BESTEUERUNG UND RISIKOKAPITAL: EINE ALLGEMEINE GLEICHGEWICHTSANALYSE

Christian KEUSCHNIGG

Forschungsbericht/
Research Memorandum Nr. 234

Oktober 1986

Die in diesem Forschungsbericht getroffenen Aussagen liegen im Verantwortungsbereich des Autors und sollen daher nicht als Aussagen des Instituts für Höhere Studien wiedergegeben werden.

ABSTRACT

The paper concerns taxation and risk taking in a general equilibrium setting. The model is about an economy where a single physical good is produced in two different sectors. One sector is subject to multiplicative technological uncertainty whereas the other sector employs a deterministic production technology. Firms issue real equities that represent claims on their output. The number of equities issued by the firms is equal to the units of expected output. The only way that households can acquire the consumption good is by acquiring real equities of the firms. Since the output of one sector is uncertain the real equities of that sector are risky assets. Hence, households which are assumed to be risk averse in consumption, choose between safe and risky assets in order to optimize their consumption risk.

Firms are assumed to minimize the costs of producing that level of expected output and, thus, of producing that number of real equities that is necessary to satisfy consumer demand for assets. It turns out that the uncertainty model is identical in its formal structure to the standard model of tax incidence under certainty if one substitutes asset demand functions for the demand functions for different goods. Hence, the formal results are the same as those of tax incidence theory under certainty. There is, however,

a new element of taxation. In addition to the taxation of factor income or the taxation of asset purchases, it is possible to tax asset returns. As in the certainty model it turns out that an income tax with full loss offsets that taxes the returns of the equities after the realization of the production risk, increases the share of the risky assets in consumer portfolios. This means that relatively more of the good is produced in the risky sector of the economy. Whether labor or capital bears the burden of the tax depends on the relative factor intensities in the two sectors.

1. Einleitung

2. Das Modell mit Produktion unter Unsicherheit

3. Das allgemeine Gleichgewicht

3.1. Die Konsumenten
3.2. Die Produzenten
3.3. Das allgemeine Gleichgewicht
3.4. Die Bewegungsgleichungen
3.5. Faktorintensitäten und geometrische Darstellung

4. Steuerinzidenz unter Unsicherheit

4.1. Inzidenz der Körperschaftssteuer
4.2. Allgemeine Steuerinzidenz

5. Inzidenz der Ertragsbesteuerung

5.1. Einkommensdefinitionen
5.2. Exkurs: Dualität bei Unsicherheit und die Slutzky-Gleichung für den Steuereffekt
5.3. Inzidenz der allgemeinen Ertragssteuer
5.4. Andere Formen der Ertragsbesteuerung

6. Schlußbemerkung
Literatur

Anhang A: Einkommenselastizität der Nachfrage nach riskanten Anlagen

Anhang B: Definition der Substitutionselastizität via Kostenfunktionen

Anhang C: Absolute Risikoabneigung und die Nachfrage nach riskanten Anlagen

Anhang D: Risikoabneigung und die Grenzrate der Substitution zwischen Wertpapieren

1. Einleitung

In der Außenhandelstheorie wurde inzwischen das herkömmliche Produktionsmodell mit zwei Sektoren, zwei Faktoren und konstanten Skalenerträgen neu formuliert, um auch Fälle von Preisunsicherheit und technologischem Risiko behandeln zu können. Wenn jedoch die Produktion einem Risiko unterliegt, dann taucht ein Problem bezüglich der Modellierung des Firmenverhaltens auf, weil kein eindeutiges Kriterium für die Unternehmensentscheidungen verfügbar ist (vgl. Dreze 1985). Die Theoretiker haben im wesentlichen zwei Ansätze entwickelt, um die Uneindeutigkeit bezüglich der Zielfunktion der Unternehmung unter Unsicherheit zu bewältigen. In einer Klasse von Modellen trifft ein risikoscheuer Einzelunternehmer die Firmenentscheidungen nach dem Kriterium des maximalen Erwartungsnutzens des Gewinns wie etwa in Sandmo(1971) und Leland(1972). Nach diesem Ansatz hat unter anderem Batra(1974) ein Zwei-Sektor-Modell unter Unsicherheit formuliert, welches von Pope/Just(1978) noch verallgemeinert wurde. Eine Anwendung in der Außenhandelstheorie findes sich etwa in Sakai(1978). In der Steuerinzidenztheorie sind die Arbeiten von Ratti/Shome(1977), Batra(1975) und Fraser (1985) zu nennen. Der unternehmerische Ansatz ist jedoch nur in den Fällen geeignet, in denen identische Konsumenten angenommen werden. Dieser Ansatz ist nicht geeignet zur Modellierung von großen Unternehmungen mit vielen Anteilseignern, die unterschiedliche subjektive Wahrscheinlichkeitsvorstellungen und unterschiedlich risikoscheu sind. In einem alternativen Ansatz sind es daher die Preissignale des Aktienmarktes, nach denen die Produktions-

entscheidungen ausgerichtet werden (vgl. z.B. Diamond(1967), Leland(1974), Grossman/Hart(1979); zu Anwendungen in der Außenhandelstheorie siehe Helpman/Razin(1978), Helpman(1985), Baron/Forsythe(1979); zu Anwendungen in der Steuerinzidenztheorie siehe Baron/Forsythe(1981)).

Pomery(1983) hat gezeigt, daß diese zwei Ansätze - Aktienmärkte versus Einzelunternehmer - konsistent sind, wenn man identische Konsumenten annimmt. Der Grund liegt darin, daß unter dieser Annahme der Unternehmer nur einer der identischen Konsumenten ist und daher notwendigerweise die Risikopräferenzen der Konsumenten in ihrer Rolle als Firmeneigner befriedigt. Die Einstimmigkeit der Aktionäre kann kein Problem sein. Der unternehmerische Schattenpreis für eine riskante Forderung auf den Firmenoutput - nach diesen Schattenpreisen werden die Produktionsentscheidungen getroffen - ist identisch mit dem Preis, der auf dem Aktienmarkt für diese riskante Outputforderung erzielt wird, wenn ein solcher Aktienmarkt eingerichtet ist.

Das vierte Kapitel stellt eine Erweiterung des grundlegenden Modells von Pomery(1983) dar. Obwohl es vereinfachend ist, will ich identische Konsumenten annehmen. Diese Annahme ist jedoch nicht beabsichtigt, um das Problem der Einstimmigkeit der Firmeneigner bezüglich der Produktionsentscheidungen zu umgehen. In Modellen einer Aktienmarktökonomie mit multiplikativem technologischen Produktionsrisiko können leicht hinreichende Bedingungen für die Einstimmigkeit der Aktionäre angegeben werden. Die Annahme

von identischen Konsumenten ermöglicht es vielmehr, die Ergebnisse der Portfoliotheorie zu nützen, wie sie z.B. in Stiglitz(1969), Arrow(1971), Atkinson/Stiglitz(1980, Lektion 4) und Sandmo(1985) analysiert wurde.

