

NICHTLINEARE ÖKONOMETRIE
(PROGRAMME UND ANWENDUNGEN)

Peter FLEISSNER
Karlheinz HIETLER

Forschungsbericht Nr. 69

Juli 1972

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Einleitung	1
2. Auflösung nichtlinearer ökonomischer Modelle	2
2.1. Reduktion des Gleichungssystems	2
2.2. Lösungsverfahren	4
2.2.1. Stochastisches Lösungsverfahren	5
2.2.2. Fletcher-Powell-Verfahren	7
2.2.3. Conjugate-gradient-Verfahren	11
2.2.4. Gauss-Seidel-Verfahren	15
2.3. Anwendungsbeispiel	19
3. Parameterschätzung nichtlinearer Funktionen	23
3.1. Schätzmethode	23
3.2. Anwendungsbeispiel	23
Literaturliste	26
Anhang	
I. Programmbeschreibung NLMODL: Lösung teilweise nichtlinearer ökonomischer Modelle	
II. Programmbeschreibung UNIVAT (im System UNIRUN): Parameterschätzung nichtlinearer Funktionen	
III. Dokumentation	
IV. Kartenfolge zu Anwendungsbeispiel 2.3.	

NICHTLINEARE ÖKONOMETRIE

(Programme und Anwendungen)

1. Einleitung

In den letzten Jahren wurden am Institut für Höhere Studien auf dem Sektor Ökonometrie hauptsächlich lineare Einzelgleichungen und lineare Modelle behandelt. Die bei Einzelgleichungen auftretenden Nichtlinearitäten der Parameter wurden aus Gründen der einfacheren Schätzung - die Normalgleichungen stellen im linearen Fall lineare Gleichungssysteme dar - wegdiskutiert und vernachlässigt. Durch Transformation der Variablen auf relative Differenzen wurde häufig neben der Trendbereinigung eine Linearisierung der Parameter erreicht. Analoges geschah bei ökonometrischen Mehrgleichungsmodellen. Hier wurden entweder die Nichtlinearitäten a priori ausgeklammert oder aber durch Reihenentwicklung und Abbruch nach der ersten Näherung auf eine lineare Variante zurückgeführt. Die Vorteile linearer Modelle sind neben der mathematischen Einfachheit die im allgemeinen eindeutige Lösbarkeit von linearen Systemen sowie die explizite Darstellung der Reduzierten Form-Matrix. Andererseits ist der Geltungsbereich linearer Strukturen oft sehr eingengt und kann zu schwerwiegenden Fehlschlüssen bei extremen Werten der Variablen führen. Die typischen Lösungen von linearen dynamischen ökonometrischen Modellen beschränken sich auf gedämpfte oder ungedämpfte sinusförmige Schwingungen beziehungsweise exponentiellen Anstieg oder Abfall. Nichtlineare Modelle lassen ein viel reicheres Spektrum von Möglichkeiten im Zeitablauf zu.

In dieser Arbeit sollen Programme zur Schätzung von Funktionen mit nichtlinearen Parametern und zur Auflösung nichtlinearer Gleichungssysteme beschrieben werden. Beide Aspekte werden an Hand konkreter Beispiele erläutert.

Wertvolle Anregungen für das Behandeln von Nichtlinearitäten in der Ökonometrie erhielten die Verfasser durch die Vorlesungen von Professor L. Klein und J. Plasmans am Institut für Höhere Studien.

2. Die Auflösung nichtlinearer ökonomischer Modelle

2.1. Reduktion des Gleichungssystems

In ökonomischen Modellen treten die endogenen Variablen häufig linear oder auch in nichtlinearer Transformation auf. Das dieses Modell beschreibende Gleichungssystem kann in zwei Teilsysteme zerlegt werden. Das erste Gleichungssystem besteht aus jenen Gleichungen, deren entsprechende endogene Variablen nichtlinear transformiert im Modell vorkommen. Die nichtlinearen Transformationen der endogenen Variablen werden als Hilfsvariable zu den im Modell vorkommenden prädeterminierten Variablen hinzugefügt, sodaß ein formal lineares Gleichungssystem entsteht. Das erste Gleichungssystem wird nun mit Hilfe eines nichtlinearen Verfahrens bei gegebenem prädeterminierten Vektor nach den endogenen Variablen aufgelöst. Die so errechneten endogenen Variablenwerte werden in das zweite Gleichungssystem eingesetzt. Daraus folgen sofort die Werte für die endogenen Variablen, die im Modell ausschließlich linear vorkommen.

Den Ausgangspunkt bildet die Strukturform

$$(1) \quad Yy = Xx \quad .$$

$Y: [G.G]$
 $X: [G.K]$
 $y: [G.1]$
 $x: [K.1]$

Partitionierung führt zu

$$(2) \quad Y \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

- $y_1[G_1.1]$... Vektor der endogenen Variablen, die nichtlinear transformiert im Modell vorkommen;
- $y_2[G_2.1]$... Vektor der endogenen Variablen, die ausschließlich linear im Modell vorkommen;
- $x_1[K_1.1]$... Vektor der ursprünglichen prädeterminierten Variablen;
- $x_2[K_2.1]$... Vektor der Hilfsvariablen, die durch nichtlineare Transformation der endogenen Variablen entstanden sind.
- $x_2 = \vec{f}(y_1)$

Durch Prämultiplikation des Gleichungssystems (1) ergibt sich formal die reduzierte Form

$$(3) \quad y = Y^{-1}Xx = \bar{\Pi}x$$

Partitionierung analog Gleichung (2) ergibt

$$(4) \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \bar{\Pi} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\pi}_{11} & \bar{\pi}_{12} \\ \bar{\pi}_{21} & \bar{\pi}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

oder

$$(5) \quad y_1 = \bar{\pi}_{11}x_1 + \bar{\pi}_{12}x_2 = c_1 + \bar{\pi}_{12}\vec{f}(y_1)$$

$$(6) \quad y_2 = \bar{\pi}_{21}x_1 + \bar{\pi}_{22}x_2 = c_2 + \bar{\pi}_{22}\vec{f}(y_1)$$

Die Auflösung von (5) ergibt den Fixpunkt y_1^* bei gegebenem prädeterminierten Vektor x_1 . Die verschiedenen Verfahren zur Auflösung von (5) werden in 2.2. ausführlich beschrieben. y_1^* wird nun in (6) eingesetzt. Daraus resultieren die Werte für den zweiten Teil des endogenen Vektors, y_2^* .

Die Inversion in Gleichung (3) wird überflüssig, wenn man alle auf der rechten Seite einer Gleichung vorkommenden endogenen Variablen bzw. ihre nichtlinearen Transformationen

als Hilfsvariable x_2 definiert. Dann wird Gleichung (6) leer und es ist ausschließlich das Gleichungssystem (5), das nun aus G Gleichungen besteht, zu lösen. Da ein rein lineares Modell einen Spezialfall eines nichtlinearen Modells darstellt, gilt:

$$(7) \quad y = [I-Y]y + Xx \quad I[G.G] \dots \text{Einheitsmatrix}$$

Mit

$$\begin{aligned} y_1 &:= y \\ x_2 &:= y \\ \pi_{11} &:= X \\ \pi_{12} &:= I-Y \end{aligned}$$

folgt ebenfalls die Gleichung (7) aus der Gleichung (5). Bei größeren Modellen ($G > 40$) kann die Inversion der Matrix Y numerische Schwierigkeiten bereiten. In diesem Fall empfiehlt sich das oben angegebene Verfahren in Verbindung mit dem Gauss-Seidel Algorithmus, der nachstehend beschrieben wird.

2.2. Lösungsverfahren

Wie in 2.1. beschrieben, erfolgt die Lösung des Gleichungssystems (1) in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird (5) aufgelöst, im zweiten Schritt wird die Lösung von (5) in transformierter Form, x_2 , in Gleichung (6) eingesetzt. In diesem Abschnitt werden ausschließlich Lösungsverfahren zur Lösung von (5) behandelt, wobei (5) von folgender Gestalt ist:

$$(8) \quad y_o = g(y_i) \quad \begin{array}{l} y_o[G_1.1] \dots \text{Outputvektor} \\ y_i[G_1.1] \dots \text{Inputvektor} \end{array}$$

Gesucht ist der Fixpunkt von (8) $y^* = y_o = y_i$.

Zur Lösung von (5) bzw. (8) stehen folgende Verfahren zur Auswahl:

(1) Ein stochastisches Lösungsverfahren

Dieses Verfahren erweist sich als robust gegenüber Veränderungen der Anfangswerte. Es ist für alle stetigen vektorwertigen Funktionen geeignet, auch wenn die partiellen Ableitungen nicht existieren. Dieses Verfahren kann mit Erfolg zur Eingrenzung des Bereiches der Anfangswerte verwendet werden, mit denen die Verfahren (2) - (4) starten.

(2) Fletcher-Powell-Verfahren

(3) Conjugate gradient-Verfahren

(2) und (3) dienen zur Minimierung einer Funktion in mehreren Variablen. Durch entsprechende Umformungen des Gleichungssystems können die beiden Verfahren zur Funktionsminimierung auch hier angewandt werden. In beiden Fällen ist aber die Bildung der partiellen Ableitungen der nichtlinearen Transformationen notwendig.

(4) Das Gauss-Seidel-Verfahren

Dieses in der ökonomischen Praxis häufig verwendete Verfahren erfordert keine Gradientenbildung. Unter Umständen kann die Reihenfolge, in der die einzelnen Gleichungen aufgeschrieben werden, die Konvergenz bzw. Konvergenzgeschwindigkeit verändern. Üblicherweise kann der Fixpunkt in vier bis zehn Schritten aufgefunden werden, wenn man ein Verfahren zur Konvergenzbeschleunigung (AITKEN's Δ^2 -Algorithmus) einführt.

2.2.1. Stochastisches Lösungsverfahren

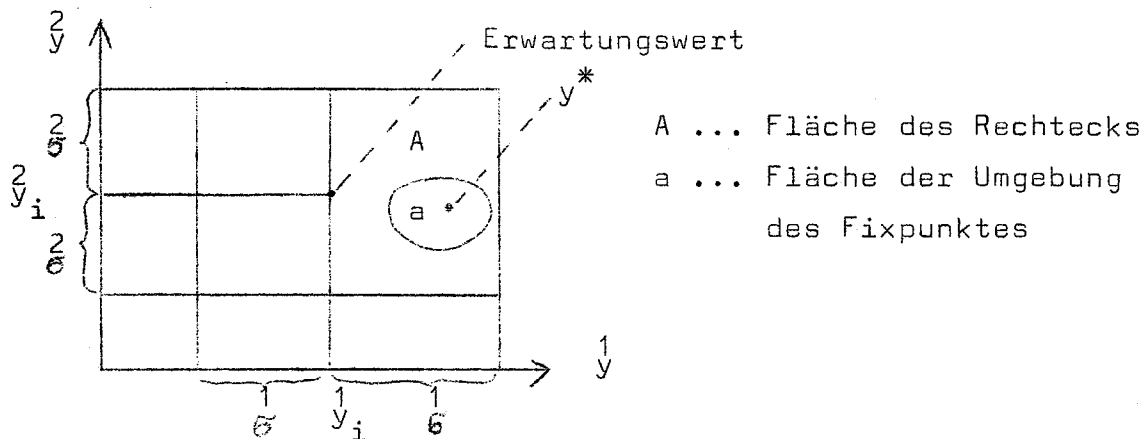
Bei diesem Verfahren gestaltet sich der Programmablauf in folgenden Stufen:

- (1) Eingabe von Erwartungswerten und Streubreiten für den gleichverteilten multivariaten Zufallsgenerator.
- (2) Der Zufallsgenerator produziert G_1 voneinander unabhängige Werte für die Komponenten des Vektors y_i .
- (3) Über das nichtlineare Gleichungssystem werden die Komponenten des Outputvektors y_o errechnet.
- (4) Bestimmung der Summe der Absolutbeträge der Differenz zwischen den Komponenten von Outputvektor y_o und Inputvektor y_i .
- (5) Es folgen k Versuche beginnend von (2) bis (4).
- (6) Jener Inputvektor, der den kleinsten Abstand vom Outputvektor besitzt, wird neuer Erwartungswertvektor für (1).
- (7) Reduktion der Streubereichbreite
- (8) Ist der Abstand zwischen Input- und Outputvektor $< \epsilon$, stop; ansonsten Rückkehr zu (1) mit den in Stufen (6) und (7) errechneten Werten.

Anmerkung: Bei ökonomischen Modellen empfiehlt sich als Erwartungswert für (1) der Vektor der endogenen Variablen des letzten beobachteten Zeitpunktes.

Der Streubereich wird in diesem Programm um einen konstanten Betrag (0,9) reduziert. Eine Abänderung auf variable Reduktion ist jedoch jederzeit möglich.

