index liegt nicht etwa wie beim quadrierten Korrelationskoeffizienten, im von weiteren Parametern unabhängigen Intervall $[0,1]$ des Determinationskoeffizeinten). Eine sogenannte "Vollständigkeit des Definitionsbereiches" ist gegeben, denn p_{ii} ist für alle $0 \leq p_i \leq 1$ und $0 \leq \beta_i \leq 1$ definiert, (bei $p_i > 0$).
Schreibt man multiplikativ faktorisierend $p_{ii} = \varphi_{ii} \cdot p_i$ mit $\varphi_{ii} \geq 1$, wobei $\varphi_{ii} = \frac{1}{1 - q_i \beta_i}$ mit $q_i = 1 - p_i$, so sieht man: bei $q_i = \beta_i$ bringt eine Veränderung (mit Symmetrie der "Sensitivität") von q_i um den Betrag Δ dieselbe Veränderung von φ_{ii} wie die Veränderung von β_i um denselben Betrag Δ. Das soziologische Problem, welcher Gruppenzuwachs Δp_i denselben Zuwachs Δp_{ii} bringt wie ein Zuwachs $\Delta \beta_i$, ist sicher von praktischer Relevanz. Es ist dann ein soziologisches Problem, inwiefern d. Inkremente $\Delta \beta_i$ und Δp_i als "äquivalente Sachverhalte" aufgefaßt werden können, falls $p_{ii} + \Delta p_{ii} = F(p_i + \Delta p_i, \beta_i) = F(p_i, \beta_i + \Delta \beta_i)$

$\Delta \beta_i > 0$ wäre als "Zuwachs der Widerstandskraft", $\Delta p_i > 0$ als "Zuwachs der Population" mit "gleichen" neuen Mitgliedern denkbar.

Es besteht hier also eine gewisse Möglichkeit, die oben genannte Eigenschaft der (stochast.) "Modelladäquatheit" eines Index J = F durch seine "Postulatadäquatheit" zu validieren!! Zumindest aber kann man in dieser Weise erforschen, welche zusätzlichen soziologischen Postulate das Modell impliziert (in diesem Zusammenhang spräche man wohl besser von Hypothesen statt von Postulaten). Im Folgenden wollen wir zunächst "Postulate" an den Index $J = F(p_i, \beta_i)$ formulieren; die Modellannahmen im Sinne eines "modelladäquaten" Index werden wir dann als "Interpretationen" einiger Begriffe dieser Postulate formulieren. Damit soll versucht werden, begrifflich klarer zwischen Deduktionen bei Hypothesen in Modellen und soziologischen Postulaten zu unterscheiden, als es in der Regel vorgenommen wird. Nur begrifflich klare Trennungen zwischen verschiedenen Methodologien der Indexkonstruktion können helfen, zu einer Entmischung und Differenzierung einer auf verschiedenste Weisen zustandegekommenen Unzahl von Indizes beizutragen.

II) EINE ZWEIFAKTORENTHEORIE ZUR KENNZEICHNUNG DER STÄRKE SOZIALER NORMEN IN EINER GRUPPE

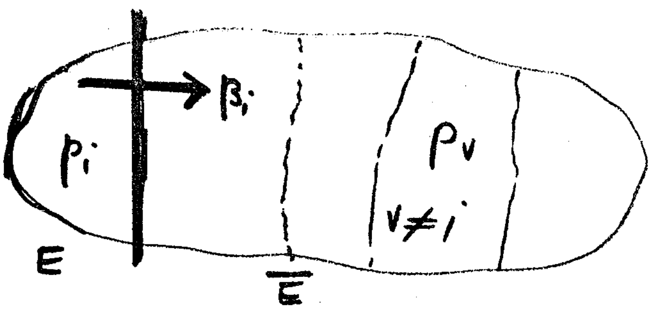
Zum Zustandekommen der Überzeugungsstärke und somit der Kohärenz einer Gruppe ("strength of norm"; "strength of belief" werden synonym verwendet und eigentlich durch den Index "operational" definiert) nimmt J. COLEMAN [23] zunächst nur zwei Faktoren als ausschlaggebend an: p_i den Anteil der Gruppe G_i an der Gesamtpopulation G und die gruppenspezifische Wahrscheinlichkeit β_i, ein Nichtmitglied aus der Gruppe $G - G_i = \bar{G}_i$ zurückzuweisen. ("May it be true or not, but for present purposes let's assume, that it is true" Coleman l.c., a.a.O.) Die Gruppe G_i bestehe aus n_i Personen P_v mit der Einstellung E, die Gesamtpopulation aus N Mitgliedern, mithin können wir schreiben:

$$G_i = \{ \underset{E}{P_1}, \dots, \underset{E}{P_{n_i}} \}$$

$$\bar{G}_i = \{ \underset{\bar{E}}{\bar{P}_1}, \dots, \underset{\bar{E}}{\bar{P}_{N-n_i}} \}$$

E bedeutet dabei eine bestimmte Einstellung, $\bar{E}$ bedeutet im Simme eines dichotomen Merkmales "eine andere Einstellung als E"

Wenn $\bar{G}_i$ aus k - 1 Gruppen besteht ($k \geq 2$) und wir die relativen Anteile der Gruppe mit p_μ bezeichnen, so gilt $\sum_{\mu=1}^{k} p_\mu = 1$. Wir können die Situation wie folgt veranschaulichen:



Dichototome Charakterisierung einer Meinung in der Gesamtpopulation

Fig. 3: Die Gruppe G_i mit dem Anteil p_i, der Rückweiswahrscheinlichkeit β_i u. der Einstellung E gegenüber anderen Gruppen p_v ($v \neq i$), welchen die Einstellung $\bar{E}$ zugeordnet ist.