Anders als in früheren Untersuchungen zur Steuerinzidenz unter Unsicherheit von Ratti/Shome(1977) und Batra(1975) erlaubt das hier vorgestellte Modell die Interpretation, daß die Produktionsentscheidungen von den Preissignalen des Aktienmarktes geleitet werden. Die Annahme identischer Konsumenten und eines einzigen physischen Gutes unterscheidet meine Untersuchung von Baron/Forsythe(1981). Da nur ein Gut produziert wird, liegt die Wahl zwischen riskanten und sicheren Produktionsaktivitäten, welche riskante und sichere Forderungen auf den Output des Gutes abwerfen. Daher besteht kein Problem der Allokation des Konsums zwischen verschiedenen Gütern wie bei Baron/Forsythe. Die Outputs der beiden Sektoren sind perfekte Substitute im Konsum. Das Problem des Haushalts liegt einzig in der optimalen Risikotragung, d.h. im Erwerb von sicheren und riskanten Forderungen auf den Output desselben Gutes. Die vorliegende Arbeit stellt insofern eine Vereinfachung der Darstellung von Baron/Forsythe(1981) dar. Der Vorteil dieser Vereinfachung liegt darin, daß die Aspekte der Risikotragung dadurch besonders klar gesehen werden können. Ein weiterer Unterschied zu Baron/Forsythe liegt darin, daß die Angebotsseite nach dem Gesichtspunkt der Kostenminimierung modelliert wurde (siehe Abschnitt 4.3.2.).

Die vorliegende Formulierung ermöglicht eine weitere Interpretation des Harberger Modells der Steuerinzidenz. Die komparativ statische Untersuchung des Modells erlaubt es, solchen Fragen auf den Grund zu gehen wie: Bevorzugt eine allgemeine Einkommensteuer eher die riskante oder die sichere Produktionstechnologie? Ein wohl bekanntes Ergebnis der partiellen Gleichgewichtsanalyse ist, daß die Einkommensteuer tendenziell die riskanten Aktivitäten begünstigt. Die partielle Gleichgewichtsanalyse vernachlässigt jedoch die Interdependenz der Märkte. Wird die Einkommensteuer auch in einem allgemeinen Gleichgewichtsrahmen die Investoren dazu bewegen, mehr Risikokapital zur Finanzierung der riskanten Unternehmungen aufzubringen? Wie wirkt sich die Körperschaftsbesteuerung auf Produktion, Beschäftigung und Faktorentlohnung im sicheren und im riskanten Sektor aus? Sind die verteilungsmäßigen Auswirkungen der Steuern unterschiedlich von jenen unter Sicherheit? Man mag erwarten, daß die Verteilungswirkungen der Steuer nicht grundsätzlich verschieden von dem Fall mit sicherer Produktion sind, da die Produktionsstruktur des Modells analog zum traditionellen Zwei-Sektor-Modell ist. (Zur Steuerinzidenz unter Sicherheit siehe Lektion 6 von Atkinson/Stiglitz(1980), McLure (1975), Mieszkowski(1967) und die originäre Arbeit von Harberger(1962)).

2. Das Modell mit Produktion unter Unsicherheit

Man stelle sich eine Wirtschaft vor, in der nur ein einziges Gut produziert wird, welches sowohl für Konsum als auch für Investitionen verwendet werden kann. Es sind jedoch zwei unterschiedliche Technologien für die Produktion des Gutes verfügbar. Eine ergibt einen festen, sicheren Ausstoß für vorgegebene Faktoreinsatzmengen, während im "Hoch-Technologie"-Sektor eine neue, noch nicht völlig zuverlässige Technologie eingesetzt wird. Daher wird die Produktivität der Faktoreinsätze recht unterschiedlich ausfallen und von solchen Ereignissen abhängen wie Maschinenausfälle, Anpassungsfähigkeit der Arbeitskräfte an die neue Technologie und andere Unwägbarkeiten. Das Risiko in der Produktion wird geeignet durch eine Zufallsvariable θ dargestellt, welche in die Produktionsfunktion für die riskante Aktivität als multiplikativer Ausdruck eingeht. Die Natur zieht aus $s=1,\ldots,S$ Umweltzuständen ein Ereignis s und ordnet der Zufallsvariable in der Produktion einen Wert $\theta(s)$ zu. Die Produktion beträgt dann

$$(1)\quad X(s) = \theta(s).F_X(K_X, L_X) \quad \text{und} \quad Y(s) = F_Y(K_Y, L_Y), \quad s=1,\ldots,S.$$

Arbeit L_J und Kapital K_J werden eingesetzt, um in den Sektoren $j=X,Y$ vom Gut die Mengen $X(s)$ und $Y(s)$ zu erzeugen. Der zustandsunabhängige Teil der Produktion wird durch linear homogene Funktionen $F_J(K_J, L_J)$ mit positiven Grenzproduktivitäten F_{KJ} und F_{LJ} dargestellt. Die Firmen entscheiden über Faktoreinsätze, bevor sich die Unsicherheit auflöst. Dann bestimmt eine Realisation der

Zufallsvariable θ die Produktivität der Faktoreinsätze in Sektor X. Da Märkte für reine Forderungen auf zustandsbedingte Güter (pure state contingent commodity claims) im Sinne von Arrow und Debreu nicht existieren, besteht die einzige Möglichkeit zur Aufteilung des Konsums auf die verschiedenen Umweltzustände im Erwerb von verschiedenen Mengen von riskanten und sicheren Firmenanteilen auf dem Aktienmarkt. Der im Englischen verwendete Ausdruck "real equity" wird im folgenden mit "Aktie" oder einfach "Wertpapier" übersetzt. Es handelt sich dabei um eine Art "Genußschein", deren Erwerb zum anteilsmäßigen Konsum des Firmenoutputs berechtigt, nachdem sich die Zufallsvariable realisiert hat. Bei unvollständigen Zukunftsmärkten sind Aktien aus zwei Gründen wertvoll. Einmal stellen Aktien Forderungen auf den Ausstoß der Firma dar, was der Rolle der Aktien als Eigentumstitel entspricht (Eigentümerrolle). Zum anderen erlauben Aktien von verschiedenen Firmen mit unterschiedlichem Risiko eine Gestaltung des Einkommensrisikos durch die Zusammenstellung eines entsprechend diversifizierten Portfolios (Wertpapierrolle). Einheiten von Aktien Z_x der riskanten Industrie können als Einheiten des erwarteten Outputs identifiziert werden, wenn man den Produktivitätsschock als $\theta(s) = X(s)/E[X]$ identifiziert. Dies impliziert (2):

$$(2)\quad E[\theta] = 1, \quad Z_x = E[X] = F_x(L_x, K_x), \quad Z_y = F_y(L_y, K_y).$$

Der Erwartungswertoperator $E[.]$ bezieht sich auf die subjektiven Wahrscheinlichkeiten bezüglich der Ereignisse aus der Menge S der Umweltzustände. Wenn die Konsumenten ceteris paribus eine starke

Abneigung gegenüber dem Risiko empfinden, dann werden sie viele von den sicheren Aktien Z_y erwerben wollen, und die Produktion im Sektor Y wird gegenüber der Produktion im riskanten Sektor X hoch sein müssen.

Die Faktorausstattungen L^h, K^h der Haushalte werden unelastisch auf den Märkten angeboten, und die Faktoren werden voll beschäftigt. Daher müssen die Inputallokationen in den beiden Sektoren folgenden Beziehungen genügen :

(3) $L_x + L_y = L^h$,

(4) $K_x + K_y = K^h$.

Alle Akteure sind annahmegemäß Preisnehmer auf wettbewerblichen Märkten. Da beide Industrien dasselbe physische Gut produzieren, ist es vorteilhaft, alle Preise in Einheiten dieses Gutes anzugeben. Wenn das Gut vom sicheren Sektor kommt, dann soll es einen Preis von eins haben. Die kritische Normalisierung liegt in der Tat beim Preis von $q_y=1$ für eine sichere Aktie, d.h. für eine sichere Forderung auf das Gut. Die Definition der Zufallsvariablen θ impliziert, daß der erwartete Ertrag der riskanten Aktie gleich dem Ertrag der sicheren Aktie ist. Wenn unter den Individuen Risikoscheu vorherrscht, dann muß das riskante Papier weniger als eins kosten. Wenn der Preis $q_x=1$ betrüge, dann würde der Erwerb der riskanten Aktie bedeuten, daß ein sicherer Einkommensbetrag $q_x=1$ für ein riskantes Einkommen mit einem Erwartungswert von

ebenfalls nicht mehr als eins ($E[\theta]=1$) aufgegeben wird. Dieser Einsatz ist ein versicherungsmäßig faires Spiel, kann aber für risikoscheue Individuen nicht akzeptabel sein. Damit die riskante Aktie attraktiv ist, muß sie weniger kosten als ihr erwarteter Ertrag ($q_x < 1 = E[\theta]$). Der Unterschied ($1-q_x$) macht die Risikoprämie aus, welche das Individuum für die Übernahme des Risikos entschädigt, und q_x mag als sicherheitsäquivalenter Preis des Ertrags θ auf die riskante Aktie betrachtet werden.