Da die Auswahl der Anfangswerte zufällig erfolgt, können für die Erreichbarkeit der Umgebung des Fixpunktes wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen herangezogen werden.



Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Versuch a zu erreichen, ist $p = \frac{a}{A}$. Die Wahrscheinlichkeit, nach k Versuchen a nicht erreicht zu haben, ist $(1-p)^k$. Die Wahrscheinlichkeit, a erreicht zu haben, ist daher $P = 1 - (1-p)^k$.

z.B.: $P = 0,95$

$p = 0,10$

$$0,95 = 1 - \left(1 - \frac{1}{10}\right)^k$$

$$0,05 = (0,9)^k \Rightarrow k \approx 29$$

=====

Das heißt, mit einer Einzelwahrscheinlichkeit von $\frac{1}{10}$ erreicht man innerhalb von 29 Versuchen mit 95 % Wahrscheinlichkeit a.

Allgemein läßt sich nach obigen Formeln bei gegebener Einzelwahrscheinlichkeit und gegebenem Sicherheitsniveau die Versuchszahl k errechnen.

2.2.2. Fletcher-Powell-Verfahren

In diesem Abschnitt werden die Grundzüge des Fletcher-Powell-Verfahrens dargestellt. Nähere Details sind [3], [5], [9] zu entnehmen.

Die Fletcher-Powell-Methode (FP) ist so konstruiert, daß bei der Optimierung einer quadratischen Funktion das FP-Iterationschema in genau n Iterationen zur optimalen Lösung konvergiert. Das FP-Verfahren ist ein modifiziertes Gradienten-Verfahren, wobei bei jeder Iteration Informationen zur Konstruktion der Hessischen Matrix Verwendung finden. Bei komplizierteren (nicht-quadratischen) Funktionen liefert das FP-Verfahren eine Approximation der Hessischen Matrix in der Umgebung des Optimums. Die Verwendung bzw. Approximation der Hessischen Matrix läßt erkennen, daß im Gegensatz zum steepest-descent-Verfahren zweite Ordnung-Information (bzw. Approximation) in die Berechnung eingeht.

Den Ausgangspunkt bildet eine quadratische Funktion in n Variablen

$$(2.1) \quad f(x) = c'x + x'Dx \quad \left. \begin{array}{l} c \dots \\ x \dots \end{array} \right\} \text{n-dimensionale Vektoren}$$

$$\nabla f = 0 \text{ bei optimalem Punkt } D[n.n]$$

$$(2.2) \quad \nabla f(x)_j = c + 2Dx = 0 \quad f \dots \text{ als unimodal angenommen}$$

Lösung ergibt x^* :

$$(2.3) \quad x^* = -\frac{1}{2}D^{-1}c$$

Im allgemeinen kann diese einfache Technik nicht verwendet werden, weil keine quadratische Funktion vorliegt. Wenn man jedoch ∇f in einigen Punkten kennt, kann (2.3) "approximiert" werden.

Das FP-Verfahren umfaßt drei Basisstufen:

- (i) Berechnung des Gradienten $\nabla f(x_s)$ in x_s .
- (ii) Bestimmung der Richtung v_s , entlang derer die gewünschte Bewegung vor sich gehen soll.
- (iii) Durchführung der Bewegung bis zu einem neuen Punkt x_{s+1} .

Diese allgemeinen Schritte werden wiederholt, bis der Gradient in einem bestimmten Punkt genügend klein wird.

$$(2.4) \quad v_s = -H_s \nabla f(x_s)$$

wobei $H_s \dots$ eine positiv definite (negativ definite) Matrix im Minimierungs- (Maximierungs)problem ist.

Annahme: Minimierung.

$$(2.5) \quad x_{s+1} = x_s + \lambda_s v_s$$

wobei λ_s aus

$$(2.6) \quad \lambda_s = \underset{\lambda}{\text{Min}} f[x_s + \lambda v_s]$$

gewählt wird.

$H_s = I$ bedeutet, daß die Richtung entlang des negativen Gradienten genommen wird, wie dies bei steepest descent der Fall ist.

Wichtig ist nun die Konstruktion der Matrizen H_s , $s = 1, 2, \dots$. Dabei wird folgende Gleichung zur Erzeugung herangezogen:

$$(2.7) \quad H_{s+1} = H_s + A_s + B_s$$

Wenn der Iterationsprozeß in n Schritten konvergiert, dann ist

$$(2.8) \quad H_n = \frac{1}{2} D^{-1}.$$

Darstellung der Rolle von A_s und B_s im FP-Verfahren:

$$(2.9) \quad \sum_{s=0}^{n-1} H_{s+1} = \sum_{s=0}^{n-1} H_s + \sum_{s=0}^{n-1} A_s + \sum_{s=0}^{n-1} B_s$$

$$(2.10) \quad H_n - H_0 = \sum_{s=0}^{n-1} A_s + \sum_{s=0}^{n-1} B_s$$

Da $H_n = \frac{1}{2} D^{-1}$ benötigt: (2.10) \longrightarrow

$$(2.11) \quad D^{-1} = 2H_0 + 2 \sum_{s=0}^{n-1} A_s + 2 \sum_{s=0}^{n-1} B_s$$

Forderung: Konstruktion von B_s derart, daß

$$(2.12) \quad \sum_{s=0}^{n-1} B_s = -H_0$$

In diesem Fall ergibt sich

$$(2.13) \quad \sum_{s=0}^{n-1} A_s = 1/2 D^{-1}.$$

Approximation zweiter Ordnung-Information durch erste Ordnung-Information:

$$(2.14) \quad y_s = \nabla f(x_{s+1}) - \nabla f(x_s)$$

y_0 wird dann zur Erzeugung von A_s und B_s herangezogen.

Stufenweiser Ablauf des FP-Verfahrens (Minimierungsfall):

1. Start mit positiv definiten Matrix H_0 und einem Anfangspunkt x_0 ; z.B. $H_0 = I$ ($I \dots [n.n]$ -Einheitsmatrix)
2. Beginn des Iterationsprozesses: s -te Iteration ($s=0,1,2,\dots$);
Berechnung des Gradientenvektors $\nabla f(x_s)$
3. Bestimmung der Richtung

$$v_s = -H_s \nabla f(x_s)$$

4. Länge der Richtung, λ_s , berechnen

$$\lambda_s = \underset{\lambda}{\text{Min}} f[x_s + \lambda v_s]$$

5. Berechnung von $B_s = \lambda_s v_s$

$$x_{s+1} = x_s + B_s$$

6. Berechnung von y_s :

$$y_s = \nabla f(x_{s+1}) - \nabla f(x_s)$$

7. Berechnung der Matrizen A_s und B_s :

$$A_s = \frac{B_s B_s'}{B_s' y_s}$$

$$B_s = \frac{-H_s y_s y_s' H_s}{y_s' H_s y_s}$$

8. Berechnung der nächsten Approximation in H_s -Folge:

$$H_{s+1} = H_s + A_s + B_s$$

9. STOP, wenn

$$f(x_s) - f(x_{s+1}) \leq \varepsilon.$$

Wenn $f(x_s) - f(x_{s+1}) > \varepsilon$: GOTO 2., wobei H_{s+1} als neues H_s eingesetzt wird.

Zur Terminierung des Verfahrens wird insbesondere auf die in der IBM SSP [9] angegebenen Regeln verwiesen.

2.2.3. Conjugate-gradient-Verfahren

Die Methode der konjugierten Gradienten ist ein Spezialfall der Methode der konjugierten Richtungen. Im folgenden werden die Grundzüge des conjugate-gradient-Verfahrens (CG) skizziert. Für nähere Details sei auf [1], [6], [9] verwiesen.

Die Q-Orthogonalität [1] ist eine Verallgemeinerung des Konzeptes der Orthogonalität, wobei Q eine gegebene symmetrische, positiv definite Matrix ist. Zwei Vektoren x und y sind Q-orthogonal

zueinander (oder x und y sind Q -konjugiert oder konjugiert mit Bezug auf Q) wenn $x'Qy = 0$ gilt. Die Orthogonalität ist ein Spezialfall der Konjugiertheit mit $Q = I$.

Ausgangspunkt: $f(x)$ ist zu minimieren, $f(x)$... quadratisch mit positiv definiten Hessescher Matrix Q bzw. ihrer Approximation.

An Stelle der Benützung von $-g^k$ als Richtung des Abstieges verändert das CG-Verfahren den negativen Gradientenvektor in die Richtung d^k derart, daß dieser Q -konjugiert mit den früher erzeugten d 's wird.

$$(3.1) \quad d^s = -g^s + \beta_{s-1} d^{s-1}$$

$$d^0 = -g^0$$

wobei β_{s-1} so gewählt wird, daß d^s mit d^{s-1} Q -konjugiert ist:

$$0 = \langle d^s, Qd^{s-1} \rangle \quad \begin{array}{l} \langle z \dots \text{Zeilenvektor} \\ z \rangle \dots \text{Spaltenvektor} \end{array}$$

$$= -\langle g^s, Qd^{s-1} \rangle + \beta_{s-1} \langle d^{s-1}, Qd^{s-1} \rangle$$

daraus

$$(3.2) \quad \beta_{s-1} = \langle g^s, Qd^{s-1} \rangle / \langle d^{s-1}, Qd^{s-1} \rangle$$

Der nächste Punkt x^{s+1} wird aus x^s mit Suche in Richtung d^s erzeugt. Da

$$f(x^s + td^s) = f(x^s) + t \langle g^s, d^s \rangle + t^2 \langle d^s, Qd^s \rangle / 2$$

und t derart, daß

$$\min_t f(x^s + td^s) = f(x^{s+1})$$

folgt als nächster Punkt x^{s+1} :

$$(3.3) \quad x^{s+1} = x^s + t_s d^s$$

$$(3.4) \quad \text{wobei } t_s = - \langle g^s, d^s \rangle / \langle d^s, Qd^s \rangle$$

Weiter folgt aus (3.3)

$$(3.5) \quad g^{s+1} = g^s + t_s Qd^s$$

wobei t_s aus (3.4).

Aus (3.1):

$$(3.6) \quad \begin{aligned} \langle g^s, d^s \rangle &= - \langle g^s, g^s \rangle + \beta_{s-1} \langle g^s, d^{s-1} \rangle \\ &= - \langle g^s, g^s \rangle \end{aligned}$$

wobei der zweite Ausdruck verschwindet, weil g^s der Gradientenvektor im Minimumpunkt $f(x)$ in der Richtung d^{s-1} ist.

Weiter aus (3.1)

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \langle d^s, Qd^s \rangle &= - \langle g^s, Qd^s \rangle + \beta_{s-1} \langle d^{s-1}, Qd^s \rangle \\ &= - \langle g^s, Qd^s \rangle \end{aligned}$$

da d^{s-1} und d^s Q -konjugiert sind.

(3.7) und (3.6) in (3.4):

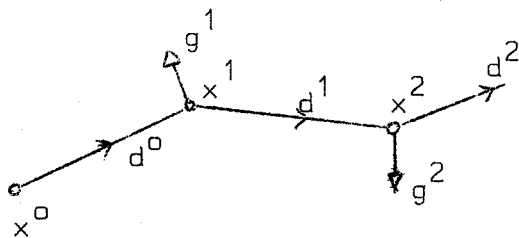
$$(3.4.a) \quad t_s = - \langle g^s, g^s \rangle / \langle g^s, Qd^s \rangle$$

Gleichung (3.8) zeigt, daß t_s auch aus (3.5) gewonnen werden kann, wenn g^{s+1} zu g^s orthogonal ist:

$$\begin{aligned} 0 &= \langle g^{s+1}, g^s \rangle \\ &= \langle g^s, g^s \rangle + t_s \langle g^s, Qd^s \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3.8) \text{ oder } t_s &= - \langle g^s, g^s \rangle / \langle g^s, Qd^s \rangle \\ &= - \langle g^s, d^s \rangle / \langle d^s, Qd^s \rangle \end{aligned}$$

Graphische Veranschaulichung der CG-Methode:



Gleichungen (3.1) bis (3.8) veranschaulichen, wie die Folgen $\{d^i\}$, $\{g^i\}$ und $\{x^i\}$ miteinander verbunden sind.

Nach einem Startpunkt x^0 wird x^1 aus (3.3) als Ergebnis einer Suche in Richtung $d^0 = -g^0$ gewählt. In x^1 wird dann der Gradientenvektor g^1 berechnet. Da x^1 der Minimumpunkt der Funktion entlang $x^0 + td^0$ ist, ist g^1 orthogonal zu d^0 . Als nächster Schritt wird g^1 zur Erzeugung von d^1 (3.1) herangezogen, wobei d^1 Q-konjugiert zu d^0 ist. Der Gradientenvektor g^1 ist durch (3.5) mit g^0 und d^0 verbunden. Das nächste Minimum ergibt sich entlang $x^1 + td^1$ usw.