Die Zweifaktorentheorie für die Überzeugungsstärke s_i einer Gruppe mit dem Index i läßt sich somit hinsichtlich ihrer Grundannahme folgendermaßen formulieren:

Postulat A: $\beta_{il} = \beta_i$ $(i = 1, \ldots\ldots, n_i \;;\; l =$ Personenindex)

Ausführlicher ausgedrückt: es gibt keine interindividuelle Variation der Ablehnungsstärken; dieser "psychologische" Faktor der interindividuellen Streuung, welcher etwa durch eine Beta-Verteilung (Dichte: $\frac{1}{B\,(a,b)} \beta^{a-1} (1-\beta)^{b-1}$

B (a,b) = Betafunktion)

des Parameters β approximiert werden könnte, ist, zuliebe der "soziologischen" Betrachtungsweise auf eine Ein-Punkt-Verteilung reduziert. (Andere analoge Beispiele in der mathemat. Soziologie ließen sich aufzählen). Immerhin ließe sich $\beta = \beta_i$ als der Erwartungswert einer Beta-Verteilung ($= \frac{a}{a+b}$) auffassen. (Man beachte eine zweite Interpretationsmöglichkeit: im Sinne einer idealen Gruppenkonformität ist $\beta_{ilt} = \beta_{il}$ und β variiert i.a. von Situation zu Situation, was durch den Zeitparameter t zum Ausdruck kommt)

Postulat B: $s_i = f\,(\beta_i, p_i)$

In Worten: Die Überzeugungsstärke s_i in der Gruppe G_i ist eine stetige Funktion von β_i und dem Gruppenanteil p_i. Der zweidimensionale Merkmalsraum (Punktmenge im Quadrat von der Seitenlänge 1) wird auf einen eindimensionalen reduziert. Die "Sensibilitätseigenschaft" dieses Index lautet, grob anschaulich ausgedrückt: beliebig kleinen Änderungen von β_i bzw. p_i entsprechen auch nur beliebig kleinen Änderungen von s_i.

Postulat C: Es gilt : $\frac{\partial p_i}{\partial \beta_i} = 0$ und $\frac{\partial \beta_i}{\partial p_i} = 0$

Erklärung: Soziologisch wäre denkbar, daß "systemtheoretisch" $s_i = f\left[\beta_i\,(p_i),\ p_i\,(\beta_i)\right]$ gilt, d.h. β_i ist selbst wieder eine Funktion von p_i;

etwa: die Rückweis~~e~~tendenz ist eine (in gewissen Bereichen monoton wachsende) Funktion β_i (p_i) von p_i. Das in Postulat C vorausgesetzte Verschwinden der entsprechenden beiden partiellen Differentialquotienten schließt eine solche Abhängigkeit für beide "unabhängigen" Variablen p_i und β_i aus.

Postulat D: Es soll stetige Funktionen f_1 und f_2 geben, welche p_i bzw. β_i in einen "Größenfaktor" g_i und einen "Rückweisetendenzfaktor" r_i transformieren, also: $g_i = f_1 (p_i)$ und $r_i = f_2 (\beta_i)$. Diese Transformationen sollen die Eigenschaft haben, daß $s_i = f(\beta_i, p_i) = f_1(\beta_i) + f_2(p_i) = r_i + g_i$.
Mit anderen Worten: wir postulieren, daß unser einfaches Zweifaktorenmodell die einfachste lineare Gestalt

$$\underline{s_i = r_i + g_i}$$

("additive Desaggregation" eines Index) aufweist, wobei s_i, r_i und g_i entsprechend zu definierende Indizes für die Gruppenkohärenz, die Rückweistendenz und die Gruppengröße sind.

Wie man sich leicht überlegen kann, scheiden einfachste Indizes wie $s_i = p_i + \beta_i$ (f_1 und f_2 wären dann also identische Abbildungen) oder $s_i = p_i \cdot \beta_i$ aus soziologischen Überlegungen aus (man betrachte Grenzfälle mit $p_i = \varepsilon$ und $\beta_i = 1 - \varepsilon$; der erste Index gibt inadäquate isometrische Linien, der zweite macht den Wirkungseinfluß von β_i von der Gruppengröße p_i abhängig). Man beachte, daß man bei der Konstruktion solcher "trivaler" Indizes gar nicht von der (0,1)-Normierung von β_i und p_i Gebrauch machen müßte!! Wir werden zeigen, daß ein "modelladäquater" Index, in dem β_i und p_i als Wahrscheinlichkeiten interpretiert sind, folgende Gestalt hat (dies formulieren wir hier als Behauptung):

$$s_i = \ln \frac{p_{ii}}{1-p_{ii}} \quad , \quad g_i = \ln \frac{p_i}{1-p_i} \quad r_i = \ln \frac{1}{1-\beta_i}$$

dabei ist per definitionem $p_{ii} = \dfrac{p_i}{1 - (1 - p_i)\beta_i}$.

Beachten wir die Definition des "Logit" $z = \ln \dfrac{p}{1-p} =$
$=$ Log p als Umkehrfunktion der logistischen Funktion

$$p = \frac{1}{1 + e^{-z}} = \frac{e^z}{1 + e^z}$$

welche in der Biometrie [24], wie auch neuerdings in der Psychometrie [25] und allgemeinen sozialwiss. Messproblemen [26] Anwendung findet, so können wir auch schreiben

$$[\mathrm{Log}\, p_{ii}] = [\mathrm{Log}\, p_i] + [\mathrm{Log}\, \beta_i + (-\ln \beta_i)]$$

wobei jeder Ausdruck in eckiger Klammer der Reihe nach die Indizes s_i, g_1, r_i angibt; bei r_i wurde von der Umformung

$$\ln \frac{1}{1-\beta_i} = \ln \frac{1}{\beta_i} \cdot \frac{\beta_i}{1-\beta_i}$$

Gebrauch gemacht, um zu zeigen, welche Bedeutung der Logit-Transformation bei der Erfüllung von Postulat D zukommt: bis auf die additive Konstante $\ln \frac{1}{\beta_i} = -\ln \beta_i$ ergibt sich die Summationseigenschaft $s_i = g_i + r_i$ dadruch, daß jeder der drei Indizes als "Logit-Transformation" aufscheint. "Klassische" Normalverteilungsannahmen und entsprechende "Probit-Transformationen" $z = \Phi^{-1}(p)$ ($\Phi(z)$: Verteilungsfunktion der auf z standardisierten Normalverteilung) würden dem Additivitätspostulat D nicht entsprechen.