Der Aktienpreis q_x bestimmt sich auf einem restringierten Aktienmarkt. Der Markt ist in dem Sinne restringiert, daß der repräsentative Konsument nicht selber Aktien emittieren kann, denn die "Produktion der Aktien" muß nicht negativ sein. Bei positiver Produktion bietet die riskante Industrie $Z_x=E[X]=F_x(L_x,K_x)$ Einheiten von Aktien auf dem Markt an. Der repräsentative Haushalt, der mit dem Index h identifiziert wird, frägt Aktien des riskanten Sektors nach, um sein Einkommensrisiko zu optimieren. Der Gleichgewichtspreis q_x räumt den Aktienmarkt. Da der repräsentative Konsument für viele Individuen steht, soll er annahmegemäß als Preisnehmer handeln.

Wenn der Preis für Aktien gegeben ist, oder äquivalent dazu, wenn der Aktienmarkt den sicherheitsäquivalenten Preis für den erwarteten Output der Firma bestimmt, dann sind die Einnahmen der unter riskanten Bedingungen produzierenden Unternehmung auch bei Abwesenheit von Zukunftsmärkten mit $q_x.Z_x$ wohl definiert. Wenn der

Wettbewerb durch freien Marktzugang und -abgang die Gewinne in den beiden Sektoren eliminiert, dann decken die Erlöse genau die Kosten:

(5) $q_x.Z_x - w.L_x - r.K_x = 0, \quad Z_x = E[X] = F_x(L_x,K_x),$

(6) $1.Z_y - w.L_y - r.K_y = 0, \quad Z_y = F_y(L_y,K_y).$

In beiden Sektoren gilt Preisnehmerschaft, die Faktorentlohnungen zum Lohn w und Zins r (Kapitalnutzungskosten) sind sicher und werden daher implizit in Einheiten von sicheren Aktien getätigt.

Wenn Aktienmärkte vorhanden sind, organisieren die Manager bzw. Unternehmer die Faktoreinsätze, tragen selber aber kein Risiko aus der Produktion (siehe 5). Die Nachfrage nach Aktien bzw. die erwartete Nachfrage nach dem Konsumgut soll kostenminimierend produziert werden. Die Manager bezahlen für die Dienstleistungen des Kapitals und der Arbeit durch die Ausgabe von Aktien in einer Anzahl Z_x , entsprechend dem erwarteten Produktionsniveau $E[X]$. Das Risiko wird auf die Konsumenten überwälzt, welche riskante Aktien Z_x zu einem festen Preis q_x erwerben, daraus aber einen variablen Ertrag θ pro Aktie erzielen. Die Unternehmer können sich des Risikos aber nur entledigen, indem sie zusätzliche Kosten für die "Dienstleistung der Risikoübernahme" eingehen. Um dies zu sehen, schreibe (5) um zu

(7) $1.Z_x - w.L_x - r.K_x - (1-q_x).Z_x = 0.$

Wenn der Unternehmer den erwarteten Ausstoß zum Güterpreis von eins verkaufen will, dann muß er dem Konsumenten entsprechend eine Risikoprämie von $(1-q_x)$ pro Aktie bezahlen. Entsprechend enthält das Konsumenteneinkommen einen Bestandteil $(1-q_x).Z_x$ als Entlohnung für die Risikoübernahme. Da es nur einen Konsumenten gibt, ist sein Einkommen dem gesamten erwarteten Einkommen der Wirtschaft gleich. Nach Addition von (6) zu (7) erhält man

$$(8)\quad Z_x + Z_y = w.L^h + r.K^h + (1-q_x).Z_x = E[I^h].$$

Gleichung (8) drückt aus, daß der Wert der gesamten erwarteten Ausbringung der Wirtschaft gleich dem gesamten erwarteten Einkommen ist. Da die Risikoprämie durch $(1-q_x)=(E[\theta]-q_x)$ definiert ist, beträgt das Einkommen des Konsumenten im Zustand s

$$(9)\quad I^h(s) = [\theta(s) - q_x].Z_x + w.L^h + r.K^h.$$

Es ist klar, daß das Risiko im Konsumenteneinkommen vom Anteil der riskanten Aktien im Portfolio abhängt.

Nach dem Erwartungsnutzentheorem besteht das Wahlproblem des Konsumenten in

$$(10)\quad \max_{Z_x} E[U^h(I^h(s))] \text{ , wo } I^h(s) = [\theta(s) - q_x].Z_x + w.L^h + r.K^h.$$

Die zustandsunabhängige von Neumann-Morgenstern Nutzenfunktion

$U^h(.)$ sei annahmegemäß stetig, differenzierbar, monoton und strikt konkav. Die Bedingung erster Ordnung des Problems (10) legt implizit die Lösung $Z_x(q_x)$ fest:

$$(11)\quad E[U^{h\prime}(I^h(s)).(\theta(s)-q_x)] = 0 \quad \text{bzw.} \quad q_x = \frac{E[U^{h\prime}(.).\theta(s)]}{E[U^{h\prime}(.)]}.$$

Wenn $g^h(s)$ die subjektive Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Umweltzustandes s, d.h. den subjektiven Glauben bezeichnet, daß die Produktivität der Faktoren $\theta(s)$ betragen wird, dann ist der implizite Preis des Konsumenten für eine Einkommenseinheit im Zustand s gegeben durch

$$(12)\quad q_x{}^h(s) = \frac{U^{h\prime}(I^h(s)).g^h(s)}{E[U^{h\prime}(.)]} \qquad \text{mit} \quad \Sigma_s\, q_x{}^h(s) = 1.$$

Der implizite Preis gibt den Betrag wider, den Konsument h für ein bedingtes Wertpapier bezahlen würde, welches eine Geldeinheit im Zustand s und nur im Zustand s verspricht. Die Forderung auf eine sichere Geldeinheit wird mit einer Geldeinheit bewertet und kann als ein Bündel von bedingten Wertpapieren, eines für jeden möglichen Umweltzustand, betrachtet werden. Das innere Produkt $\theta.q_x{}^h$ gibt daher die Bewertung des stochastischen Ertrags einer riskanten Aktie durch den Konsumenten wider, oder in anderen Worten, den individuellen Schattenpreis für eine riskante Aktie. Gleichung (11) besagt dann, daß der Konsument riskante Aktien in

einem Ausmaß erwirbt, in welchem sein Schattenpreis für den riskanten Ertrag gleich dem Aktienmarktpreis ist:

(13) $q_x = \Sigma_s \theta(s).q_x^h(s)$.