Stufenweiser Ablauf des CG-Verfahrens:

1. Start mit x^0
2. Bewegung in Richtung $d^0 = -g^0$

3. $x^1 = x^0 + t_0 d^0$

wobei $t_0 = - \langle d^0, g^0 \rangle / \langle d^0, Qd^0 \rangle$

4. Definiere $p^0 = x^1 - x^0 = t_0 d^0$ und berechne g^1

5. Erzeugung von neuer Richtung d^1 :

$$d^1 = - g^1 + \beta_0 d^0$$

wobei $\beta_0 = \langle g^1, Qd^0 \rangle / \langle d^0, Qd^0 \rangle$

Mit $Qd^0 = Qp^0/t_0 = (g^1 - g^0)/t_0$

wird $\beta_0 = \langle g^1, g^1 - g^0 \rangle / \langle d^0, g^1 - g^0 \rangle = - \langle g^1, g^1 \rangle / \langle d^0, g^0 \rangle$
 $= \langle g^1, g^1 \rangle / \langle g^0, g^0 \rangle.$

Dadurch: Elimination der Multiplikation von d^0 mit Q .

6. Allgemein: Nach Erreichen von $x^i \rightarrow$ Bewertung von g^i
und

$$d^i = - g^i + \beta_{i-1} d^{i-1}$$

wobei $\beta_{i-1} = \langle g^i, g^i - g^{i-1} \rangle / \langle d^{i-1}, g^i - g^{i-1} \rangle =$
 $= - \langle g^i, g^i \rangle / \langle d^{i-1}, g^{i-1} \rangle =$
 $= \langle g^i, g^i \rangle / \langle g^{i-1}, g^{i-1} \rangle$

aus der Orthogonalität von $\{g^i\}$ und aus (3.6) folgt.

7. $x^{i+1} = x^i + t_i d^i$

wobei $t_i = - \langle d^i, g^i \rangle / \langle d^i, Qd^i \rangle$

Anmerkung: Die Berechnung der β 's erfordert keine explizite Kenntnis von Q . Wenn die Hessische Matrix unbekannt ist, so muß Schritt 7 numerisch durchgeführt werden, bei FLETCHER und REEVES mittels Interpolation [6]. Zur Terminierung des Verfahrens wird wieder auf die in der IBM SSP [9] angegebenen Regeln verwiesen.

Um 2.2.2. und 2.2.3. auf (5) bzw. (8) anwenden zu können, ist eine Umformung des Gleichungssystems notwendig. Man benötigt eine Distanzfunktion d , die den Abstand zwischen Input- und Outputvektor angibt.

$$[d(y_0, y_i)]^2 = [d(g(y_i), y_i)]^2 = h(y_i)$$

Als zu minimierende Funktion dient die Norm der Differenz zwischen Input- und Outputvektor des Gleichungssystems, mit anderen Worten, das Quadrat der Distanz von Input- und Outputvektor ($= h(y_i)$). Minimiert wird bezüglich der Komponenten des Inputvektors y_i . Das vorliegende Rechenprogramm benötigt die nichtlinearen Transformationen und ihre Ableitungen nach den Komponenten des Inputvektors. Sowohl die zu minimierende Funktion als auch die Gradienten dieser Funktion werden vom Programm selbst berechnet.

2.2.4. Das Gauss-Seidel-Verfahren

Das Gauss-Seidel-Verfahren ist ein iteratives Verfahren derart, daß die sukzessive berechneten Komponenten des Outputvektors die entsprechenden Komponenten des Inputvektors der nächsten Gleichung ersetzen.

$$y_0^1 = g_1(y_i^1, y_i^2, \dots, y_i^{G_1})$$

$$y_0^2 = g_2(y_0^1, y_i^2, \dots, y_i^{G_1})$$

$$\begin{matrix} \cdot \cdot \cdot & \uparrow & \cdot \\ \cdot \cdot \cdot & & \cdot \\ \cdot \cdot \cdot & & \cdot \end{matrix}$$

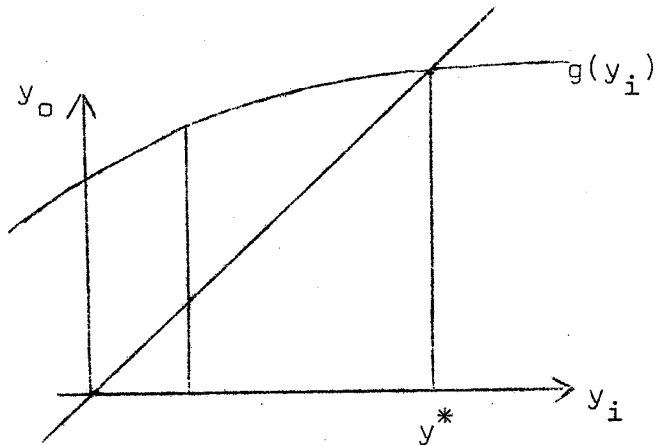
$$y_0^{G_1} = g_{G_1}(y_0^1, y_0^2, \dots, y_0^{G_1-1}, y_i^{G_1})$$

Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens kann man Dämpfungsfaktoren einführen. [7]:

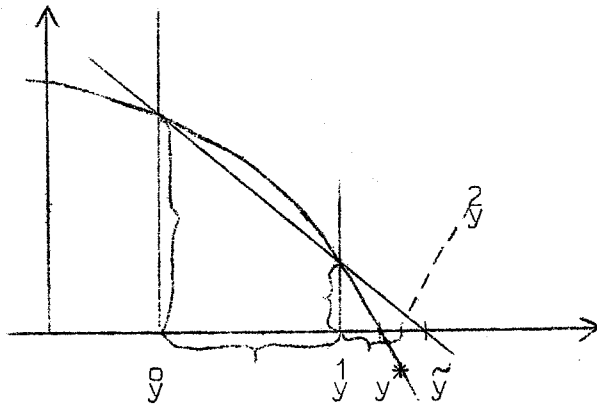
$$y_0^j = \lambda_j y_i^j + (1 - \lambda_j) g_j(y_0^1, y_0^2, \dots, y_0^{j-1}, y_i^j, \dots, y_i^{G_1})$$

Für $\lambda_j = 0$ ergibt sich das ursprüngliche Gleichungssystem.

Mit Hilfe des AITKENSchen Δ^2 -Algorithmus*) kann quadratische Konvergenz erzielt werden [14]. Der Δ^2 -Algorithmus extrapoliert linear aus zwei Residuen vom Typ $(y_0 - y_i)$, um den Fixpunkt schneller zu erreichen.



*) Die Verfasser verdanken Herrn Dipl.-Ing. E. Deutsch wertvolle Hinweise. Siehe auch [14].



$$\frac{\tilde{y} - 0}{\Delta y^1} = \frac{\tilde{y} - 1}{\Delta y^2}$$

$$\tilde{y} \Delta y^2 = 0 \Delta y^2 - 1 \Delta y^1$$

$$\tilde{y} = \frac{2(0 - 2 \cdot 1 + 2)}{\Delta y^2} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 0}{\Delta y^2} - \frac{(2)^2}{\Delta y^2} - \frac{(1)^2}{\Delta y^2}$$

$$\tilde{y} = \frac{2}{\Delta y^2} - \frac{(\Delta y^2)^2}{\Delta y^2}$$

$$\Delta y^1 = 1 - 0$$

$$\Delta y^2 = 2 - 1$$

$$\Delta y^2 = \Delta y^2 - \Delta y^1 = 0 - 2 \cdot 1 + 2$$

Im ersten Schritt werden 0 , 1 , 2 errechnet. Der zweite Schritt beginnt mit \tilde{y} anstelle von 2 usw.

2.3. Anwendungsbeispiel

2.3.1. Einleitung

Im Rahmen der Vorlesung Ökonometrie an der Technischen Hochschule Wien im Sommersemester 1972 wurde das folgende Modell als Demonstrationsbeispiel ohne prognostischen Wert erstellt. Es handelt sich hierbei um ein nichtlineares ökonometrisches Modell für die österreichische Volkswirtschaft auf der Datenbasis von 1954 bis 1970 mit Jahresdaten. Wegen seiner geringen Größe und Einfachheit eignet sich dieses Modell besonders zur Demonstration der programmtechnischen Problematik, d.h. Anordnung und Aufteilung des Modells in einen nichtlinearen und einen linearen Teil.

2.3.2. Variablenliste

(1) Endogene Variable

(i) Endogene, die nichtlinear transformiert im Modell vorkommen:

YMBNJ ... Bruttosozialprodukt, nominal

PYMXJ ... Deflator des Bruttosozialprodukts

(ii) Endogene, die ausschließlich linear im Modell vorkommen:

CTPNJ ... Konsum, privat, nominal

ITTTJ ... Bruttoanlageinvestitionen und Lagerveränderungen + statistischer Korrektur, nominal

MIKNJ ... Importe im weiteren Sinn, nominal

LKPNJ ... Private Löhne, nominal

NBKNJ ... Unverteilte Gewinne der Kapitalgesellschaften

AFTNJ ... Abschreibungen

SINNJ ... Indirekte Steuern - Subventionen, nominal

NBUNJ ... Einkommen aus Besitz und Unternehmung, nominal

NDTNJ ... Disponibles Nichtlohneinkommen
LDTNJ ... Disponibles Lohneinkommen
ALO-J ... Zahl der Arbeitslosen

(2) Prädeterminierte Variable

(i) Ursprüngliche prädeterminierte Variable

KONST ... Konstante
YMBNJ₋₁ ... Bruttosozialprodukt, nominal
PYMXJ₋₁ ... Deflator des Bruttosozialprodukts
CTPNJ₋₁ ... Konsum, privat, nominal
ITTTJ₋₁ ... Bruttoanlageinvestitionen und Lager-
veränderungen, nominal
MIKNJ₋₁ ... Importe im weiteren Sinn, nominal
LKPNJ₋₁ ... Private Lohnsumme, nominal
ALO-J₋₁ ... Zahl der Arbeitslosen
NBKNJ₋₁ ... Unverteilte Gewinne der Kapitalgesell-
schaften
LLONJ ... Öffentliche Lohnsumme, nominal
N-ZNJ ... Öffentliche Einkommen aus Besitz und
Unternehmung - Zinsen für die Staats-
schuld
XIKNJ ... Exporte im weiteren Sinn, nominal
CTONJ ... Öffentlicher Konsum, nominal
TUTNJ ... NBKNJ + NBUNJ - NDTNJ
TBENJ ... LKPNJ + LLONJ - LDTNJ

(ii) Nichtlineare Transformationen

YMBRJ ... Bruttosozialprodukt, real = YMBNJ/PYMXJ

Anmerkung: Der Index ₋₁ bedeutet eine Verzögerung um ein Jahr.

2.3.3. Gleichungssystem

Das Gleichungssystem zerfällt in

- (i) Gleichungen für endogene, die nichtlinear transformiert im Modell vorkommen und in
- (ii) Gleichungen für endogene, die ausschließlich linear im Modell vorkommen.

Die Gleichungen für Teil (i) kommen an den Anfang des Gleichungssystems. Die nichtlinearen Transformationen unter (ii) werden an den Schluß der prädeterminierten Variablen gereiht. Die Gleichungen lauten:

$$(i) \quad \begin{aligned} YMBNJ &= CTPNJ + ITTTJ - MIKNJ + XIKNJ + CTONJ \\ PYMXJ &= .093 + .001 YMBRJ + .626 PYMXJ_{-1} \end{aligned} \quad R^2 = .996$$

$$(ii) \quad CTPNJ = 4.930 + .337 NDTNJ + .605 LDTNJ + .388 CTPNJ_{-1} \quad R^2 = .999$$

$$ITTTJ = -8.030 + .700 ITTTJ_{-1} + 2.339 NBKNJ \quad R^2 = .973$$

$$MIKNJ = -8.135 + .431 MIKNJ_{-1} + .706 YMBNJ - .555 YMBNJ_{-1} \quad R^2 = .995$$

$$LKPNJ = 5.230 + 1.052 LKPNJ_{-1} - .092 ALO-J + .049 ALO-J_{-1} \quad R^2 = .998$$

$$NBKNJ = 1.519 + .174 YMBNJ - .432 LKPNJ_{-1} \quad R^2 = .969$$

$$AFTNJ = -.604 + .110 YMBNJ \quad R^2 = .998$$

$$SINNJ = -4.335 + .153 YMBNJ \quad R^2 = .996$$

$$NBUNJ = YMBNJ - LKPNJ - NBKNJ - AFTNJ - SINNJ - LLONJ - N-ZNJ$$

$$NDTNJ = NBKNJ + NBUNJ - TUTNJ$$

$$LDTNJ = LKPNJ + LLONJ - TBENJ$$

$$ALO-J = 82.372 + .387 ALO-J_{-1} - 3.026 NBKNJ_{-1} \quad R^2 = .859$$

2.3.4. Praktische Durchführung

Für die Lösung dieses Modells soll das Gauss-Seidel-Verfahren herangezogen werden, das sich für ökonomische Modelle als effizientestes Verfahren erwiesen hat. Dieses Programm benötigt zur Definition der Nichtlinearitäten des Modells das externe Programm FN(X). Der einzufügende Teil dieses Programms besteht in diesem Fall aus dem Statement $Z(1) = Y(1)/Y(2)$. Nach Einfügen dieses Statements ist das Programm FN neu auf Disk zu laden. Als nächster Schritt

folgt die Übersetzung des Modells auf Lochkarten, wie in der Programmbeschreibung für das Programm REDFM angegeben. Der Aufruf für das nichtlineare Lösungsprogramm erfolgt allerdings durch ~~EX~~ XEQSNLMODL, wie in der Programmbeschreibung im Anhang A I angegeben wird. Der Gauss-Seidel-Algorithmus mit Konvergenzbeschleunigung konvergiert nach fünf Iterationen.