Schreiben wir die Indentität $s_i = r_i + g_i$ in der Form

$$\mathrm{Log}\, p_{ii} = \mathrm{Log}\, p_i - \ln \alpha_i$$

mit $\alpha_i = 1 - \beta_i$; so sehen wir, daß sich unser Zweifaktorenmodell in einem "Doppel-Logit-System" (vgl. den Begriff: "doppelt-logarithm. Darstellung") als Gerade darstellen läßt, wobei $\ln \alpha_i < 0$ der Logarithmus naturalis der "Akzeptierungswahrscheinlichkeit" α_i ist.

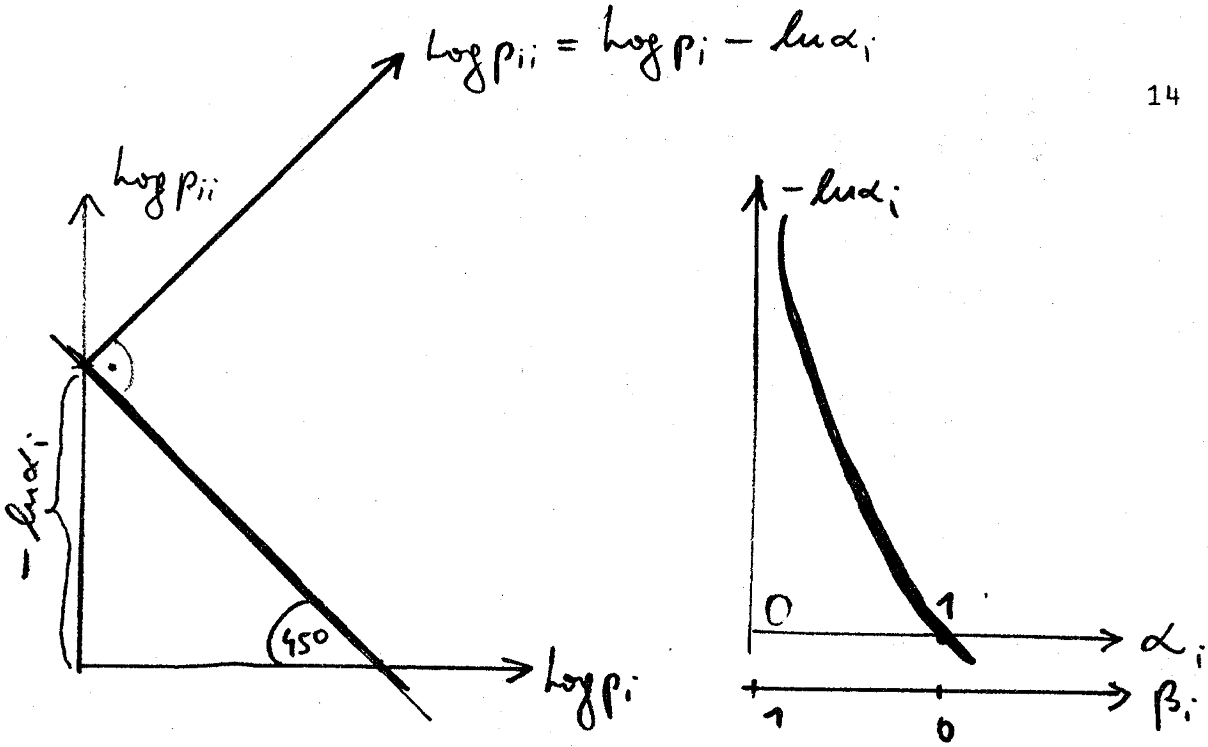


Fig. 4: Zur nomographischen Darstellung des Zweifaktorenmodells mittels der Punkt-Anstiegs-Form einer Geraden (g)

Man vergleiche den grundlegenden Unterschied zwischen unserer linearen Dekomposition für S_i und einer soziologisch "postulatadäquaten" Kausalformel $B_v = A_v + L_v$ für Betriebs- Arbeits- und Lohnzufriedenheit für die Person V. In der Formel für s_i sind im Gegensatz zur Formel für B_v alle Variablen messtheoretisch definiert und hier als Wahrscheinlichkeiten (bzw. relative Häufigkeiten) normiert. Schon die Klasse der Formeln für s_i wird dadurch in einem weitaus größeren Maße eingeschränkt als die für B_v. An sich könnten wir die oben als "Behauptung" angegebenen Formeln für die funktionalen Verknüpfungen der Glieder des Tripels (s_i, r_i, g_i) einfach als "Definition" gelten lassen und nachher sehen, ob hier "passende" Eigenschaften erfüllt sind. Dies würde in gewissem Sinne dem entsprechen, was G. MENGES [27] als "Sachlogik" bezeichnet. Der von ihm hervorgehobenen "Zahlenlogik" würde es etwa entsprechen, wenn wir auf Grund unserer Definitionsgleichung $s_i = r_i + g_i$ die Frage stellen würden: Wie müssen die Indizes s_i und r_i in einem einzigen Index zusammengefaßt werden, damit man g_i erhält? Die Antwort lautet:

aus $\operatorname{Log} p_{ii} = \operatorname{Log} p_i - \ln \alpha_i$

folgt $\ln \alpha_i \frac{p_{ii}}{1-p_{ii}} = \operatorname{Log} p_i = g_i$

oder

$$\alpha_i \frac{p_{ii}}{1-p_{ii}} = \frac{p_i}{1-p_i}$$

Daraus allein kann man erschließen, daß p_{ii} eine Funktion beider Variabler p_i und β_i sein muß und mithin ein "Aggregatindex" ist, der selbst wieder als Index für "strength of belief" aufgefaßt werden kann.