Das innere Produkt $\theta.q_x^h$ hat also die Interpretation eines sicherheitsäquivalenten Preises für den riskanten Ertrag θ, welcher durch das Handeln auf dem Aktienmarkt aufgedeckt wird. Daher drückt (13) die Idee aus, daß ein riskanter Ertrag θ mit einem Erwartungswert $E[\theta]=1$ im Nutzen gleich einem sicheren Ertrag von q_x ist. Man kann leicht zeigen, daß der sicherheitsäquivalente Preis q_x kleiner als der erwartete Ertrag $E[\theta]=1$ sein muß. Für zwei Zufallsvariable X, Y gilt die Formel $E[X.Y]=E[X].E[Y]+cov[X,Y]$. Wendet man diesen Ausdruck auf (11) an, so erhält man

(14) $q_x = E[\theta] + cov[U'(.),\theta]/E[U'(.)] = E[\theta] - \pi_x$.

Die Kovarianz in (14) ist für risikoscheue Individuen wegen der strikten Konkavität der Nutzenfunktion negativ. Also ist der sicherheitsäquivalente Preis gleich dem um eine positive Risikoprämie $\pi_x=-cov[U'(.),\theta]/E[U'(.)]$ verminderten erwarteten Ertrag $E[\theta]$ einer Aktie.

Es wird für komparativ statische Untersuchungen sehr erhellend sein, noch tiefer in das Aktienmarktgleichgewicht Einblick zu nehmen. Die Nachfrage nach riskanten Aktien $Z_x(q_x)$ resultiert aus

dem Portfolioproblem des Konsumenten. Implizite Differentiation der Bedingung erster Ordnung in (11) ergibt

$$(15)\quad \frac{dZ_x(q_x)}{dq_x} = \frac{Z_x.E[U''(.).(\theta-q_x)] + E[U'(.)]}{E[U''(.).(\theta-q_x)^2]} =$$

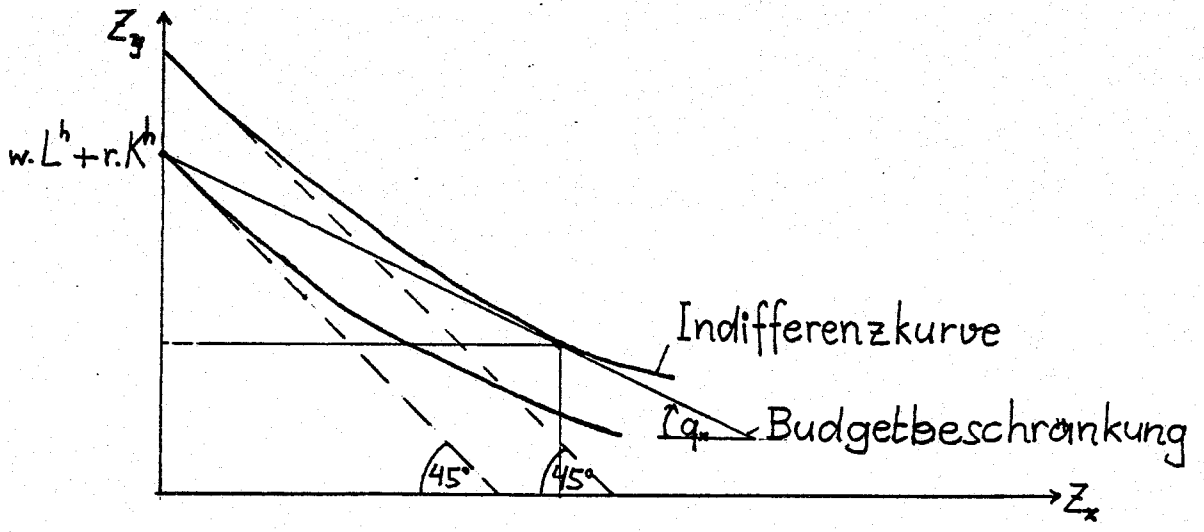
$$= -Z_x.\frac{\delta Z_x}{\delta q_x} + \frac{E[U'(.)]}{E[U''(.)(\theta-q_x)^2]}$$

$$\text{mit } \frac{\delta Z_x}{\delta q_x} = -\frac{E[U''(.)(\theta-q_x)]}{E[U''(.)(\theta-q_x)^2]}$$

$$\frac{dZ_x(q_x)}{dq_x} < 0 \quad \text{wenn} \quad E[U''(.).(\theta-q_x)] > 0.$$

Die Annahme, daß der Konsument eine abnehmende absolute Risikoabneigung habe, sichert, daß die Bedingung in (15) erfüllt ist und die Nachfrage nach riskanten Aktien in den Preisen fallend ist (siehe Anhang C). Wie früher angedeutet, ist die Nachfrage nach riskanten Aktien gleich Null, wenn $q_x=1=E[\theta]$. Graphisch ist die Lösung des Portfolio-Problems durch den Punkt gegeben, in dem die Budgetbeschränkung gerade die Aktienindifferenzkurve tangiert (siehe Abbildung 1).

Abbildung 1:



Da alle sicheren Einkommensteile implizit in sicheren Aktien ausbezahlt werden, ist die Budgetbeschränkung durch (16) gegeben (siehe 12).

$$(16)\quad Z_y = w.L^h + r.K^h - q_x.Z_x \quad <=> \quad q_x.Z_x + Z_y = w.L^h + r.K^h.$$

Die Eigenschaften der Aktienindifferenzkurve ergeben sich aus der totalen Differentiation des Erwartungsnutzens des Einkommens in Bezug auf Z_x und Z_y (Beachte, daß $I(s) = \theta(s).Z_x + 1.Z_y$):

$$(17)\quad E[U'(.).\theta(s)].dZ_x + E[U'(.)].dZ_y = dEU(.) = 0.$$

Die Substitutionsrate für Aktien beträgt (vgl. 11)

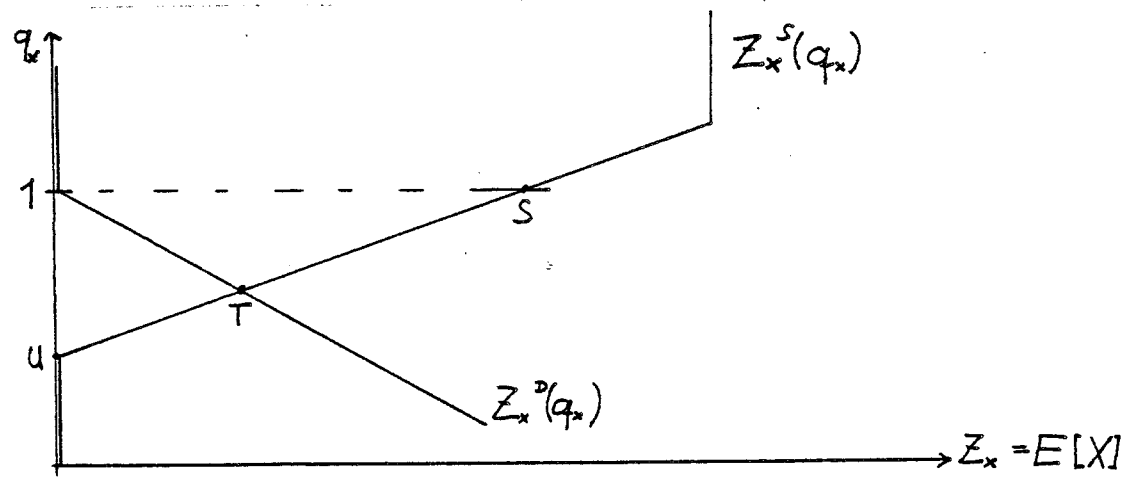
$$(18)\quad -\left.\frac{dZ_y}{dZ_x}\right|_{dEU=0} = \frac{E[U'(.).\theta(s)]}{E[U'(.)]}.$$