Nummer der Iteration	Y(1)	Y(2)
1	350.00000	1.50000
2	372.58292	1.16720
3	372.58292	1.26216
4	372.58292	1.23668
5	372.58292	1.23812
6	372.58292	1.23776

Durch Einsetzen der Lösung des ersten Teils des Gleichungssystems in den zweiten Teil erhält man die komplette ex post-Prognose, in diesem Fall für das Jahr 1970.

EX POST-PROGNOSE FÜR 1970

		Prognose	Beobachtung	Differenz
1	YMBNJ	372.58292	372.22100	-.36192
2	PYMXJ	1.23776	1.23640	-.00136
3	CTPNJ	208.13819	208.67700	.53881
4	ITTTJ	107.24490	109.05000	1.80510
5	MIKNJ	110.04216	112.66500	2.62284
6	LKPNJ	112.28899	113.46000	1.17101
7	NBKNJ	21.96535	21.60000	-.36535
8	AFTNJ	40.64258	40.10000	-.54258
9	SINNJ	52.93295	53.20000	.26704
10	NBUNJ	82.51306	81.65100	-.86206
11	NDTNJ	66.09841	64.87100	-1.22741
12	LDTNJ	177.07699	178.24800	1.17101
13	ALO-J	53.27271	58.44400	5.17129

3. Parameterschätzung nichtlinearer Funktionen

3.1. Schätzmethode

Den Ausgangspunkt bildet eine Funktion vom Typ

$$y_t = f(x_{t1}, \dots, x_{tK}, \beta_1 \dots \beta_l) + u_t$$

f wird als stetig mit existierenden partiellen ersten Ableitungen vorausgesetzt. Minimiert wird die Residuenquadratsumme bezüglich der β_i , $i = 1, \dots, l$. Als Minimierungsprogramme können die IBM SSP Routinen FMFP bzw. FMCG wahlweise angewandt werden. Das nichtlineare Schätzprogramm benötigt die Eingaberoutinen des Programmsystems UNIRUN (UNIVAT) [4].

3.2. Anwendungsbeispiel

3.2.1. Einleitung

Als Demonstrationsbeispiel wurde die Phillips-Kurve in ihrer naivsten Form gewählt. Dabei wird der Zusammenhang zwischen dem Wachstum des privaten Lohnniveaus und der Arbeitslosenrate analysiert. Es handelt sich um den Funktionstyp

$$y_t = \theta_1 x_{1t}^{\theta_2} + \theta_3$$

Dabei bedeuten

y ... Wachstum des privaten Lohnniveaus (LBPNJ*)

x_1 ... Arbeitslosenrate (ALOXJ)

Das Datenmaterial umfaßt die Jahre von 1955 bis 1970. Das Ziel ist die Schätzung der Parameter θ_1 bis θ_3 bei Minimierung der Residuenquadratsumme.

3.2.2. Praktische Durchführung

Die Minimierung der Residuenquadratensumme erfolgt bei diesem Beispiel mit Hilfe des Fletcher-Powell-Verfahrens. Dieses Schätzprogramm benötigt als externes Programm das Programm DEFIVT. Hier erfolgt die Funktionsdefinition sowie die Angabe der Ableitungen der Funktion nach den Parametern. Für dieses Beispiel nimmt der variable Teil des externen Programmes DEFIVT folgende Gestalt an:

$$X(IYDACH) = THETA(3) + THETA(1)*X(I1)**THETA(2)$$

$$GHILF(I1) = X(I1)**THETA(2)$$

$$GHILF(I2) = LOGF(X(I1))*(X(IYDACH) - THETA(3))$$

$$GHILF(I3) = 1.$$

Das Programm DEFIVT muß vom Benutzer jeweils neu auf den Disk geladen werden. Der Aufruf des Programms erfolgt durch XEQS UNIRUN, wobei im Programmsystem UNIRUN über UNIVAT verzweigt wird (siehe auch Programmbeschreibung im Anhang A II).

Das Schätzprogramm lieferte nach einer Anzahl von Iterationen letztlich folgendes Ergebnis:

$$THETA(1) = 15.01895$$

$$THETA(2) = -1.16369$$

$$THETA(3) = 3.86854$$

Nr.	Observed	Predicted	Residual
1	5.97613	5.98901	-.01288
2	7.72123	6.11814	1.60308
3	7.68074	6.34725	1.33348
4	3.86398	6.12840	-2.26442
5	5.70161	6.42400	-.72239
6	8.45842	7.38573	1.07268
7	10.29976	8.67530	1.62445
8	8.50128	8.62024	-.11896
9	7.76398	8.171 3	-.40705
10	9.26652	8.57733	.68918
11	8.67463	8.64303	.03159
12	10.16871	9.01625	1.15245
13	8.85901	8.66990	.18910
14	6.15796	8.15374	-1.99578
15	7.31039	8.46128	-1.15089
16	8.29962	9.32327	-1.02365

Anmerkung: In der Schätzpraxis kann es unter Umständen notwendig sein, eine Transformation der Variablen derart durchzuführen, daß eine annähernd gleiche Dimension der Variablen erreicht wird.

Literaturliste

- [1] AOKI, M.: Introduction to Optimization Techniques, Fundamentals and Applications of Nonlinear Programming, Macmillan, New York/London 1971.
- [2] BOX, M. J.: A Comparison of Several Current Optimization Methods and the Use of Transformations in Constrained Problems, in: Computer Journal 9 (1966), pp. 67.
- [3] COOPER, L., and D. STEINBERG: Introduction to Methods of Optimization, W.B. Saunders, Philadelphia/London/Toronto, 1970.
- [4] DEUTSCH, E.: Das System ökonomischer Programme UNIRUN, Institut für Höhere Studien, Wien, Forschungsbericht Nr. 68, Juni 1972.
- [5] FLETCHER, R., and M.J.D. POWELL: A Rapidly Convergent Decent Method for Minimization, in: Computer Journal 6 (1963), pp. 163.
- [6] FLETCHER, R., and C.M. REEVES: Function Minimization by Conjugate Gradients, in: Computer Journal 7 (1964), pp. 149.
- [7] FROMM, G., and L. KLEIN: Solutions of the Complete System, in: The Brookings Model: Some Further Results, J. S. DUESENBERY et.al. (ed.), North-Holland, Amsterdam/London, 1969.
- [8] GUTTMAN, I., and D.A. MEETER: On Beale's Measure of Non-linearity, in: Technometrics, Vol. 7, No. 4, November 1965, pp. 623.
- [9] IBM System/360, Scientific Subroutine Package (360A-CM-03X) Version III, Programmer's Manual, H20-0205-3.
- [10] MALINVAUD, E.: Statistical Methods of Econometrics, North-Holland, Amsterdam, 1968.

- [11] MARQUARDT, D.W.: An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters, in: SIAM, Vol 11/2/June 1963, pp. 431.
- [12] SMITH, B.F., and D.F. SHANNO: An Improved Marquardt Procedure for Nonlinear Regression, in: Technometrics, Vol 13/1/February 1971, pp. 63.
- [13] WILDE, D.J.: Optimum Seeking Methods, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.
- [14] ZURMÜHL, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 1965.

ANHANG

- I. Programmbeschreibung NLMODL: Lösung teilweise nichtlinearer ökonomischer Modelle
- II. Programmbeschreibung UNIVAT (im System UNIRUN): Parameterschätzung nichtlinearer Funktionen
- III. Dokumentation
- IV. Kartenfolge zu Anwendungsbeispiel 2.3.

PROGRAMMBESCHREIBUNG

I. Lösung teilweise nichtlinearer ökonomischer Modelle
mit dem Programm NLMODL

1. Vorbemerkungen

1.1. Durch das Programmsystem NLMODL, das bis auf die nichtlinearen Erweiterungen die gleiche Programmstruktur wie REDFM¹⁾ aufweist, können nichtlineare ökonomische Modelle durch

- (i) ein stochastisches Lösungsverfahren,
- (ii) das Fletcher-Powell-Verfahren,
- (iii) das Conjugate-gradient-Verfahren oder
- (iv) das Gauss-Seidel-Verfahren

gelöst werden. Die maximale Verarbeitungskapazität beträgt wie bei REDFM 40 endogene und 60 präterminierte Variable.

1.2. Bei allen Verfahren müssen die nichtlinearen Transformationen der endogenen Variablen vom Benutzer im Rahmen eines externen Programmes (siehe unter 3.) definiert werden. Bei (ii) und (iii) sind zusätzlich noch die partiellen Ableitungen der nichtlinearen Transformationen erforderlich. Das externe Programm muß vom Benutzer geladen werden.

1.3. Anordnung der Gleichungen: Am Anfang stehen jene Gleichungen, deren zu schätzende endogene Variable in nichtlinearen Transformationen auftrifft.

1.4. Die nichtlinearen Transformationen der endogenen Variablen werden als neue präterminierte Hilfsvariable konstruiert und an den bestehenden Vektor der präterminierten Variablen angefügt.

1) Siehe Programmbeschreibung REDFM, Reduzierte Form.

1.5. Derzeit sind die Programme auf Disk Nr. 5 geladen, als zweiter Disk kann Nr. 6 bzw. Nr. 14 verwendet werden.

2. Programmtechnische Eingabe

2.1. Gemeinsamer Teil

Sp.28 Sp.30
 1 2

~~//~~ XEQSNLMODL

*LOCALNLMODL, PARA, TITEL, SUVA2, LZMP, K5READ, TRANSF, NAME5, OLS

*LOCALINV5NL, LIST5, PREDT5, PREDT6

.
. Es folgen die Karten wie bei REDFM (unter Berücksichtigung
. von 1.3. und 1.4.)
.

PROGNOSE

Spalte	Inhalt	Lochung
10,11	Prognosejahr	} nur bei } ex ante- } Prognose
12		
13,14	Prognosesemester, -quartal, -monat	2stellig
20	Stanzerausgabe (NS)	S...-Prognose und beobachteten Wert ausstanzen b. ..sonst
30,31	Nichtlinearitätsprüfer	NL...nichtlineares Modell b... sonst
40	Nichtlineares Lösungsverfahren (NLVERS)	1...stochast. Lösungsverfahren 2...Fletcher-Powell 3...Conjugate-gradient 4...Gauss-Seidel

Anschließend an die PROGNOSE-Karte folgen - je nach gewähltem Lösungsverfahren - spezifische Karten.

2.2. Eingabe für stochastisches Lösungsverfahren (NLVERS=1): NLFH

1. Karte

Spalte	Inhalt	Lochung
1,2	Anzahl der endogenen Variablen, die nichtlinear vorkommen (NZY1)	2stellig
3,4	Anzahl der Nichtlinearitäten (NZZ2)	2stellig
5,6	Anzahl der Versuche in einem loop (KMAX)	2stellig
7,12	Anfangswert für Zufallsgenerator (XANF)	F 6.3
20	Stanzerausgabe, wie bei PROGNOSE-Karte	

2. Karte Mittelwerte (YMITTL(I), I=1,NZY1) 12F 6.3

3. Karte Streubreite (YSIGMA(I), I=1, NZY1) 12F 6.3

2.3. Eingabe für die Verfahren Fletcher-Powell und conjugate-gradient (NLVERS =:2 bzw. 3): NLFP und NLCG

1. Karte

Spalte	Inhalt	Lochung
1,2	Anzahl der endogenen Variablen, die nichtlinear vorkommen (NZY1)	2stellig
3,4	Anzahl der Nichtlinearitäten (NZZ2)	2stellig
20	NS wie bei PROGNOSE	
30	erwarteter absoluter Fehler (EPS)	} siehe FMFP1 F 10.5 bzw. FMCG1
40	Maximale Zahl der Iterationen (LIMIT)	

2. Karte Anfangswerte der Variablen, die nichtlinear vorkommen (I=1,NZY1) 12F 6.3

2.4. Eingabe für Gauss-Seidel-Verfahren (NLVERS=4):NLGS

Im Rahmen dieses Verfahrens kann auch eine ex ante Prognose durchgeführt werden.