Man kann dann das Problem folgendermaßen auffassen: gegeben sei der Kohärenzindex $p_{ii} = p_i \left[1 - (1-p_i)\beta_i\right]^{-1} = \varphi(p_i, \beta_i)$. Wir suchen eine Funktion Φ mit der Eigenschaft, daß $\Phi[p_{ii}] = g_i + r_i$ (Forderung nach "additiver Separierbarkeit") und fassen $\Phi(p_{ii})$ als neuen Kohärenzindex s_i auf. Die Frage lautet also dann: Gibt es eine Funktion Φ derart, daß in $\Phi[p_{ii}] = \Phi[\varphi(p_i, \beta_i)]$ Indizes g_i und r_i, die ihrerseits nur von p_i und β_i abhängig sind, "additiv separierbar" sind. Bevor wir auf die Frage in IV) näher eingehen, soll eine "axiomatische" Fundierung für unsere Indexbildungen gesucht werden.

III) EINE AXIOMATISCHE FUNDIERUNG DES ZWEIFAKTOREN-MODELLS

Wir stellen Axiome auf, durch welche Eigenschaften von Indizes definiert werden; dies entspricht der ZIEGLER-schen Formulierung "Indizes sind ja nichts anderes als Begriffsbildungen" [28]: Wir geben "definierende Relationen" an. Ein wesentlicher, hier versuchter Schritt besteht in Folgendem: der "postulatadäquaten" Formulierung der Axiome werden jeweils Formulierungen von Interpretationen zugeordnet. Diese Zuordnungsregel könnte man cum grano salis als eine "Korrespondenzregel" (üblicher terminus technicus) bezeichnen:

$$\text{Axiome} \xrightarrow{\text{Korrespondenzeigenschaft}} \text{Interpretation.}$$

Die Interpretation ist eine (hier stochastisch) "modelladäquate"; durch die ausdrückliche Trennung Axiom - Interpretation soll, um es anders auszudrücken, zwischen Annahmen, welche der Deskription einerseits und der Explikation andererseits zugrundeliegen, schärfer unterschieden werden:

<u>Axiom I:</u> Für die Gruppe G_i mit dem Populationsanteil $0 < p_i < 1$ gibt es einen Index $0 \leq \beta_i \leq 1$, welcher die "Rückweisetendenz" von Mitgliedern aus G_i gegenüber Nichtmitgliedern hinsichtlich einer Einstellung E mißt, die nur von Personen aus G_i vertreten wird. β_i ist umso größer, desto größer die Rückweisetendenz ist. Falls man diese mit R_i bezeichnet, so wäre also $\frac{\partial \beta_i}{\partial R_i} > 0$, falls man R_i als "isoliert" annimmt. β_i würde dann eine Normierung von R_i bedeuten). - Komplementär dazu ist der Index für die "Akzeptierungstendenz" $\alpha_i = 1 - \beta_i$
Hinsichtlich E gilt das "Alles- oder Nichts-Gesetz": Einstellung vorhanden oder nicht vorhanden (dichotome Nomi-

nalskalierung).

Man möge beachten, welche Implikationen in diesen scheinbar "sowieso evidenten" Formulierungen enthalten sind [29]: $\beta_i \in [0,1]$ bedeutet, daß wir eine soziologische Variable auf das gesamte Kontinuum der reellen Zahlen (in einem abgeschlossenen Intervall) abbilden. Dies ist eine keineswegs selbstverständliche "Begriffsbildung". $\alpha_i = 1-\beta_i$ bedeutet, daß wir ausschließen, daß eine neue Variable (Akzeptierungstendenz) unabhängig von einer Rückweisetendenz wirksam wird. (Die Kenntnis von α_i liefert keinerlei zusätzliche Information bei Kenntnis von β_i): eine sozialpsychologisch keinesfalls selbstverständliche Annahme, welche ebenfalls kennzeichnend ist für die Einfachheit unseres Zweifaktorenmodells.

Axiom II: Es gilt $p_{ii} = p_i \cdot \varphi^* (p_i , \beta_i)$

p_{ii} ist hiebei eine Index für die Gruppenkohärenz, der also proportional dem Gruppenanteil p_i ist (eine soziologisch sicher nicht für alle p_i gleich realitätsnahe bzw. plausible Behauptung). Der Proportionalitätsfaktor, nämlich die Funktion $\varphi^*(p_i, \beta_i)$ muß folgende drei Eigenschaften aufweisen:

$II_a)$ $\varphi^* (p_i , 0) = 1$

$II_b)$ $\varphi^* (p_i , 1) = \frac{1}{p_i}$

$II_c)$ $\frac{\partial \varphi^*}{\partial \beta_i} > 0$

Durch $II_a)$ und $II_b)$ wird definiert, wann $p_{ii} = p_i$ bzw. $p_{ii} = 1$ ist ("Indexschrankenbedingungen") und durch $II_c)$ gesichert, daß auch für alle anderen β_i stets $p_{ii} \in [p_i , 1]$ gilt. (Die für diesen Schluß notwendigen Stetigkeits- und Differenzierbarkeitseigenschaften von φ^* seien vorausgesetzt).

Setzen wir $\varphi_1^* = \frac{\varphi (p_i , \beta_i)}{p_i} = \frac{p_{ii}}{p_i}$ gemäß der in Abschnitt II) gegebenen Definitionsformel für $\varphi(p_i, \beta_i)$ so erhalten wir $\varphi_1^* = \frac{1}{1-(1-p_i)\beta_i}$ als eine der Funktionen, welche den Forderungen II_a) bis II_c) genügt.