Die Indifferenzkurven schneiden die vertikale Achse mit einer Neigung von 45°. Setzt man in (18) $Z_x=0$, so wird U'(.) eine fixe Größe und es folgt $-dZ_y/dZ_x=1$. Außerdem haben die Indifferenzkurven eine abnehmende Grenzrate der Substitution (siehe Anhang D):

$$(19)\quad -\frac{d^2Z_y}{dZ_x^2} > 0.$$

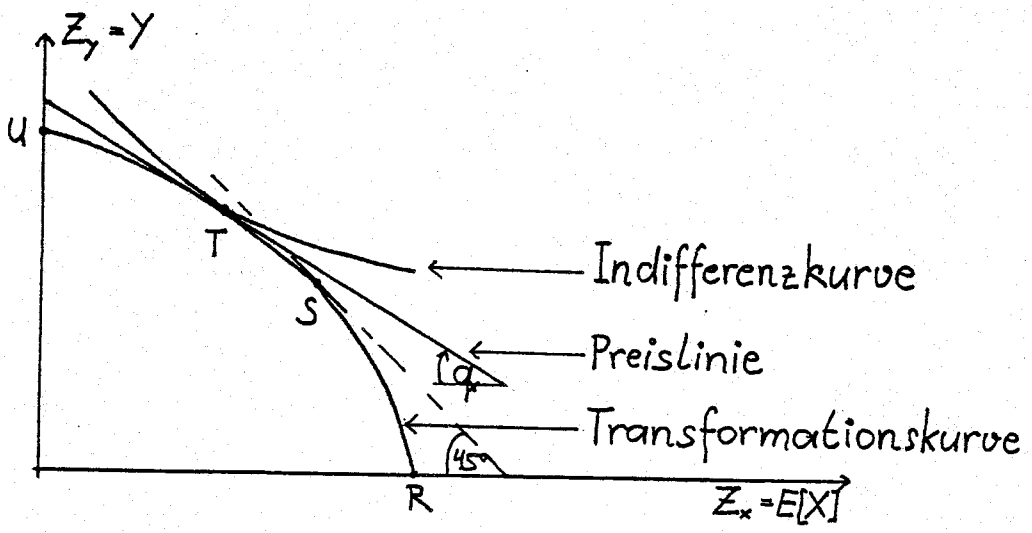
Unter Benützung von (15) kann die Nachfragekurve für riskante Aktien wie in Abbildung 2 dargestellt werden.

Abbildung 2:



Das Angebot von riskanten Aktien $Z_x^s(q_x)$ ist eine monoton zunehmende Funktion des Aktienmarktpreises q_x. Das Angebot kann von der Produktionsmöglichkeitenkurve für Aktien abgelesen werden (siehe Abbildung 3). Da die Aktien als Einheiten des erwarteten

Abbildung 3:



Outputs definiert sind, ist die Produktionsmöglichkeitenkurve identisch mit jener im sicheren Produktionsmodell. Das Angebot von riskanten Aktien ist Null, wenn die Produktion ausschließlich im sicheren Sektor erfolgt (Punkt U). Wenn der Preis q_x für das riskante Gut wächst, werden die Ressourcen in den riskanten Sektor verlagert. Die Produktion nimmt im riskanten Sektor zu Lasten des sicheren Sektors zu. Im Punkt R in Abbildung 3 erschöpft die Produktion im Sektor X die Ressourcen und kann nicht weiter steigen. Punkt S entspricht einem Aktienmarktpreis von Eins und beschreibt daher den Fall, daß die Produktion auch im Sektor X sicher ist. Das Gleichgewicht auf dem Aktienmarkt wird durch Punkt T be-

schrieben und drückt das wohlbekannte Resultat aus der Allokationstheorie unter Unsicherheit aus, daß eine Zunahme der Unsicherheit die Ressourcen von der riskanten zur sicheren Produktion verlagert (Bewegung von S nach T in Abbildung 3). Die Angebotskurve $Z_x^S(q_x)$ in Abbildung 2 ergibt sich aus den Preis-Ausstoß-Kombinationen (q_x, Z_x) in Abbildung 3. Daher ist die Bedingung für das Gleichgewicht im Aktienmarkt

$$(20)\quad Z_x^D(q_x) - Z_x^S(q_x) = 0 = Z_x^D(q_x) - F_x(L_x(q_x), K_x(q_x)).$$

Beachte, daß die Faktornachfragen L_x, K_x von q_x abhängen.

3. Das allgemeine Gleichgewicht

Im vorangehenden Abschnitt 4.2. wurde gezeigt, daß bei Vorhandensein eines Marktes für reale Anteilspapiere das Risiko aus der Produktion allein von den Käufern der Anteilspapiere getragen wird. Für die Unternehmensentscheidungen ist allein die erwartete Ausbringung (= die Anzahl der verkauften Forderungspapiere) und der sicherheitsäquivalente Preis pro Einheit der erwarteten Ausbringung (= Wertpapierpreis) relevant. Die Manager planen also die erwartete Ausbringung und orientieren sich dabei am Preis der Anteilspapiere. Die Entscheidung ist strukturell dieselbe wie die Produktionsentscheidung unter Sicherheit. Im folgenden sei als Verhaltenshypothese für den Unternehmenssektor die Minimierung der Kosten zur Erreichung einer vorgegebenen Ausbringungsmenge (erwarteter Output) unterstellt.

Das Risiko aus der Produktion wird allein von den Käufern der Wertpapiere getragen. Wenn das Produktionsrisiko überdurchschnittlich gut ausfällt, dann erzielen sie auf die Anteilspapiere der riskanten Unternehmungen einen überdurchschnittlich hohen Ertrag und können entsprechend mehr konsumieren. Die Anteilspapiere an den risikolosen Unternehmungen werfen hingegen immer denselben Ertrag ab und erlauben daher nur einen gleichbleibenden Konsum. Je nach dem Grad ihrer Risikoscheu im Konsum wählen die Nachfrager den Anteil der riskanten Wertpapiere in ihrem Portfolio. Als Verhaltenshypothese sei also auf der Nachfrageseite die Maximierung des Erwartungsnutzens unterstellt. Die Preis- und Einkommensab-

hängigkeit der Nachfrage wird mit nicht kompensierten und kompensierten Nachfragefunktionen beschrieben.

In diesem Abschnitt wird nun das statische Zwei-Sektor-Modell mit fixem Faktorangebot aus Atkinson/Stiglitz(1980, Lektion 6) modifiziert, um die Steuerinzidenz unter Unsicherheit zu behandeln. Es wird weitgehend die Notation von Atkinson/Stiglitz übernommen, um einen Vergleich mit dem traditionellen Steuerinzidenzmodell unter Unsicherheit zu erleichtern. Im Unsicherheitsmodell wird nur ein einziges physisches Gut produziert und konsumiert. Die Produktion im Sektor X unterliegt einem multiplikativen technologischen Risiko, Sektor Y erzeugt hingegen unter Sicherheit. Die Produktionsseite kann analog zum herkömmlichen Modell abgehandelt werden. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Mengen Z_x und Z_y als erwartete Ausbringungen bzw. als Anzahl der verkauften Forderungspapiere auf den Output der Unternehmungen interpretiert werden müssen.