1. Karte

Spalte	Inhalt	Lochung
1,2	} gleich wie 1. Karte bei 2.3.	
3,4		
20		
30		
40		
50	Operationsprüfer IAP	0...ex post Prognose 1...ex ante Prognose

2. Karte: Anfangswerte der Variablen, die nichtlinear vorkommen (I=1,NZY1) 12 F 6.3

3. Karte: Dämpfungsfaktoren für den GS-Algorithmus (I=1,NZY1) 12 F 6.3

Bei ex ante Prognose folgen zusätzlich noch

4. Karte: Werte der prädeterminierten Variablen für Prognosezeitpunkt 12 F 6.3

5. Karte: Prognosezeitpunkt

Spalte	Inhalt	Lochung
1,2	Prognosejahr	2stellig
3	} wie bei PROG- NOSE- Karte	J,S,Q oder M
4,5		Prognosesemester, -quartal, -monat

3. Externe Programme

Diese Programme müssen vom Benutzer ergänzt und vor dem Aufruf des Programms NLMODL auf den Disk geladen werden. Die Ergänzungen (variabler Teil der externen Programme), die zu dem konstanten Teil hinzukommen, bestehen aus den Definitionen der Nichtlinearitäten sowie den entsprechenden Ableitungen.

Im folgenden werden die einzelnen externen Programme

dargestellt, wobei nähere Details der Programmbeschreibung am Anfang der Programmliste zu entnehmen sind.

3.1. Externes Programm für NLFH (Stochastisches Lösungsverfahren)

SUBROUTINE NLFCT(Y,Z)

DIMENSION Y(40),Z(60)

Z(1) ...

.
.
.
.

variabler Teil, Definition der Nichtlinearitäten, z.B. Z(1) = Y(1)**2

RETURN

END

3.2. Externes Programm für NLFP und NLCG (Fletcher-Powell, Conjugate-gradient)

SUBROUTINE NF(YR1,NZY1)

DIMENSION YR1(1),Y(40),HV(400),HG(400)

DIMENSION IPARA(20),A(150),C(60),D(60),IDLAB(300)

COMMON IPARA,A,C,D,IDLAB,NZZ2,NSTART,Y,HV,HG

NHG=NZY1*NZZ2

DO 200 I=1,HG

200 HG(I) = 0.

A(1) =

.
.
.
HG(1) =
.
.
.

Variabler Teil

Definition der Nichtlinearitäten, z.B. A(1) = YR1(1)*YR1(3)/YR1(2)

Ableitungen der Nichtlinearitäten in bezug auf die einzelnen Variablen

RETURN

END

Anmerkung zu den Ableitungen:

Annahme: k Nichtlinearitäten, n Variable

Zuerst werden die k Nichtlinearitäten nach der 1. Variablen abgeleitet und in HG gegeben; es folgen die Ableitungen der k Nichtlinearitäten nach der 2. Variablen \rightarrow HG; usw. bis zur Ableitung nach der n-ten Variablen \rightarrow HG aufgefüllt.

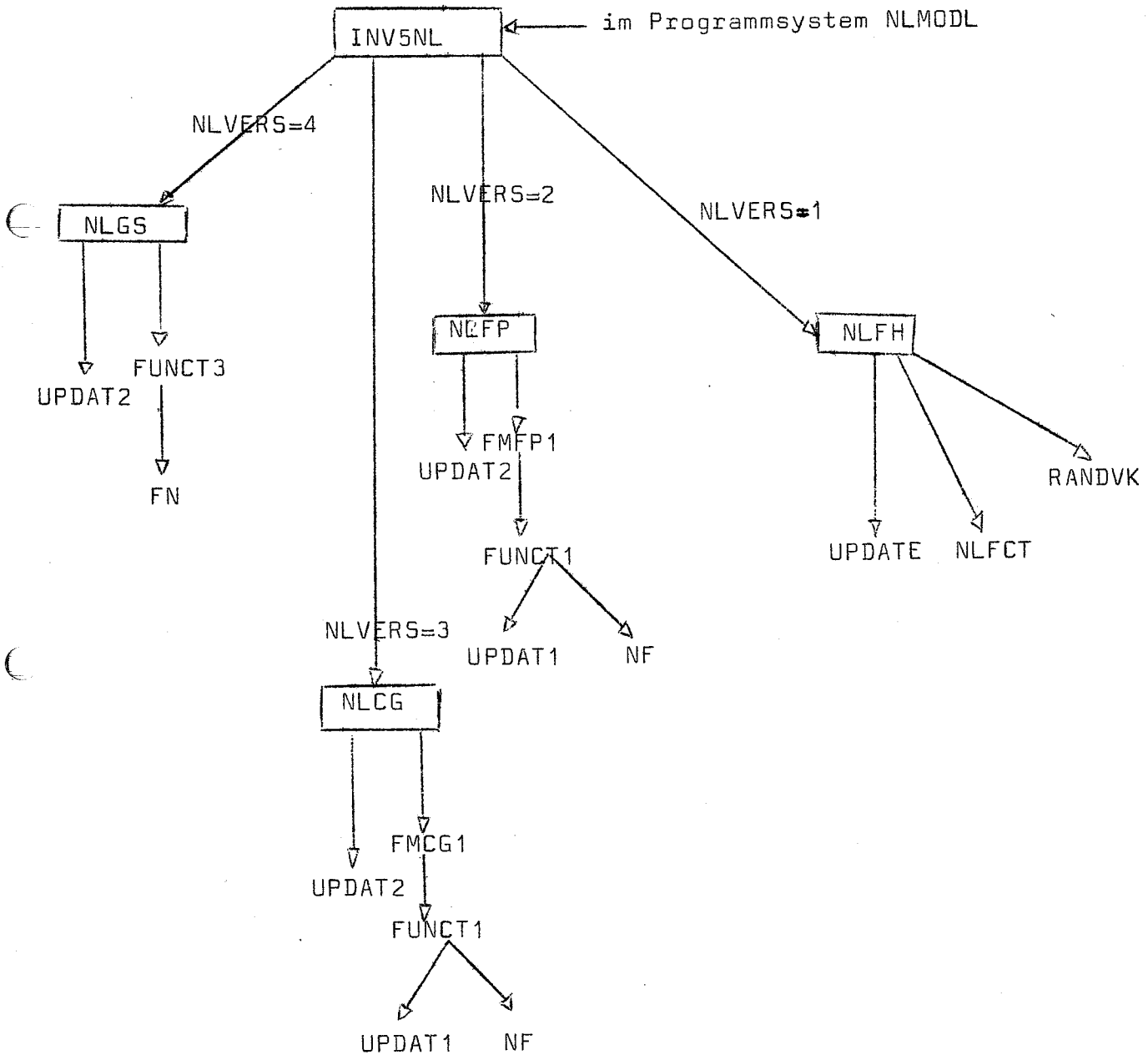
Die Gradientenbildung erfolgt programmintern.

3.3. Externes Programm für NLGS (Gauss-Seidel)

```
SUBROUTINE FN(X)
DIMENSION X(1)
DIMENSION IPARA(20),Z(150),C(60),D(60),IDLAB(300),Y(40)
COMMON IPARA,Z,D,IDLAB,NZZ2,NSTART,Y
Z(1) =      }      Variabler Teil
  .         }      ← Definition der Nichtlinearitäten
  .         }      z.B. Z(1) = Y(1)*Y(3)/X(1)
  .         }
RETURN
END
```

Anmerkung: In diesem Programm können auch Nichtlinearitäten Z(I) definiert werden, die neben endogenen Variablen Y(I) auch prä-determinierte Variable X(I) enthalten.

4. Programmstruktur



II. Parameterschätzung nichtlinearer Funktionen mit dem
Programm UNIVAT im System UNIRUN

1. Vorbemerkungen

1.1. Durch die Verzweigung UNIVAT des Programmsystems UNIRUN¹⁾ können Parameter nichtlinearer Funktionen geschätzt werden. Die Minimierung der Residuenquadratsumme kann durch

- (i) das Fletcher-Powell-Verfahren oder
 - (ii) das conjugate-gradient-Verfahren
- erfolgen.

1.2. Zur Durchführung des Schätzprogrammes müssen im Rahmen eines externen Programmes die Funktion definiert und die partiellen Ableitungen der Funktion nach den Parametern angegeben werden.

1.3. Derzeit ist das Programmsystem auf Disk Nr. 7 geladen, als zweiter Disk kann Nr. 6 oder Nr. 14 verwendet werden.

2. Programmtechnische Eingabe

2.1. Allgemeiner Teil: bis Verzweigung UNIVAT

~~///~~XEQS UNIRUN

.

.

.

UNIVAT

} siehe Programmbeschreibung UNIRUN

1) E. Deutsch: Das System ökonomischer Programme UNIRUN, Forschungsbericht Nr. 68, Institut für Höhere Studien, Wien, Juni 1972.

2.2. Nach UNIVAT folgen folgende Karten:

1. Karte

Spalte	Inhalt	Lochung
1,2	Anzahl der Parameter der Funktion (NPAR), (maximal 10)	2stellig
10-19	Schätzwert für Minimum der Funktion (EST)	F 10.5
20-29	absoluter Fehler (EPS)	F 10.5
30-34	Maximale Zahl der Iterationen (LIMIT)	5stellig
40	Lösungsverfahren (NVERS)	0...Fletcher-Powell 1...conjugate-gradient
2. Karte: Anfangswerte der Parameter		12 F 6.3

3. Externes Programm

```
SUBROUTINE DEFIVT(THETA)
DIMENSION THETA (1)
DIMENSION IPARA(20), A(150), ITAB(200), NAMEVK(900),
          INDCTR(30), X(1000), XSUM(30) GHILF(100)
COMMON IPARA,A,ITAB,NAMEVK,INDCTR,NEND,LZR,X,JAFORM,XSUM,GHILF
I1 = 0
IY = (NEND-1)*LZR
DO 10 I=1,LZR
I1 = I1+1
I2 = I1+LZR
I3 = I2+LZR
I4 = I3+LZR
      _____ solange ergänzt, bis Anzahl der Parameter
      erreicht ist (in Beispiel = 4)

IY = IY+1
IYDACH = IY+LZR
IRES = IYDACH+LZR
```

```

X(IYDACH) = ...
GHILF(I1)
.
.
.
GHILF(I4) = ...

```

Variabler Teil (1) Funktionsdefinition
z.B. THETA(1)*X(I1)
**THETA(2)
(2) Ableitungen der
Funktion

```

X(IRES) = X(IY)-X(IYDACH)

```

```

10CONTINUE

```

```

RETURN

```

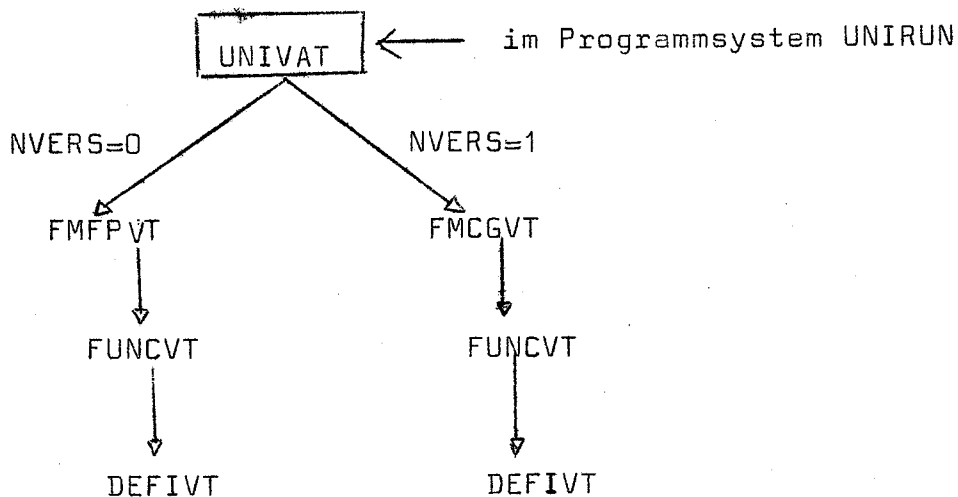
```

END

```

Das externe Programm muß vom Benutzer im variablen Teil ergänzt und vor Aufruf des Programms UNIRUN auf den Disk geladen werden.