Wir geben nun die angekündigten "Interpretationen", welche zum Colemanschen Modell mit $p_{ii} = \varphi(p_i, \beta_i) = p_i\, \varphi_1^*(p_i, \beta_i)$ führen.

Hinsichtlich soziologischer Interpretations- und Anwendungsmöglichkeiten, deren Diskussion eine eigenes Kapitel ausmachen soll [30)], sei im Anschluß an Fig. 3 darauf hingewiesen, daß die "Gegengruppe" G_i mit der anderen Einstellung E (es gilt $\bar{\bar{E}} = E$) auch Plakate, Postwurfsendungen etc. sein können, denen man zufällig begegnet. COLEMAN zieht als Illustration ein Beispiel mit k = 2 heran: zwei religiöse Gruppen, Baptisten und Methodisten, stehen einander gegenüber. Gerade bei einem solchen Beispiel religiöser Gruppen (Sekten) kann man sich sehr gut vorstellen, daß Gruppen mit kleinem p_i eine starke Rückweisetendenz β_i haben; andererseits kann man sich bei dem von uns gegebenen Beispiel vorstellen, daß große Gruppen eine geringe Akzeptierungstendenz gegenüber der "Propaganda" durch kleine religiöse Sekten haben (Postwurfsendungen von Sekten in einem katholischen Land etwa).

Es ist also durchaus möglich, daß die Träger der Einstellung E Personen und die Träger der Einstellung $\bar{E}$ (Massen-) Kommunikationsmittel sind. Die Merkmale E und $\bar{E}$ "begegnen" einander durch Zufall in einer "well mixed population". Hierbei wird von der Möglichkeit der Einführung eines Wartezeit- und Verweilzeitmodells abgesehen. Man könnte dann sagen, p_{ii} ist ein Index für die "Gesamtsituation". Zur Illustration fügen wir Fig. 3 noch eine erklärende Skizze hinzu:

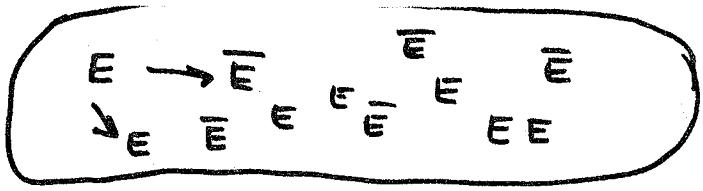


Fig.5 : Ein Zufallsmodell. Die Merkmale E und $\bar{E}$ nach Durchmischung im Urnenmodell. "Startet" E links oben, so kann z.B. E oder E (zwei Pfeile) als "nächstliegend" begegnen (entweder man geht zur nächstliegenden Straßenecke, wo jemand politische Propagandaflugzettel austeilt oder man kommt an eine "leere Ecke"; unser Modell macht aber keine Voraussetzungen hinsichtlich "nächstliegende" Distanzen!)

Nun die modelladäquate ("staochastische") Interpretation der Axiome:

Interpretation I (zu Axiom I): β_i ist eine Wahrscheinlichkeit, so wie sie im Axiomsystem von Kolmogoroff definiert ist. Man beachte: Hiedurch gewinnt ein partieller Differentialquotient wie $\frac{\partial \varphi(p_i, \beta_i)}{\partial \beta_i}$ (Zunahme der "Überzeugungsstärke" mit der "Abwehrtendenz") eine wesentlich bessere meßtheoretische Fundierung als dies etwa bei der Formalisierung qualitativer Aussagen durch H.A. SIMON [31] der Fall ist, wo etwa Aktivität = A und Sympathie = F ohne operational gesicherte Angaben meßtheoretische Eigenschaften (zumindestens hinsichtlich des Skalenniveaus) von A und F in Operationen wie

$$\frac{\partial f(A, F)}{\partial A} \quad \text{oder} \quad \frac{\partial f(A, F)}{\partial F}$$

weiter charakterisiert werden (J = f (A, F) als Interaktionshäufigkeit kann zwar bei entsprechender Definitionsvorschrift gemessen werden, die Funktion F aber wäre dabei erst postulatadäquat zu definieren).

Interpretation II: p_i ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich zwei Einstellungsträger mit der gleichen Einstellung E durch Zufall begegnen (vgl. Fig.5). Unter der Voraussetzung von Zufallsziehungen im Urnenmodell ist die Wahrscheinlichkeit hiefür $\frac{n_i - 1}{n_i + (N - n_i) - 1}$)

ein Ausdruck der praktisch gleich p_i ist (bzw. sich asymptotisch p_i bei wachsendem n_i und N annähert).

Hiedurch gewinnt es seinen plausiblen soziologischen Sinn, $p_{ii} = p_i \cdot \varphi$ zu betrachten: p_i ist die "Bekräftigungswahrscheinlichkeit" der Einstellung G durch Treffen eines anderen Gruppenmitgliedes und geht deshalb als Proportionalitätsfaktor in p_{ii} ein.

Kurz können wir schreiben:

Interpret. I:	β_i	$= P$	(=Wahrscheinlichkeit)
Interpret. II:	p_i	$= P_{EE}$	(=Begegnungswahrscheinlichkeit).