3.1. Die Konsumenten

Die Nachfrageseite erfordert hingegen eine ausführlichere Darstellung. Die Haushalte maximieren durch Aufteilung ihres Einkommens auf die Käufe der beiden Wertpapiere den Erwartungsnutzen des Konsums unter der Nebenbedingung der Budgetbeschränkung.

$$(1)\quad \max_{Z_x, Z_y} L(p_x, p_y, M, \theta) = E[U(\theta Z_x + Z_y)] + \alpha.[M - p_x Z_x - p_y Z_y]$$

Die Bedingungen erster Ordnung für die Maximierung der Lagrange-Funktion $L(p_x, p_y, M, \theta)$ lauten:

(2a) $L_x = E[U'(C).\theta] - \alpha.p_x = 0,$

b) $L_y = E[U'(C)] - \alpha.p_y = 0,$

c) $L_\alpha = M - p_x.Z_x - p_y.Z_y = 0.$

Das Symbol M bezeichnet das Einkommen des repräsentativen Individuums und C den Konsum. Wenn die Bedingungen des Satzes über implizite Funktionen erfüllt sind, dann kann das Gleichungssystem (2) nach den Kontrollvariablen Z_x, Z_y, α aufgelöst werden, und die Lösungen sind von den Parametern p_x, p_y, M, Φ abhängig:

(3) $Z_x = Z_x^m(p_x, p_y, \Phi, M),\ Z_y = Z_y^m(p_x, p_y, \Phi, M),\ \alpha = \alpha^m(p_x, p_y, \Phi, M).$

Die Funktionen $Z_x^m(.)$ und $Z_y^m(.)$ sind die (nicht kompensierten) Nachfragefunktionen nach den riskanten und sicheren Wertpapieren. Die Variable Φ im Argument der Nachfragefunktionen bedeutet, daß die Nachfrage nach Wertpapieren von der Verteilung der Zufallsvariablen θ, und zwar von allen Momenten der Verteilung von θ, abhängt. Mithin hängt die Nachfrage (auch) vom erwarteten Ertrag (Erwartungswert) und vom Risiko des Ertrags (z.B. Varianz) ab. Eine hinreichende Bedingung für ein beschränktes Maximum der Ziel-

funktion ist, daß die Determinante der geränderten Hesse-Matrix negativ ist:

$$(4)\quad |H| = \begin{vmatrix} L_{xx} & L_{xy} & L_{x\alpha} \\ L_{yx} & L_{yy} & L_{y\alpha} \\ L_{\alpha x} & L_{\alpha y} & L_{\alpha\alpha} \end{vmatrix} < 0.$$

Wenn also die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für ein Maximum erfüllt sind, dann ist auch die Voraussetzung für die Anwendung des Theorems über implizite Funktionen erfüllt. Die Determinante der geränderten Hesse-Matrix in (4) und die Jakobi-Determinante des Systems von impliziten Funktionen in (2) sind identisch, sodaß die Jacobi-Determinante ungleich Null ist und die Lösungen in (3) tatsächlich in expliziter Form angeschrieben werden können. Wenn man nun die optimalen Nachfragemengen in (3) in die Zielfunktion einsetzt, so erhält man die indirekte Zielfunktion EU*, welche den maximal erzielbaren Erwartungsnutzen bei gegebenen Parameterwerten p_x, p_y, M, Φ angibt.

$$(5)\quad EU^* = EU^*(p_x, p_y, \Phi, M) = E[U(\theta . Z_x^m(p_x, p_y, \Phi, M) + Z_y^m(p_x, p_y, \Phi, M))]$$

Da EU* eine in M streng monoton wachsende Funktion ist, kann sie nach M invertiert werden, sodaß man das zur Erzielung eines Nutzenniveaus EU* notwendige Einkommen erhält:

$$(6)\quad M = M(p_x, p_y, \Phi, EU^*) \equiv e(p_x, p_y, \Phi, EU^*).$$

Die Ausgabenfunktion in (6) erhält man alternativ durch Minimierung der Ausgaben unter der Nebenbedingung, daß der erwartete Nutzen aus den getätigten Wertpapierkäufen mindestens das Niveau EU erreicht.

$$(7)\quad \min_{Z_x, Z_y} \; p_x.Z_x + p_y.Z_y + \beta.[EU - E[U(\theta.Z_x + Z_y)].$$

Die Bedingungen erster Ordnung lauten

$$(8a)\quad p_x - \beta.E[U'(C).\theta] = 0,$$

$$b)\quad p_y - \beta.E[U'(C)] = 0,$$

$$c)\quad EU - E[U(\theta.Z_x + Z_y)] = 0.$$

Unter der Annahme, daß die Bedingung zweiter Ordnung erfüllt ist und damit auch die Jacobi-Determinante ungleich Null ist, können wieder die Lösungen in expliziter Form angegeben werden:

$$(9)\quad Z_x = Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU),\; Z_y = Z_y^u(p_x, p_y, \Phi, EU),\; \beta = \beta^u(p_x, p_y, \Phi, EU)$$

Die indirekte Zielfunktion lautet also:

$$(10)\quad e(p_x, p_y, \Phi, EU) = p_x.Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU) + p_y.Z_y^u(p_x, p_y, \Phi, EU).$$

Die Funktion e(.) in (10) nennt man Ausgabenfunktion. Sie gibt die minimalen Ausgaben (bzw. das minimale Einkommen, siehe (6)) an, die benötigt werden, um den vorgegebenen Erwartungsnutzen in der

Höhe von EU zu erreichen. Ihre Ableitungen nach den Preisen geben die optimalen Nachfragemengen in (9) an.

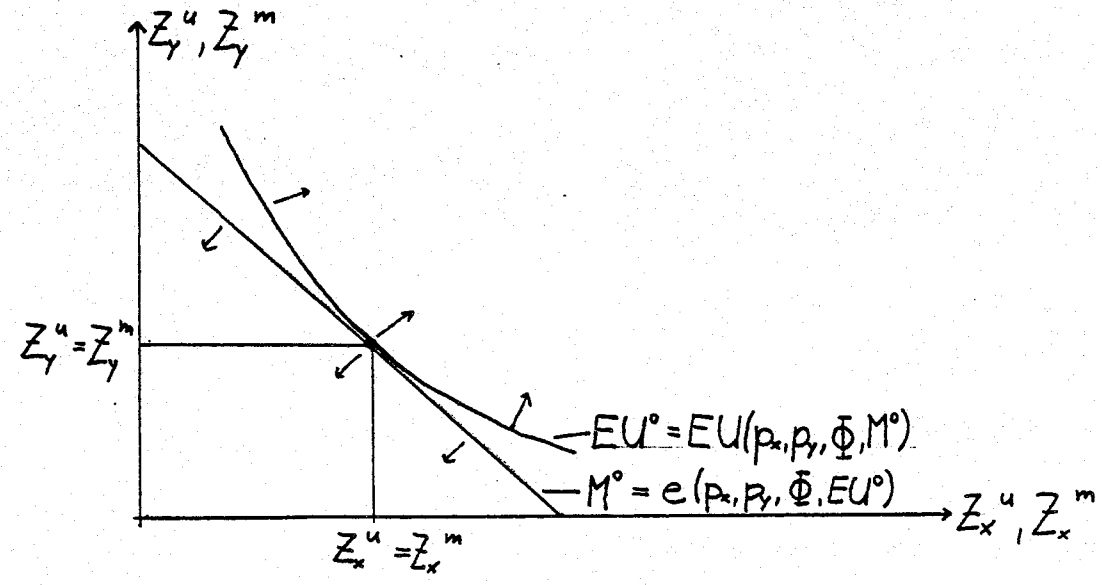
$$(11)\quad (\delta e/\delta p_x) = Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU),\quad (\delta e/\delta p_y) = Z_y^u(p_x, p_y, \Phi, EU).$$

Die Funktionen $Z_x^u(.)$ und $Z_y^u(.)$ nennt man kompensierte Nachfragefunktionen. Es gilt, daß bei einem Einkommen von $M^o = e(p_x, p_y, \Phi, EU^o)$ (bzw. bei einer Nutzenvorgabe von $EU^o = EU(p_x, p_y, \Phi, M^o)$) die kompensierten und unkompensierten Nachfragemengen identisch gleich sind:

$$(12a)\quad Z_x^m(p_x, p_y, \Phi, M^o) = Z_x^m[p_x, p_y, \Phi, e(p_x, p_y, \Phi, EU^o)] \equiv$$
$$\equiv Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU^o),$$
$$b)\quad Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU^o) = Z_x^u[p_x, p_y, \Phi, EU(p_x, p_y, \Phi, M^o)] \equiv$$
$$\equiv Z_x^m(p_x, p_y, \Phi, M^o).$$