4. Programmstruktur



III. DOKUMENTATION

ZWECK

DIESES PROGRAMM BERECHNET DIE INVERSE MATRIX DER ENDOGENEN MATRIX UND DIE REDUZIERTER FORM, WOBEI DIE MATRIZEN A (ENDOGEN) UND B (PRAEDETERMINIERT) BEREITS AUF DISK STEHEN MUESSEN. WEITERS WERDEN DIE MATRIZEN A, B UND DIE REDUZIERTER FORM-MATRIX AUSGEPRINTET SOWIE FUER DEN LINEAREN FALL EINE PROGNOSE BERECHNET (EX ANTE UND EX POST). BEI NICHTLINEAREN MODELLEN ERFOLGT EIN LINK ZU DEN NICHTLINEAREN PROGRAMMTEILEN.

AUFRUF

CALL LINK(INV5NL)

AUFGERUFEN WIRD LINK(INV5NL) VON ESTMNL DES PROGRAMMSYSTEMS NLMDL.

INPUT

Z.....OPERATIONSPRUEFER (PROG)
NPROG1..PROGNOSEZEITPUNKT
NPROG2.. FUER
NPROG3..EX ANTE PROGNOSE
NS.....S - EX POST PROGNOSE AUSSTANZEN
NL.....NICHLINEARITAETSPRUEFER (NL)
NLVERS..NICHLINEARES VERFAHREN
1...STOCHASTISCHES LOESUNGSVERFAHREN
2...FLETCHER-POWELL-VERFAHREN
3...CONJUGATE GRADIENT VERFAHREN
4...GAUSS-SEIDEL-VERFAHREN

OUTPUT

ENDOGENE MATRIX
PRAEDETERMINIERTE MATRIX
INVERSE ENDOGENE MATRIX
REDUZIERTER FORM
EX ANTE PROGNOSE (LINEARER FALL)
EX POST PROGNOSE, DIFFERENZ ZWISCHEN BEOBACHTETEN UND BERECHNETEN WERTEN (LINEARER FALL)

VERWENDETE SUBROUTINEN

OUTM1, MINV, PREDT5, PREDT6, PUTDSK, GETDSK, GETDFX, LIST5

BEMERKUNGEN

(1) INV5NL GEHOERT ZU PROGRAMMSYSTEM NLMDL, DAS BIS AUF DIE NICHTLINEAREN ERWEITERUNGEN DIE PROGRAMMSTRUKTUR VON REDFM HAT
(2) JE NACH NLVERS WIRD ZU NLFH, NLFP, NLGG ODER NLGS GELINKT
(3) WICHTIGE COMMONPARAMETER
IPARA...ANGABEN UEBER VARIABLENANZAHL, ZEITREIHEN UND MODELL
IDLAB...VARIABLENNAMEN

ZWECK

LOESUNG EINES GLEICHUNGSSYSTEMS MITHILFE STOCHASTISCHER
SUCHE, IN VERBINDUNG MIT DEM PROGRAMM NLMODL,
AUSDRUCK DER EX-POST-PROGNOSE

METHODE

SIEHE IHS-MEMO NR.69

AUFRUF

CALL LINK (NLFH) IM PROGRAMM INV5NL

INPUT

1.KARTE IN DER SPALTE
NZY1...ZAHL DER ENDOGENEN, DIE NICHTLINEAR VORKOMMEN 1,2
NZZ2...ZAHL DER NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN 3,4
KMAX...ZAHL DER ITERATIONEN MIT GLEICHEM MITTEL 5,6
XANF...HILFSZAHL FUER START DES ZUFALLSGENERATORS 7-12
NS=S...STANZEN DER PROGNOSE UND IST-WERTE,SONST BLANK 20

2.KARTE
YMITTL...MITTELWERTE FUER ZUFALLSGENERATOR,FORMAT(12F6.3)

3.KARTE
YSIGMA...STREUBREITE FUER ZUFALLSGENERATOR,FORMAT(12F6.3)

OUTPUT

EX-POST-PROGNOSE IST-WERTE, RESIDUEN
VERWENDETE SUBROUTINEN

RANDVK,GETDSK,UPDATE,NLFCTN

BEMERKUNG

DIE NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN DER ENDOGENEN VARIABLEN
MUESSEN IN NLFCTN DEFINIERT WERDEN

ZWECK

DIESES PROGRAMM FUELLT DEN VEKTOR Y MIT GLEICHVERTEILTEN ZUFALLS -
ZAHLEN . DIE EINZELNEN KOMPONENTEN Y(I) HABEN DAS MITTEL
YMITTL(I) UND DEN DEFINITIONSBEREICH DER GLEICHVERTEILUNG
 $2 * YSIGMA(I)$. DIE DIMENSION DES VEKTORS IST NZY1, DER STARTWERT
FUER DEN ZUFALLSGENERATOR RANDF (.) IST XANF.

AUFRUF

CALL RANDVK(YMITTEL,YSIGMA,Y,XANF,NZY1)

SUBROUTINE RANDVK(YMITTL,YSIGMA, Y ,XANF,NZY1)
DIMENSION YMITTL(40),YSIGMA(40),Y(40)
DO 10 I=1,NZY1
 $Y(I) = (2.*RANDF(XANF)-1.)*YSIGMA(I) + YMITTL(I)$

XANF = RANDF(XANF)
RETURN
END

ZWECK

VEKTOR DER ENDOGENEN VARIABLEN WIRD MITHILFE DER MATRIX-
DER REDUZIERTEN FORM (AUF DISK) UND DEN NICHTLINEAREN
TRANSFORMATIONEN A(K) BERECHNET

AUFRUF

CALL UPDATE(NSTART,N1,N2,N3,N4,N5,Y)

INPUT

NSTART..DISK-STARTADRESSE DES MODELLS IN REDUZIERTER FORM
N1.....INDEX DER ERSTEN ZU BERECHNENDEN ENDOGENEN Y(N1)
N2.....INDEX DER LETZTEN ZU BERECHNENDEN ENDOGENEN Y(N2)
N3.....BEGINNSPALTE FUER MATRIXMULTIPLIKATION
N4.....ENDSPALTE FUER MATRIXMULTIPLIKATION
N5.....INDEXDIFFERENZ ZWISCHEN A(K) UND C(J),N5=J-K

OUTPUT

Y.....VEKTOR DER ENDOGENEN VARIABLEN

VERWENDETE SUBROUTINEN
GETDSK

ZWECK

DEFINITION DER NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN DER ENDOGEN-
NEN VARIABLEN

AUFRUF

CALL NLFCTN (Y,Z)

INPUT

Y.....VEKTOR DER ENDOGENEN VARIABLEN

OUTPUT

Z.....VEKTOR DER NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN

BEMERKUNG

BEISPIEL

SUBROUTINE NLFCTN (Y,Z)

DIMENSION Y(1),Z(1)

Z(1)=Y(1)**2

Z(2)=Y(1)/Y(2)**Y(3)

RETURN

END

SUBROUTINE NLFCTN(Y,Z)

DIMENSION Y(40),Z(60)

Z(1)=Y(1)/Y(2)

RETURN

END

ZWECK

LOESUNG EINES OEKONOMETRISCHEN SYSTEMS, DAS TEILWEISE NICHT
LINEAR IST
METHODE -- FLETCHER-POWELL

AUFRUF

CALL LINK(NLFP)
AUFGERUFEN AUS INV5NL BEI NLVERS=2

INPUT

NZY1....ANZAHL DER ENDOGENEN VARIABLEN, DIE NICHTLINEAR
VORKOMMEN
NZZ2...ANZAHL DER NICHTLINEARITAETEN
NS.....SIEHE INV5NL
EPS.....SIEHE FMFP1
LIMIT...SIEHE FMFP1
YR1.....ANFANGSWERTVEKTOR

OUTPUT

BEI JEDER ITERATION ANFANGSWERTE, GRADIENTEN, FUNKTIONSWERT
ENDERGEBNIS (EX POST PROGNOSE)
Y.....ERRECHNETE ENDOGENE VARIABLEN
YX.....BEOBACHTETE WERTE
DIFF..... $YX(I) - Y(I)$

VERWENDETE SUBROUTINEN

GETDSK, FMFP1, UPDAT2

BEMERKUNGEN

ERGAENZUNG ZU COMMONPARAMETER
NSTART...JEWELIGE STARTADRESSE
HV.....HILFSVEKTOR ZUR GRADIENTENBILDUNG
HG.....HILFSVEKTOR (ABLEITUNGEN) FUER HV

ELET FMFP1
 DISK FMFP1
 ISTRINTER

VORBEMERKUNG

DAS PROGRAMM FMFP1 UNTERSCHIEDET SICH VON DEM IBM S.S.P.-
 PROGRAMM (IBM, RE-FORM NO. H20-0205-3) FMFP DURCH

- (1) DIMENSION. BEI FMFP NUR X(1), G(1), H(1).
- (2) COMMON. BEI FMFP KEIN COMMON
- (3) FUNCT1 - AUFRUF AN STELLE VON FUNCT BEI FMFP

COMMONPARAMETER-ERKLAERUNG -- SIEHE BEMERKUNGEN BEI NLFP

.....	FMFP	10
.....	FMFP	20
.....	FMFP	30
SUBROUTINE FMFP1		
PURPOSE	FMFP	50
TO FIND A LOCAL MINIMUM OF A FUNCTION OF SEVERAL VARIABLES	FMFP	60
BY THE METHOD OF FLETCHER AND POWELL	FMFP	70
	FMFP	80
	FMFP	90
USAGE	FMFP	100
CALL FMFP1(N, X, F, G, EST, EPS, LIMIT, IER, H)		
	FMFP	120
DESCRIPTION OF PARAMETERS	FMFP	130
FUNCT - USER-WRITTEN SUBROUTINE CONCERNING THE FUNCTION TO	FMFP	140
BE MINIMIZED. IT MUST BE OF THE FORM	FMFP	150
SUBROUTINE FUNCT(N, ARG, VAL, GRAD)	FMFP	160
AND MUST SERVE THE FOLLOWING PURPOSE	FMFP	170
FOR EACH N-DIMENSIONAL ORGUMENT VECTOR ARG,	FMFP	180
FUNCTION VALUE AND GRADIENT VECTOR MUST BE COMPUTED	FMFP	190
AND, ON RETURN, STORED IN VAL AND GRAD RESPECTIVELY	FMFP	200
N - NUMBER OF VARIABLES		
X - VECTOR OF DIMENSION N CONTAINING THE INITIAL		
ARGUMENT WHERE THE ITERATION STARTS. ON RETURN,	FMFP	230
X HOLDS THE ARGUMENT CORRESPONDING TO THE	FMFP	240
COMPUTED MINIMUM FUNCTION VALUE	FMFP	250
F - SINGLE VARIABLE CONTAINING THE MINIMUM FUNCTION	FMFP	260
VALUE ON RETURN, I.E. F=F(X).	FMFP	270
G - VECTOR OF DIMENSION N CONTAINING THE GRADIENT	FMFP	280
VECTOR CORRESPONDING TO THE MINIMUM ON RETURN,	FMFP	290
I.E. G=G(X).	FMFP	300
EST - IS AN ESTIMATE OF THE MINIMUM FUNCTION VALUE.	FMFP	310
EPS - TESTVALUE REPRESENTING THE EXPECTED ABSOLUTE ERROR.	FMFP	320
A REASONABLE CHOICE IS 10**(-6), I.E.	FMFP	330
SOMEWHAT GREATER THAN 10**(-D), WHERE D IS THE	FMFP	340
NUMBER OF SIGNIFICANT DIGITS IN FLOATING POINT	FMFP	350
REPRESENTATION.	FMFP	360
LIMIT - MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS.	FMFP	370
IER - ERROR PARAMETER	FMFP	380
IER = 0 MEANS CONVERGENCE WAS OBTAINED	FMFP	390

	IER = 1 MEANS NO CONVERGENCE IN LIMIT ITERATIONS	FMFP 400
	IER = -1 MEANS ERRORS IN GRADIENT CALCULATION	FMFP 410
	IER = 2 MEANS LINEAR SEARCH TECHNIQUE INDICATES	FMFP 420
	IT IS LIKELY THAT THERE EXISTS NO MINIMUM.	FMFP 430
H	- WORKING STORAGE OF DIMENSION $N*(N+7)/2$.	FMFP 440