IV) DIE FAKTORISIERBARKEIT NACH G. R A S C H IM ZWEIFAKTORENMODELL VON J. C O L E M A N

Coleman gewinnt p_{ii} im Sinne der "Interpretation II" durch eine unendliche geometrische Reihe [32)]

$$p_{ii} = p_i + (1-p_i)\beta_i p_i + (1-p_i)^2 \beta_i^2 p_i + \dots = \sum_{v=1}^{\infty} p_i (1-p_i)^{v-1} \cdot \beta_i^{v-1}$$

(Wahrschein., einem Gruppenmitglied bei "1. Versuch" zu begegnen plus Wahrsch., einem Fremdgruppenmitglied zu begegnen, dieses zurückzuweisen und dann, beim "2. Versuch" - dessen Stattfinden vorausgesetzt wird - einem Gruppenmitglied zu begegnen plus Wahrscheinlichkeit für zweimaliges Begegnen und Abweisen des Fremdgruppenmitglieds und Treffen eines eigenen Gruppenmitglieds beim "3. Versuch"; das Unternehmen weiterer "Versuche" ist hiebei impliziert immer wieder vorausgesetzt und soziologisch keineswegs selbstverständlich).

Summation der unendlichen Reihe ergibt: $p_{ii} = \dfrac{p_i}{1-(1-p_i)\beta_i} = \varphi(\beta_i, p_i)$

(Betrachtet man β_i als Parameter, so ist $\beta_i \cdot p_{ii}$ die erzeugende Funktion der geometr. Verteilung mit $(1-p)^{n-1}\,p \quad (n \geq 1)$, worin man einen tieferen Grund für die unten gezeigte "Faktorisierbarkeit" sehen könnte [33)]).

Unter Faktorisierbarkeit verstehen wir [34)] hier die Tatsache, daß folgende Beziehung gilt:

$$p_{ii} = \varphi(\beta_i, p_i) = \frac{z(\beta_i, p_i)}{1 + z(\beta_i, p_i)} = \frac{x(\beta_i)\, y(p_i)}{1 + x(\beta_i)\, y(p_i)}$$

Es gilt also die Darstellungsmöglichkeit: $p_{ii} = \frac{z}{1+z}$ wobei die Funktion $z(\beta_i, p_i) = x(\beta_i)\; y(p_i)$, als das Produkt zweier von β_i bzw. p_i abhängiger Funktionen darstellbar ist. Die Richtigkeit dieser Behauptung ergibt sich sofort, wenn wir $x(\beta_i) = \dfrac{\beta_i}{1-\beta_i} \cdot \dfrac{1}{\beta_i}$

und $y \quad (p_i) = \dfrac{p_i}{1 - p_i}$ setzen (man beachte die keineswegs selbstverständlichen Strukturähnlichkeiten von x und y).

Ausführlich:

$$p_{ii} = \frac{\dfrac{p_i}{1-p_i} \cdot \dfrac{1}{1-\beta_i}}{1 + \dfrac{p_i}{1-p_i} \cdot \dfrac{1}{1-\beta_i}} = \frac{x \cdot y}{1 + x \cdot y}$$

Demgemäß gibt die Darstellungsweise durch die logistische Funktion [34]:

$$p_{ii} = \frac{e^{\ln x + \ln y}}{1 + e^{\ln x + \ln y}} = \frac{e^{g_i + r_i}}{1 + e^{g_i + r_i}}$$

aus der sofort folgt $\ln \dfrac{p_{ii}}{1-p_{ii}} = g_i + r_i$

Setzt man nun $\ln \dfrac{p_{ii}}{1-p_{ii}} = s_i$, so haben wir mithin die einfache Indexkonstruktion $s_i = g_i + r_i$ stochastisch begründet: Index für Normenstärke = Index für Gruppengröße + Index für Gruppenkohärenz,

quod erat demonstrandum.

Wir verweisen darauf, daß bei dieser Ableitung nicht einfach ein logistisches Skalierungsmodell vorausgesetzt wurde (vgl. Bemerkung [34]), sondern daß sich diese modelladäquate Indexkonstruktion auf Grund einer Faktorisierbarkeit der Funktion $\varphi\ (\beta_i, p_i)$ ergab, die keineswegs selbstverständlich ist, denn $\varphi\ (\beta_i, p_i)$ wurde ja auf Grund derjenigen Modellvorstellungen gewonnen, welche in den Fig. 3 und 5 illustriert sind und nicht direkt mit den "Einzigartigkeitsbedingungen" zusammenhängen, auf Grund derer sich das eindimensionale Rasch-Modell ergibt. Man könnte also fast von einer "Validierung" des COLEMAN-Modells durch RASCH-Bedingungen sprechen - oder auch umgekehrt!

Ohne Logit-Ausdrücke wie $\ln \frac{p_{ii}}{1-p_{ii}}$ läßt sich diese fundamentale Eigenschaft einfach durch die folgende Produktformel schreiben: $\frac{p_{ii}}{1-p_{ii}} = \left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \cdot \left(\frac{1}{1-\beta_i}\right)$

Jeder der Klammerausdrücke läßt sich aber als Erwartungswert einer geometrischen Verteilung denken:
Die durchschnittl. Wartezeit, bis einmal ein Gruppenmitglied aus G_i "Nein" zur gruppeneigenen Einstellung E sagt, ist gleich der durchschnittl. Wartezeit bis zum Treffen eines Fremdgruppenmitgliedes mal der durchschnittl. Wartezeit (Urlistenzählung hier: 0, 1, 2 ....), daß die Meinung $\overline{E}$ akzeptiert wird, nachdem der andere Einstellungsträger getroffen wurde.

Schreibt man: $\frac{p_{ii}}{1 - p_{ii}} = \frac{p_i}{1 - p_i} \cdot \frac{1}{\alpha_i}$ so ist

$\frac{p_i}{1 - p_i}$ $\frac{1}{\alpha_i}$ der Erwartungswert einer negativen Binomialverteilung, sodaß also zwei Deutungsmöglichkeiten bestehen: die obige Produktformel. welche wir hier kurz in der Form $E_{p_{ii}} = E_{p_i} . E_{\beta_i}$ schreiben wollen und eine "direkte" Formel $E_{p_{ii}} = E_{p_i, \alpha_i}$
Die genauere Formulierung dieses Aspekts mittles stochastischer Variabler, die vielen soziologischen Deutungsmöglichkeiten und die sich daraus ergebenden Möglichkeiten experimenteller Versuchsanordnung (die nicht auf einem "Ja" oder "Nein" zu E in einem Fragebogen, sondern auf der Wartezeit auf ein oder $\frac{1}{\alpha_i}$ Nein beruhen) müssen eigens dargestellt werden, ebenso die dynamischen, z.T. lerntheoretischen Modelle, in denen β_i und p_i nicht mehr als zeitkonstant angesehen werden.