Die Identität in (12) gilt natürlich auch für die nachgefragten Mengen Z_y^u bzw. Z_y^m. Schaubild 1 soll dies verdeutlichen:

Schaubild 1:



Unter Benützung der Identität in (12) kann leicht eine Slutzky-Gleichung für die Nachfrage nach riskanten Anlagen abgeleitet werden. Wird (12) nach p_x differenziert, so ergibt sich

$$(13)\quad \frac{\delta Z_x^m}{\delta p_x} + \frac{\delta Z_x^m}{\delta M}.\frac{\delta e}{\delta p_x} = \frac{\delta Z_x^u}{\delta p_x}.$$

Nach Substitution von $(\delta e/\delta p_x)=Z_x^u$ aus (11) und $Z_x^u=Z_x^m$ aus (12) ergibt sich die Slutzky-Gleichung

$$(14)\quad \frac{\delta Z_x^m}{\delta p_x} = \underbrace{\left.\frac{\delta Z_x^u}{\delta p_x}\right|_{dEU=0}}_{\text{Substitutionseffekt}} - \underbrace{Z_x^m.\frac{\delta Z_x^m}{\delta p_x}}_{\text{Einkommenseffekt}}$$

Es ist natürlich zu beachten, daß alle Gleichungen inklusive der Slutzky-Gleichung von den Paramentern Φ der Verteilungsfunktion

des realen Ertrags θ des riskanten Wertpapiers abhängen. (Eine ausgezeichnete Darstellung der Eigenschaften von direkten und indirekten Zielfunktionen und Ausgabenfunktionen in der traditionellen Haushalts- und Unternehmenstheorie unter Sicherheit findet sich in Silberberg(1978) oder Varian(1984). Einige Anwendungen bei Unsicherheit finden sich in Pope(1980) und in Sandmo(1981)).

3.2. Die Produzenten

Auf der Produktionsseite kann unter der Annahme von linear homogenen Produktionsfunktionen die Technologie der Unternehmen vollständig durch die Einheitsisoquante beschrieben werden. Es sei $F_x(K_x, L_x) = Z_x$ eine linear homogene Produktionsfunktion für den riskanten Sektor, sodaß gilt: $F_x(tK_x, tL_x) = tZ_x$. Setzt man $t=1/Z_x$, so ergibt sich die Einheitsisoquante

$$(15)\quad 1 = F_x(c_{lx}, c_{kx}), \qquad c_{lx} = L_x/Z_x, \qquad c_{kx} = K_x/Z_x.$$

Die Variablen c_{lx}, c_{kx} geben den Faktorverbrauch pro Einheit an erwartetem Output bzw. pro Forderungspapier. Bei linear homogenen Produktionsfunktionen ist auch der Expansionspfad der Unternehmung linear. Deshalb genügt es, die Produktionsentscheidungen anhand der Einheitsisoquante in (15) zu untersuchen. Wenn als Verhaltens-

hypthese Kostenminimierung unterstellt wird, so lautet das Optimierungsproblem:

$$(16) \quad \min_{c_{1x}, c_{kx}} \; w.c_{1x} + r.c_{kx} + \alpha.[1 - F_x(c_{1x}, c_{kx})].$$

Wenn c_{1x}^*, c_{kx}^* die Lösung darstellen, dann sind auch $L_x = c_{1x}^*.Z_x$ und $K_x = c_{kx}^*.Z_x$ für jedes beliebige Niveau des erwarteten Outputs Z_x optimal. Die Bedingungen erster Ordnung für das Minimierungsproblem in (16) lauten:

$$(17a) \quad w - \alpha.F_{1x} = 0, \qquad F_{1x} = \delta F_x/\delta c_{1x},$$

$$b) \quad r - \alpha.F_{kx} = 0, \qquad F_{kx} = \delta F_x/\delta c_{kx},$$

$$c) \quad 1 - F_x(c_{1x}, c_{kx}) = 0.$$

Wenn die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung erfüllt ist, dann ist auch die Voraussetzung des Satzes über implizite Funktionen erfüllt (siehe Silberberg 1978) und die Lösung kann explizit angeschrieben werden.

$$(18) \quad c_{1x} = c_{1x}^*(w,r), \quad c_{kx} = c_{kx}^*(w,r), \quad \alpha = \alpha^*(w,r).$$

Die indirekte Zielfunktion lautet

$$(19) \quad c_x(w,r) = c_{1x}^*(w,r).w + c_{kx}^*(w,r).r.$$

Die Funktion $c_x(w,r)$ ist die Kostenfunktion für eine Einheit an erwartetem Output und hat folgende Eigenschaften: 1. Sie ist

linear homogen in den Faktorpreisen, 2. sie ist konkav in den Faktorpreisen, und 3. die partielle Ableitung von $c_x(.)$ nach einem Faktorpreis gibt die Nachfrage nach diesem Faktor, d.h.

(20) $(\delta c_x/\delta w) = c_{lx}^*(w,r), \quad (\delta c_x/\delta r) = c_{kx}^*(w,r).$

Ganz analog kann eine Kostenfunktion für eine Outputeinheit des sicheren Sektors abgeleitet werden.

(21) $c_y(w,r) = c_{ly}^*(w,r).w + c_{ky}^*(w,r).r.$

Die Gesmatkostenfunktionen lauten wegen der Linearhomogenität der Produktionsfunktionen:

(22) $C_x(w,r,Z_x) = c_x(w,r).Z_x, \quad C_y(w,r,Z_y) = c_y(w,r).Z_y.$

3.3. Das allgemeine Gleichgewicht

Ein allgemeines Gleichgewicht der hier beschriebenen Wirtschaft mit einem riskanten Sektor erfordert wie üblich die Räumung aller Märkte. Die Vollbeschäftigungsbedingung für die Faktormärkte kann folgendermaßen geschrieben werden.

(23a) $c_{lx}.Z_x + c_{ly}.Z_y = L^h,$

b) $c_{kx}.Z_x + c_{ky}.Z_y = K^h.$

Gleichung (23) entspricht der Gleichung (6-3) in Atkinson/ Stiglitz(1980, S.166). Der Unterschied liegt darin, daß Z_x die erwartete Ausbringung des Konsumgutes im riskanten Sektor bzw. die Anzahl der verkauften Forderungspapiere darstellt.

Vollkommener Wettbewerb bei freiem Marktzutritt und Marktabgang bedeutet, daß eventuell entstehende Gewinne sofort durch den Marktzutritt von neuen Konkurrenten eliminiert werden. Die Bedingung vom Nullgewinn lautet also für den riskanten Sektor: $p_x.Z_x - c_x(w,r).Z_x = 0$. Der vollständige Wettbewerb gleicht also die Preise den Grenzkosten an.

(24a) $p_x = c_x(w,r)$,

b) $p_y \equiv 1 = c_y(w,r)$.

Gleichung (24) entspricht der Gleichung (6-5) in Atkinson/ Stiglitz(1980, S.166). Der Unterschied in der Interpretation liegt darin, daß p_x den Marktpreis für das Wertpapier des riskanten Sektors bezeichnet. Der Preis p_x stellt anders ausgedrückt den sicherheitsäquivalenten Preis für eine Einheit der erwarteten Ausbringung des Konsumgutes im riskanten Sektor dar. Die Grenzkosten der Produktion im riskanten Sektor werden also nicht dem erwarteten Ertrag von 1 angeglichen, sondern dem um eine Risikoprämie verminderten erwarteten Ertrag $E[\theta]=1$. Dies wird nach Umformulierung von (24a) deutlich: $p_x=E[\theta]-(E[\theta]-p_x)=1-(1-p_x)=c_x(w,r)$. Die Risikoprämie beträgt $E[\theta]-p_x=1-p_x$. Da der Preis des Konsum-

gutes auf eins normiert ist (siehe voriger Abschnitt), beträgt auch der Preis der im sicheren Sektor emittierten Wertpapiere eins, woraus sich Gleichung (24b) ergibt.