REMARKS

I)	THE SUBROUTINE NAME REPLACING THE DUMMY ARGUMENT FUNCT	FMFP 470
	MUST BE DECLARED AS EXTERNAL IN THE CALLING PROGRAM.	FMFP 480
II)	IER IS SET TO 2 IF , STEPPING IN ONE OF THE COMPUTED	FMFP 490
	DIRECTIONS, THE FUNCTION WILL NEVER INCREASE WITHIN	FMFP 500
	A TOLERABLE RANGE OF ARGUMENT.	FMFP 510
	IER = 2 MAY OCCUR ALSO IF THE INTERVAL WHERE F	FMFP 520
	INCREASES IS SMALL AND THE INITIAL ARGUMENT WAS	FMFP 530
	RELATIVELY FAR AWAY FROM THE MINIMUM SUCH THAT THE	FMFP 540
	MINIMUM WAS OVERLEAPED. THIS IS DUE TO THE SEARCH	FMFP 550
	TECHNIQUE WHICH DOUBLES THE STEPSIZE UNTIL A POINT	FMFP 560
	IS FOUND WHERE THE FUNCTION INCREASES.	FMFP 570

SUBROUTINES AND FUNCTION SUBPROGRAMS REQUIRED

	FUNCT	FMFP 590
--	-------	----------

METHOD

	THE METHOD IS DESCRIBED IN THE FOLLOWING ARTICLE	FMFP 600
	R. FLETCHER AND M.J.D. POWELL, A RAPID DESCENT METHOD FOR	FMFP 610
	MINIMIZATION,	FMFP 620
	COMPUTER JOURNAL VOL.6, ISS. 2, 1963, PP.163-168.	FMFP 630

.....		FMFP 640
		FMFP 650
		FMFP 660
		FMFP 670
		FMFP 680
		FMFP 690

VORBEMERKUNG

DAS PROGRAMM FMCG1 UNTERSCHIEDET SICH VON DEM IBM S.S.P.-
PROGRAMM (IBM,RE-FORM NO. H20-0205-3) FMCG DURCH

- (1) DIMENSION. BEI FMCG NUR X(1),G(1),H(1).
- (2) COMMON. BEI FMCG KEIN COMMON
- (3) FUNCT1 -AUFRUF AN STELLE VON FUNCT BEI FMCG

COMMONPARAMETER-ERKLAERUNG -- SIEHE BEMERKUNG BEI NLFPP

.....	FMCG	1C
.....	FMCG	2C
.....	FMCG	3C
SUBROUTINE FMCG1		
	FMCG	5C
PURPOSE	FMCG	6C
TO FIND A LOCAL MINIMUM OF A FUNCTION OF SEVERAL VARIABLES	FMCG	7C
BY THE METHOD OF CONJUGATE GRADIENTS	FMCG	8C
	FMCG	9C
USAGE	FMCG	10C
CALL FMCG1(N,X,F,G,EST,EPS,LIMIT,IER,H)		
	FMCG	12C
DESCRIPTION OF PARAMETERS	FMCG	13C
FUNCT - USER-WRITTEN SUBROUTINE CONCERNING THE FUNCTION TO	FMCG	14C
BE MINIMIZED. IT MUST BE OF THE FORM	FMCG	15C
SUBROUTINE FUNCT(N,ARG,VAL,GRAD)	FMCG	16C
AND MUST SERVE THE FOLLOWING PURPOSE	FMCG	17C
FOR EACH N-DIMENSIONAL ARGUMENT VECTOR ARG,	FMCG	18C
FUNCTION VALUE AND GRADIENT VECTOR MUST BE COMPUTED	FMCG	19C
AND, ON RETURN, STORED IN VAL AND GRAD RESPECTIVELY	FMCG	20C
N - NUMBER OF VARIABLES	FMCG	21C
X - VECTOR OF DIMENSION N CONTAINING THE INITIAL	FMCG	22C
ARGUMENT WHERE THE ITERATION STARTS. ON RETURN,	FMCG	23C
X HOLDS THE ARGUMENT CORRESPONDING TO THE	FMCG	24C
COMPUTED MINIMUM FUNCTION VALUE	FMCG	25C
F - SINGLE VARIABLE CONTAINING THE MINIMUM FUNCTION	FMCG	26C
VALUE ON RETURN, I.E. F=F(X).	FMCG	27C
G - VECTOR OF DIMENSION N CONTAINING THE GRADIENT	FMCG	28C
VECTOR CORRESPONDING TO THE MINIMUM ON RETURN,	FMCG	29C
I.E. G=G(X).	FMCG	30C
EST - IS AN ESTIMATE OF THE MINIMUM FUNCTION VALUE.	FMCG	31C
EPS - TESTVALUE REPRESENTING THE EXPECTED ABSOLUTE ERROR.	FMCG	32C
A REASONABLE CHOICE IS 10**(-6), I.E.	FMCG	33C
SOMEWHAT GREATER THAN 10**(-D), WHERE D IS THE	FMCG	34C
NUMBER OF SIGNIFICANT DIGITS IN FLOATING POINT	FMCG	35C
REPRESENTATION.	FMCG	36C
LIMIT - MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS.	FMCG	37C
IER - ERROR PARAMETER	FMCG	38C
IER = 0 MEANS CONVERGENCE WAS OBTAINED	FMCG	39C

	IER = 1 MEANS NO CONVERGENCE IN LIMIT ITERATIONS	FMCG 400
	IER = -1 MEANS ERRORS IN GRADIENT CALCULATION	FMCG 410
	IER = 2 MEANS LINEAR SEARCH TECHNIQUE INDICATES	FMCG 420
	IT IS LIKELY THAT THERE EXISTS NO MINIMUM.	FMCG 430
H	- WORKING STORAGE OF DIMENSION 2*N.	FMCG 440
		FMCG 450

REMARKS

I)	THE SUBROUTINE NAME REPLACING THE DUMMY ARGUMENT FUNCT	FMCG 470
	MUST BE DECLARED AS EXTERNAL IN THE CALLING PROGRAM.	FMCG 480
II)	IER IS SET TO 2 IF , STEPPING IN ONE OF THE COMPUTED	FMCG 490
	DIRECTIONS, THE FUNCTION WILL NEVER INCREASE WITHIN	FMCG 500
	A TOLERABLE RANGE OF ARGUMENT.	FMCG 510
	IER = 2 MAY OCCUR ALSO IF THE INTERVAL WHERE F	FMCG 520
	INCREASES IS SMALL AND THE INITIAL ARGUMENT WAS	FMCG 530
	RELATIVELY FAR AWAY FROM THE MINIMUM SUCH THAT THE	FMCG 540
	MINIMUM WAS OVERLEAPED. THIS IS DUE TO THE SEARCH	FMCG 550
	TECHNIQUE WHICH DOUBLES THE STEPSIZE UNTIL A POINT	FMCG 560
	IS FOUND WHERE THE FUNCTION INCREASES.	FMCG 570

SUBROUTINES AND FUNCTION SUBPROGRAMS REQUIRED

	FUNCT	FMCG 590
--	-------	----------

METHOD

	THE METHOD IS DESCRIBED IN THE FOLLOWING ARTICLE	FMCG 600
	R.FLETCHER AND C.M.REEVES, FUNCTION MINIMIZATION BY	FMCG 610
	CONJUGATE GRADIENTS,	FMCG 620
	COMPUTER JOURNAL VOL.7, ISS.2, 1964, PP.149-154.	FMCG 630

.....		FMCG 640
		FMCG 650
		FMCG 660
		FMCG 670
		FMCG 680
		FMCG 690

ZWECK

DIESES PROGRAMM WIRD VON FMFP1 BZW. FMCG1 BENOETIGT UND
BERECHNET DEN GRADIENTENVEKTOR UND DEN FUNKTIONSWERT

AUFRUF

CALL FUNCT1(N,X,F,G)

INPUT

N=NZY1..ANZAHL DER ENDOGENEN VARIABLEN, DIE NICHT LINEAR
VORKOMMEN
X=YR1...JEWEILIGE ANFANGSWERTE

OUTPUT

F.....FUNKTIONSWERTE
G.....GRADIENTENVEKTOR
AUSGEPRINTET WERDEN ZUSAETZLICH NOCH DIE ANFANGSWERTE

VERWENDETE SUBROUTINEN

NF,UPDAT1

BEMERKUNGEN

SIEHE BEMERKUNGEN BEI NLFP

ZWECK

ERMITTLUNG DER ENDOGENEN VARIABLEN IM NICHTLINEAREN TEIL
DES SYSTEMS(N1,NZY1) UND DES HILFSVEKTORS HV

AUFRUF

CALL UPDAT1(N1,NZY1,NZNL,NZPRE,NZLPRE)

INPUT

N1.....INDEX DER ERSTEN ENDOGENEN
N2=NZY1...ANZAHL D.END.VAR.,DIE NICHTLINEAR VORKOMMEN
N4=NZPRE...ANZAHL DER PRAEDET. VARIABLEN
N5=NZLPRE..NZPRE-NZZ2 (NZZ2 = ANZAHL D.NICHTLINEARITAETEN)
N3=NZNL...NZLPRE+1

OUTPUT

Y.....END.VAR. IM NICHTLINEAREN TEIL (1,NZY1)
HV.....HILFSVEKTOR

VERWENDETE SUBROUTINEN

GETDSK

BEMERKUNGEN

SIEHE BEMERKUNGEN BEI NLFP

ZWECK

BESTIMMUNG DER NICHTLINEARITAETEN UND DER ABLEITUNGEN

AUFRUF

CALL NF(YR1,NZY1)

INPUT

YR1.....ANFANGSWERTE
NZY1.....ANZAHL D.END.VAR., DIE NICHTLINEAR VORKOMMEN

OUTPUT

A.....NICHTLINEARITAETEN
HG.....HILFSVEKTOR (ABLEITUNGEN) FUER HV

VERWENDETE SUBROUTINEN
KEINE

BEMERKUNGEN

DIESES PROGRAMM IST VOM BENUTZER JEWELNS NEU ZU SCHREIBEN
UND ZU LADEN. DABEI BILDEN DIE STATEMENTS

SUBROUTINE NF(YR1,NZY1)
DIMENSION (SIEHE LISTE)
COMMON (SIEHE LISTE)
NHG=NZY1*NZZ2
DO 200 I=1,NHG
200HG(I)=0.

EINEN UNVERKAENDERLICHEN BESTANDTEIL. NUR DIE NICHTLINEARI-
TAETEN MUESSEN NEU DEFINIERT UND DIE ABLEITUNGEN NEU BE-
RECHNET WERDEN

A(1)= USW.
HG(1)= USW.

SUBROUTINE NF(YR1,NZY1)
DIMENSION YR1(1)
DIMENSION IPARA(20),A(150),C(60),D(60),IDLAB(300)
DIMENSION Y(40),HV(400),HG(400)
COMMON IPARA,A,C,D,IDLAB,NZZ2,NSTART,Y,HV,HG

BESTIMMUNG DER NICHTLINEARITAETEN

A(1)=YR1(1)/YR1(2)

BESTIMMUNG DER ABLEITUNGEN

NHG=NZY1*NZZ2
DO 200 I=1,NHG
200 HG(I)=0.
HG(1)=1./YR1(2)
HG(2)=-YR1(1)/(YR1(2)**2)
RETURN
END

200

ZWECK

LOESUNG EINES GLEICHUNGSSYSTEMS IN VERBINDUNG MIT DEM
PROGRAMM NLMODL, AUSDRUCK DER EX-POST BZW. EX-ANTE-
PROGNOSE

METHODE

GAUSS-SEIDEL-VERFAHREN MIT KONVERGENZBESCHLEUNIGUNG
SIEHE IHS-MEMO NR.69

AUFRUF

CALL LINK (NLGS) IM PROGRAMM INV5NL

INPUT

1. KARTE IN DER SPALTE
NZY1....ZAHL DER ENDOGENEN, DIE NICHTLINEAR VORKOMMEN 1,2
NZZ2....ZAHL DER NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN 3,4
NS=S....STANZEN DER PROGNOSE UND IST-WERTE, SONST BLANK 20
EPS.....FEHLERSCHRANKE FORMAT F10.5 30-39
LIMIT...MAXIMALZAHL DER ITERATIONEN (I5) 40-44
IAP=1...EX-ANTE-PROGNOSE 50
IAP=0...EX-POST-PROGNOSE

2. KARTE

Y.....ANFANGSWERTVEKTOR (12F6.3)

3. KARTE

G.....VEKTOR DER DAEMPFUNGSFAKTOREN (12.F6.3)

4. KARTE

YX.....PRAEDETERMINIERTE VARIABLE

5. KARTE

PROGNOSEZEITPUNKT FUEK EX ANTE PROGNOSE (I2,A1,I2)

OUTPUT

EX-POST BZW. EX-ANTE-PROGNOSE

VERWENDETE SUBROUTINEN

GETDSK,FUNCT3

BEMERKUNG

DIE NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN DER ENDOGENEN VARIABLEN
MUESSEN IN NLFCTN DEFINIERT WERDEN

ZWECK
BERECHNUNG DER I-TEN ENDOGENEN VARIABLEN Y

AUFRUF
CALL FUNCT3(I,X,G)

INPUT
I.....INDEX DER ENDOGENEN VARIABLEN
X.....VEKTOR DER PRAEDETERMINIERTEN VARIABLEN
G.....VEKTOR DER DAEMPFUNGSFAKTOREN