Hier sollten nur einige Möglichkeiten untersucht werden, einen Index als Variablenaggregat in einem Zweifaktorenmodell aufzufassen, wobei wir ein einfaches gruppendynamisches Modell zugrundelegten.

Zum Schluß veranschaulichen wir zur Verdeutlichung unserer Ergebnisse, wie sich unsere formale Theorie auf soziologische (sogar: makrosoziologische) Konstrukte anwenden ließe und damit zur Begriffsexplication (R. CARNAP [36]) beitragen kann. Wir betrachten den von COLEMAN definierten Begriff des "kulturellen Gleichgewichts" [37]. Dieser Begriff läßt sich (im Gegensatz zu von COLEMAN herangezogene allgemeinen Kurven [38]) in einem "Doppelten Logit-System", wie es in unserem 2. Kapitel geschildert wurde, in einfachster Weise durch Schnittpunkte von Geraden in einem Normogramm zahlenmäßig charakterisieren.

Wir betrachten ein Beispiel mit $k = 3$: wenn auch im allgemeinen $p_i \neq p_j$ für $i \neq j$ gilt, so lautet die Equilibriumsbedingung in jedem Fall $p_{11} = p_{22} = p_{33} = \text{const.}$

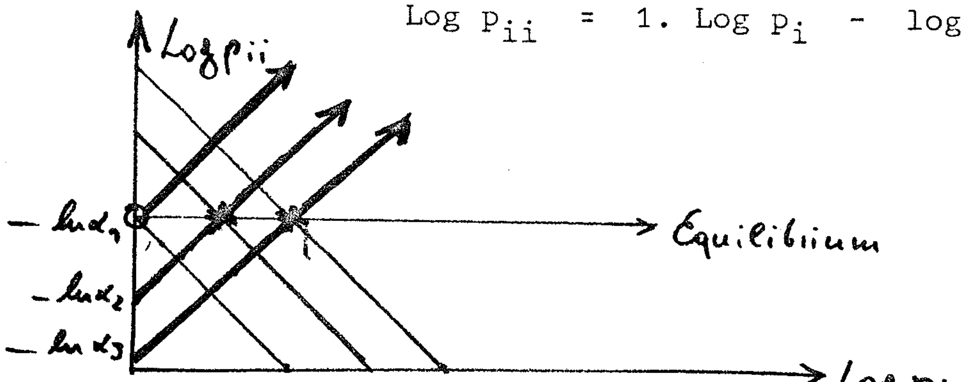
Wir nehmen an, daß $p_1 < p_2 < p_3$ gilt, genauer:

$p_1 = 0,2 \qquad p_2 = 0,3 \qquad p_3 = 0,5$

Ein relativ geringer Gruppenumfang (wie bei p_1) muß also gemäß der Equilibriumsbedingung durch eine entsprechend relativ starke Gruppennorm "kompensiert" werden.

Einer ordinalen Beziehung $p_1 < p_2 < p_3$ muß also die Ungleichungskette $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ bzw. $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$ entsprechen. Unsere Betrachtungen geben uns die Möglichkeit, diese Relationen in einem linearen System genauer zu metrisieren:

$$\text{Log } p_{ii} = 1.\ \text{Log } p_i - \log \alpha_i$$



Zum

Fig. 6: Begriff des "kulturellen Gleichgewichts".

o .... gegebener Punkt

x .... auf Grund der Gleichgewichtsbedingung gefundener Punkt

$-\ln \alpha_i >$ o .... Index für Akzeptierungsintensität

Dieses Beispiel möge zeigen, daß die Hoffnung, in der mathematischen Soziologie durch einigermaßen "adäquat" definierte Indizes die verbal oft sehr komplexen soziologischen Begriffe kritisch zu prüfen und u. U. ihre sehr eingeschränkte Anwendbarkeit zu erweisen wohl berechtigt sein kann; oft wird der rein formalen Darstellungsweise vorgehalten, daß in ihr die "Komplexität des Allgemeinbegriffes" nicht eingeht. Könnte nicht aber umgekehrt eine wie hier geübte formale Betrachtungsweise zeigen, daß die "globale Komplexität" soziologischer Begriffe und Theorien oft näher spezifizierbar ist und dadurch dazu beitragen, daß ein Begriffssystem, unter entsprechenden Einschränkungen und Vorbehalten angewandt, umso fruchtbarer und intersubjektiv akzeptierbarer und verstehbarer ist ? Von daher gesehen erscheinen geisteswissenschaftliche Soziologie und mathematische Soziologie keine Gegensätze, sondern einander wechselseitig unterstützende Disziplinen.

V. ANMERKUNGEN UND LITERATURHINWEISE

1) ZIEGLER, Rolf, Typologien und Klassifikationen, in: Günther Albrecht, Hansjürgen Daheim, Fritz Sack (Hrsgl.), Soziologie. Sprache, Bezug zur Praxis, Verhältnis zu anderen. Wissenschaften (Festschrift f. René Konig), Opladen 1973.
(Hier wird ausführlich auf das Charakteristikum eines Index "Reduktion eines mehrdimensionalen Merkmalsraumes" eingegangen). Allgemeine Betrachtungen finden sich auch im Kapitel 8:" Problem des Indexbildung" in:
E.K. SCHEUCH - H. ZEHNPFENNIG: Skalierungsverfahren in der Sozialforschung, in: Handbuch der empirischen Sozialforschung, Hg. von René Konig, Band 3a, dtv, Enke, Stuttgart 1974 (3. Aufl.). Dort auch viele neueste Literaturzitate.