VERWENDETE SUBROUTINEN
GETDSK, FN

BEMERKUNG
G(I) LIEGEN ZWISCHEN 0 UND 1 ,0...KEINE DAEMPfung
OUTPUT Y WIRD IM COMMON UEBERTRAGEN

ZWECK

DEFINITION DER NICHTLINEAREN TRANSFORMATIONEN DER ENDOGEN VARIABLEN

AUFRUF

CALL FN(X)

INPUT

X.....VEKTOR DER PRAEDETERMINIERTEN VARIABLEN - a

BEMERKUNG

BEISPIEL

SUBROUTINE FN(X)

DIMENSION X(1)

DIMENSION IPARA(20),Z(150),X(60),D(60),IDLAB(300),Y(40)

COMMON IPARA,Z,C,D,IDLAB,NZZ2,NSTART,Y

Z(1)=Y(1)*Y(2)

Z(2)=Y(3)**2+X(23)

RETURN

END

SUBROUTINE FN(X)

DIMENSION X(1)

DIMENSION IPARA(20),Z(150),C(60),D(60),IDLAB(300),Y(40)

COMMON IPARA,Z,C,D,IDLAB,NZZ2,NSTART,Y

BESTIMMUNG DER NICHTLINEARITAETEN

Z(1)=Y(1)/Y(2)

RETURN

END

ZWECK

SCHAETZUNG DER PARAMETER EINER NICHTLINEAREN FUNKTION NACH DEM PRINZIP DER KLEINSTE QUADRATE. DIE ERSTEN PARTIELLEN ABLEITUNGEN MUESSEN EXISTIEREN. DAS PROGRAMM ARBEITET IN VERBINDUNG MIT DEM SYSTEM UNIRUN, SIEHE IHS-MEMO-NR.68

METHODE

DIE RESIDUENQUADRATENSUMME WIRD ALS FUNKTION DER STRUKTURPARAMETER MINIMIERMITHILFE DER SUBROUTINEN FMFPVT (FLETCHER-POWELL) ODER FMCGKT (CONJUGATE GRADIENT), SIEHE IHS-MEMO-NR.69

AUFRUF

CALL LINK (UNIVAT) IN UNIRUN

INPUT

	ERSTE KARTE	IN DER SPALTE
NPAR	...ZAHLE DER PARAMETER THETA(I), (MAXIMAL 10)	1-2
EST	...SCHAETZWERT DER QUADRATSUMME F (F10.5)	10-19
EPS	...FEHLERSCHRANKE (F10.5)	20-29
LIMIT	...MAXIMALE ZAHLE DER ITERATIONEN	30-34
NVERS=0	...FMFPVT WIRD VERWENDET	40
NVERS=1	...FMCGKT WIRD VERWENDET	

ZWEITE KARTE

THETA...ANFANGSWERTVEKTOR FUER PARAMETER (12F6.3)

OUTPUT

EX-POST-PROGNOSE X(IYDACH)
IST-WERT X(IY)
FEHLER X(IRES)

VERWENDETE SUBROUTINEN

FMCGVT, FMFPVT

BEMERKUNG

DIE NICHTLINEARE FUNKTION UND IHRE PARTIELLEN ABLEITUNGEN MUESSEN IN DEFIVT DEFINIERT WERDEN.

ZWECK

MINIMIERUNG EINER FUNKTION IN MEHREREN VARIABLEN
NACH FLETCHER-POWELL IN VERBINDUNG MIT ROUTINE UNIVAT

AUFRUF

CALL FMFPVT(N,X,F,G,EST,EPS,LIMIT,IER,H)

BEMERKUNG

UNTERSCHIED ZU S.S.P.ROUTINE FMFP IN COMMON, DIMENSION
UND CALL FUNCVT ANSTELLE VON CALL FUNCT
DIMENSION IPARA(20),A(150),ITAB(200),NAMEVK(90),INDCTR(30),B(1000)
1,XSUM(30),GHILF(100)
COMMON IPARA,A,ITAB,NAMEVK,INDCTR,NEND,LZR,B,JAFORM,XSUM,GHILF
CALL FUNCVT(N,X,F,G)

ZWECK

MINIMIERUNG EINER FUNKTION IN MEHREREN VARIABLEN

NACH DER KONJUGIERTEN-GRADIENTEN-METHODE IN VERBINDUNG
MIT ROUTINE UNIVAT

AUFRUF

CALL FMCGVT(N,X,F,G,EST,EPS,LIMIT,IER,H)

BEMERKUNG

UNTERSCHIED ZU S.S.P.ROUTINE FMCG IN COMMON, DIMENSION
UND CALL FUNCVT ANSTELLE VON CALL FUNCT
DIMENSION IPARA(20),A(150),ITAB(200),NAMEVK(90),INDCTR(30),B(1000)
1,XSUM(30),GHILF(100)
COMMON IPARA,A,ITAB,NAMEVK,INDCTR,NEND,LZR,B,JAFORM,XSUM,GHILF
CALL FUNCVT(N,X,F,G)

ZWECK

DEFINITION DER FUNKTION UND DER PARTIELLEN ABLEITUNGEN
AUFRUF

CALL DEFIVT(THETA)

INPUT

THETA..VEKTOR DER PARAMETERWERTE

BEMERKUNG

DIE UNABHAENGIGEN VARIABLEN WERDEN MIT X(I1),X(I2),...

DIE ABHAENGIGE VARIABLE YDACH MIT X(IYDACH),

GHILF(I2),...,BEZEICHNET.

NICHT VERGESSEN, INDIZES ZU DEFINIEREN...Z.B. I4=I3+LZR

SUBROUTINE DEFIVT(THETA)

DIMENSION THETA(1)

DIMENSION IPARA(20),A(150),ITAB(200),NAMEVK(90),INDCTR(30),X(1000)
1,XSUM(30),GHILF(100)

COMMON IPARA,A,ITAB,NAMEVK,INDCTR,NEND,LZR,X,JAFORM,XSUM,GHILF

I1=0

IY=(NEND-1)*LZR

DO 10 I=1,LZR

I1=I1+1

I2=I1+LZR

I3=I2+LZR

I4=I3+LZR

IY=IY+1

IYDACH=IY+LZR

IRES=IYDACH+LZR

DEFINITION DER FUNKTION

X(IYDACH)=THETA(3)+ THETA(1)*X(I1)**THETA(2)

DEFINITION DER PARTIELLEN ABLEITUNGEN

GHILF(I1)=X(I1)**THETA(2)

GHILF(I2)=LOGF(X(I1))*(X(IYDACH)-THETA(3))

GHILF(I3)=1.

X(IRES)=X(IY)-X(IYDACH)

10 CONTINUE

RETURN

END

IV. KARTENFOLGE ZU ANWENDUNGSBEISPIEL 2.3.

```

*LOCALNLMODL,PARA,TITEL,SUVA2,LZMP,K5READ,TRANSF,NAME5,OLS,DATUM
*LOCALINV5NL,LIST5,PREDT5,PREDT6
)13016 OLS 16R54J 70J AUSTRIA-LEVEL CHEMIA 70
ENDVAR
YMBNJ E001
PYMXJ E002
CTPNJ E003
ITTTJ E004
)21480030740029260032840033150036490046520051260050370053710056050 7093
8123 8157 8256 9123 10905
MIKNJ E005
LKPNJ E006
NBKNJ E007
AFTNJ E008
SINNJ E009
NBUNJ E010
JDTNJ E011
DE J E012
ALO-J E013
PRAVAR
YMBNJ 01 P002
PYMXJ 01 P003
CTPNJ 01 P004
ITTTJ 01 P005
)21480030740029260032840033150036490046520051260050370053710056050 7093 ITTTJ
8123 8157 8256 9123 10905 ITTTJ
MIKNJ 01 P006
LKPNJ 01 P007
ALO-J 01 P008
NBKNJ 01 P009
LONJ P010
13.79600 0 54J LLONJ=2.1-LKPNJ 1 LLONJ
16.45700 0 55J LLONJ=2.1-LKPNJ 2 LLONJ
19.20400 0 56J LLONJ=2.1-LKPNJ 3 LLONJ
21.89800 0 57J LLONJ=2.1-LKPNJ 4 LLONJ
22.66800 0 58J LLONJ=2.1-LKPNJ 5 LLONJ
23.73500 0 59J LLONJ=2.1-LKPNJ 6 LLONJ
25.42600 0 60J LLONJ=2.1-LKPNJ 7 LLONJ
28.24800 0 61J LLONJ=2.1-LKPNJ 8 LLONJ
30.79000 0 62J LLONJ=2.1-LKPNJ 9 LLONJ
33.47700 0 63J LLONJ=2.1-LKPNJ 10 LLONJ
36.80900 0 64J LLONJ=2.1-LKPNJ 11 LLONJ
41.01800 0 65J LLONJ=2.1-LKPNJ 12 LLONJ
45.12200 0 66J LLONJ=2.1-LKPNJ 13 LLONJ
50.40800 0 67J LLONJ=2.1-LKPNJ 14 LLONJ
54.36900 0 68J LLONJ=2.1-LKPNJ 15 LLONJ
59.97800 0 69J LLONJ=2.1-LKPNJ 16 LLONJ
65.64000 0 70J LLONJ=2.1-LKPNJ 17 LLONJ
J-ZNJ P011

```

-0.06000	0	54J	2.5-2.6	1	N-ZNJ
-0.46000	0	55J	2.5-2.6	2	N-ZNJ
-0.42000	0	56J	2.5-2.6	3	N-ZNJ
-0.31000	0	57J	2.5-2.6	4	N-ZNJ
-0.66000	0	58J	2.5-2.6	5	N-ZNJ
-0.75000	0	59J	2.5-2.6	6	N-ZNJ
-0.36000	0	60J	2.5-2.6	7	N-ZNJ
-0.15000	0	61J	2.5-2.6	8	N-ZNJ
-0.39000	0	62J	2.5-2.6	9	N-ZNJ
-0.58000	0	63J	2.5-2.6	10	N-ZNJ
-0.77000	0	64J	2.5-2.6	11	N-ZNJ
-1.31000	0	65J	2.5-2.6	12	N-ZNJ
-1.27000	0	66J	2.5-2.6	13	N-ZNJ
-1.43000	0	67J	2.5-2.6	14	N-ZNJ
-2.71000	0	68J	2.5-2.6	15	N-ZNJ
-2.70000	0	69J	2.5-2.6	16	N-ZNJ
-3.40000	0	70J	2.5-2.6	17	N-ZNJ

P012
P013
P014

XIKNJ
CTONJ
TUNJ

10.10100	0	54J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	1	TUTNJ
10.14900	0	55J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	2	TUTNJ
11.00400	0	56J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	3	TUTNJ
12.40000	0	57J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	4	TUTNJ
13.12600	0	58J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	5	TUTNJ
14.59100	0	59J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	6	TUTNJ
15.81900	0	60J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	7	TUTNJ
19.21700	0	61J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	8	TUTNJ
20.90800	0	62J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	9	TUTNJ
22.16300	0	63J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	10	TUTNJ
25.76500	0	64J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	11	TUTNJ
25.96000	0	65J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	12	TUTNJ
29.23600	0	66J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	13	TUTNJ
31.63100	0	67J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	14	TUTNJ
33.05100	0	68J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	15	TUTNJ
35.72400	0	69J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	16	TUTNJ
38.38000	0	70J	NBKNJ+NBUNJ-NDTNJ	17	TUTNJ

P015

TBENJ

-0.76000	0	54J	2.1-LDTNJ	1	TBENJ
-0.02600	0	55J	2.1-LDTNJ	2	TBENJ
0.29600	0	56J	2.1-LDTNJ	3	TBENJ
0.17000	0	57J	2.1-LDTNJ	4	TBENJ
-1.09100	0	58J	2.1-LDTNJ	5	TBENJ
-2.08100	0	59J	2.1-LDTNJ	6	TBENJ
-1.98700	0	60J	2.1-LDTNJ	7	TBENJ
-1.32500	0	61J	2.1-LDTNJ	8	TBENJ
-2.83400	0	62J	2.1-LDTNJ	9	TBENJ
-3.69800	0	63J	2.1-LDTNJ	10	TBENJ
-3.38200	0	64J	2.1-LDTNJ	11	TBENJ
-1.69300	0	65J	2.1-LDTNJ	12	TBENJ
-1.28900	0	66J	2.1-LDTNJ	13	TBENJ
-2.39400	0	67J	2.1-LDTNJ	14	TBENJ
-3.68200	0	68J	2.1-LDTNJ	15	TBENJ
-1.67600	0	69J	2.1-LDTNJ	16	TBENJ
0.85200	0	70J	2.1-LDTNJ	17	TBENJ