2) PFANZAGL, Josef, Allgemeine Methodenlehre der Statistik, Bd. I, 5. Aufl. 1972. Kap. 5
Berlin: Walter de Gruyte, Sammlung Goschen, Bd. 5746.

3) WERNER, U. Stochastische Skalierungsmodelle, Hektogr. Skriptum des Inst. f. Höhere Studien, Wien 1972.

4) ZIEGLER, Rolf, Theorie und Modell, München-Wien 1972, Kapitel 5.
Eine Übersetzung des Originalartikels findet sich in:
MAYNTZ, Renate, Formalisierte Modelle in der Soziologie, Luchterhand 1967

5) vlg. WOLL, Artur, Allgemeine Volkswirtschaftslehre. München: Franz Vahlen, 1974, S. 92 ff (4. Aufl.)

6) vlg. MAYNTZ, Renate, Kurt HOLM und Peter HÜBNER, Einführung in die Methoden der empirischen Sozialforschung, 3. Aufl., Opladen 1972, S. 44 ff

7) COLEMAN, James S., Introduction to Mathematical Sociology. London: The Free Press of Glencoe, 1964. S. 79 ff. (Skizzen mit isometrischen Linien bei Indizes)

8) Vgl. PFANZAGL, Hinweis 2.) S. 36 und KOLLER, S.: Zur Problematik des statistischen Messens, Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 40, 1956, S. 316-340

9) vlg. Hinweis 28.)

10) "Sensitivität eines Index" kann noch in einem anderen Sinn definiert werden: sei $J = f(x_1 \ldots x_i \ldots x_n)$ der Index J im n-dimensionalen Merkmalsraum mit den Punkten $\{x_1 \ldots x_i \ldots x_n\}$ Geht nun x_i in $x_i' = x_i + \Delta x$ über, so geht im Falle $J = \frac{\sum x_i}{n}$ der Index J in $J' = J + \frac{\Delta x}{n}$ über. Die Differenz $J' - J$ ist hier ein Mass für die Sensitivität des Lokalisations-Index, die der Median im Gegensatz zum arithmetischen Mittel nicht aufweist.

11) vgl. ZIEGLER, R., Hinweis 2.), S. 14

12) vgl. das Vorwort in U. WERNER. Zur denkpsychologischen Interpretation faktoren-analytisch gewonnener Intelligenzfaktoren, Forschungsbericht No. 20, Institut f. Höhere Studien, Wien 1968

13) vgl. ZIEGLER, R. Hinweis 4.), Kap. 2

14) vgl. COLEMAN, J. Hinweis 7.), S. 479

15) vgl. SCHEUCH-ZEHNPFENNIG, Hinweis 1.), S. 98

16) Zum Begriff "Explicandum" vgl. den Artikel "Wissenschaftstheorie" im Band 11 der Fischer-Lexikon-Serie ("Philosophie")

17) Zum Begriff "distributiver Operator": A. OSTROWSKI, Vorlesungen uber Differential- und Integralrechnung, Band I, Basel: Birkhauser 1965 (2. Aufl.), S. 50

18) Zur Lerntheorie: C.H. COOMBS, R.M. DAWES, A. TVERSKY: Mathematical Psychology. New Yersey: Prentice-Hall, 1970, Kapitel 9

19) COLEMAN, Hinweise 7.) und 14.)

20) Auch die Personenausstattung ξ_v und der Itemparameter σ_i im RASCH-Modell wären dann als "modelladäquate" Indizes aufzufassen (vgl. G. FISCHER, Psychologische Testtheorie. Bern: Hans Huber 1968. Kap. 3. Neuauflage 1974 unter dem Titel: Einführung in die Theorie psychologischer Tests.)

21) E. P. BILLETER, Grundlagen der Elementarstatistik. Wien: Springer 1970, S. 142

22) Vgl. etwas das Kapitel "Patterns" in J. GALTUNG, Theory and Methods of Social Research, New York: Columbia University Press 1969 (Inzwischen Paperback-Ausgabe)

23) J. COLEMAN, Hinweis 7.), S. 480

24) B.L. van der WAERDEN, Mathematische Statistik. Berlin: Springer 1971 (3. Aufl.), S. 217

25) vgl. Hinweis 20.)

26) G. RASCH: An Individualistic Approach to Item Analysis. In :P.F. LAZARSFELD - N.W. HENRY, Readings in Mathematical Social Science, The M.I.T. Press, 1968

27) Vgl. S. 342 ff. in G. MENGES - H.J. SKALA: Grundriss der Statistik, Teil 2: Daten. Westdeutscher Verlag Opladen 1973

28) vgl. Hinweis 4.), S. 47

29) Eine ganz kurze Einführung in die Eigenschaften eines Axiomen-Systems gibt H. MESCHOWSKI, Einführung in die moderne Mathematik, Mannheim, B.I.-Hochschultaschenbuch Nr. 75/75 a, 1966, Kapitel 1

30) Siehe das "Erwartungsmodell fur Fragenbeantwortung" in U. WERNER, Bemerkungen zum Problem der Indexkonstruktion II

31) vgl. Hinweis 4.)

32) vgl. Hinweis 7.), S. 485

33) vgl. Hinweis 30.)

34) Man vgl. auch das Kapitel: "Ein probabilistisches Modell zur Messung sozialer Normen" von W. KEMPF. In: W. KEMPF: Probabilistische Modelle in der Sozialpsychologie. Wien, Hans Huber 1974 (wo gleich vom logistischen Modell ausgegangen wird)

36) vgl. Hinweis 16)

37) vgl. Hinweis 7.), Kapitel 16,5

38) vgl. 37.) S. 488/49