Die Nachfrageseite wird durch die aggregierten (unkompensierten) Nachfragefunktionen (3) beschrieben:

(3a) $Z_x = Z_x^m(p_x, p_y, \Phi, M)$,

b) $Z_y = Z_y^m(p_x, p_y, \Phi, M)$.

Der Preis p_y wird wegen der erwähnten Normierung gleich eins gesetzt. Die Variable M bezeichnet das Einkommen der Gesamtwirtschaft. Wenn dieses Einkommen zu sicherheitsäquivalenten Wertpapierpreisen bewertet wird, dann lautet die Budgetbeschränkung des repräsentativen Individuums $p_x.Z_x + 1.Z_y = M = w.L^h + r.K^h$. Wenn das Einkommen mit dem auf eins normierten Preis des Konsumgutes bewertet wird, lautet die Budgetbeschränkung $1.Z_x + 1.Z_y = M' = w.L^h + r.K^h + (1-p_x).Z_x$. In diesem Fall enthält das Einkommen eine Entschädigung für die Risikotragung im Ausmaß von $(1-p_x)$ pro erworbenem riskanten Wertpapier des Sektors X.

Die Gleichungen (23), (24) und (3) geben eine vollständige Beschreibung des allgemeinen Gleichgewichts. das System besteht aus sechs Gleichungen in den sechs Unbekannten Z_x, Z_y, p_x, p_y, w, r. Nach dem Gesetz von Walras ist eine dieser Gleichungen redundant, aber das System ist dann nur mehr in relativen Preisen lösbar. Ein

Wertpapier bzw. ein Faktor kann als Numeraire genommen werden. Im vorliegenden Fall ist Z_y das Numeraire und $p_y \equiv 1$.

Wenn das Einkommen mit den sicherheitsäquivalenten Wertpapierpreisen bewertet wird, dann kann das Gesetz von Walras ausgehend von der Budgetbeschränkung in vollkommener Analogie zu Atkinson/Stiglitz(1980, S.167) bewiesen werden. Wenn vom erwarteten Einkommen ausgegangen wird, ist das Gesetz von Walras nicht weniger offensichtlich. Aus der Budgetbeschränkung ergibt sich in diesem Fall

$$
\begin{aligned}
(25)\quad 1.Z_x + 1.Z_y = M' &= w.L^h + r.K^h + (1-p_x).Z_x \\
&= w(c_{1x}.Z_x + c_{1y}.Z_y) + r(c_{kx}.Z_x + c_{ky}.Z_y) + (1-p_x).Z_x \\
&= (wc_{1x} + rc_{kx}).Z_x + (wc_{1y} + rc_{ky}).Z_y + (1-p_x).Z_x \\
&= c_x.Z_x + c_y.Z_y + (1-p_x).Z_x .
\end{aligned}
$$

Die zweite Zeile in (25) ergibt sich aufgrund der Vollbeschäftigungsbedingung in (23). Die vierte Zeile folgt aus der Linearhomogenität der Kostenfunktionen. Wenn also $c_y=1$ in (24) gilt, dann folgt aus (25) $1-(1-p_x)=c_x$ bzw. $p_x=c_x$. Also wird entsprechend dem Walras'schen Gesetz eine der Gleichgewichtsbedingungen des Systems durch die anderen impliziert.

3.4. Die Bewegungsgleichungen

Die komparative Statik des Modells wird anhand von drei Bewegungsgleichungen beschrieben, welche erstens die Reaktion der Wertpapiernachfrage auf die Wertpapierpreise, zweitens die Reaktion der Wertpapierpreise (=sicherheitsäquivalente Preise für die erwartete Ausbringung des Konsumgutes) auf die Faktorpreise, und drittens die Reaktion der Wertpapiernachfrage (=Nachfrage nach dem erwarteten Output) auf die Faktorpreise zeigen. Die Reaktion auf der Nachfrageseite ergibt sich aus der totalen Ableitung der kompensierten Nachfragefunktionen, wobei die Beziehung (12), nämlich $Z_x^m[p_x, p_y, \Phi, e(p_x, p_y, \Phi, EU)] \equiv Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU)$, ausgenützt wird. Die Ableitung von $Z_x = Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU)$ ergibt:

$$(26)\quad dZ_x^u = \frac{\delta Z_x^u}{\delta p_x}.dp_x + \frac{\delta Z_x^u}{\delta p_y}.dp_y + \frac{\delta Z_x^u}{\delta EU}.dEU.$$

Wenn die Gleichung durch Z_x dividiert wird und im letzten Term $(\delta Z_x^u/\delta EU) = (\delta Z_x^m/\delta M).(\delta e/\delta EU)$ eingesetzt wird, erhält man

$$(27)\quad \frac{\delta Z_x^u}{Z_x} = \left(\frac{p_x}{Z_x}.\frac{\delta Z_x^u}{\delta p_x}\right).\frac{dp_x}{p_x} + \left(\frac{p_y}{Z_x}.\frac{\delta Z_x^u}{\delta p_y}\right).\frac{dp_y}{p_y} + \frac{\delta e}{\delta EU}.\left(\frac{\delta Z_x^m}{\delta M}.\frac{M}{Z_x}\right).\frac{dEU}{M}.$$

Schreibt man für $(dZ_x/Z_x) \equiv Z_x'$ und berücksichtigt man, daß $Z_x^u = Z_x^m$ im Ausgangsgleichgewicht, dann erhält man für das riskante

Wertpapier (28a) und analog für das risikolose Wertpapier (28b).

$$(28a)\quad Z_x^m{}' = Z_x^u{}' = \epsilon_{xx}.p_x' + \epsilon_{xy}.p_y' + \pi_x.\frac{\delta e}{\delta EU}.\frac{dEU}{M},$$

$$b)\quad Z_y^m{}' = Z_y^u{}' = \epsilon_{yx}.p_x' + \epsilon_{yy}.p_y' + \pi_y.\frac{\delta e}{\delta EU}.\frac{dEU}{M}.$$

Die Variablen ϵ_{ij} sind die kompensierten Preiselastizitäten der Nachfrage und π_i bezeichnet die Einkommenselastizität der Nachfrage nach Wertpapieren. Multipliziert man (28a) mit π_y und zieht man davon die mit π_x multiplizierte Gleichung (28b) ab, so ergibt sich

$$(29)\quad \pi_y.Z_x' - \pi_x.Z_y' = (\pi_y\epsilon_{xx} - \pi_x\epsilon_{yx}).p_x' - (\pi_x\epsilon_{yy} - \pi_y\epsilon_{xy}).p_y'.$$

Da die kompensierte Nachfragefunktion $Z_x = Z_x^u(p_x, p_y, \Phi, EU)$ homogen vom Grad Null in den Preisen ist, gilt nach dem Satz von Euler

$$(30)\quad \frac{\delta Z_x^u}{\delta p_x}.p_x + \frac{\delta Z_x^u}{\delta p_y}.p_y = 0 \quad <=> \quad -\epsilon_{xx} = \epsilon_{xy}.$$

Analoges gilt für $Z_y^u(p_x, p_y, \Phi, EU)$, nämlich $-\epsilon_{yy} = \epsilon_{yx}$. Daher kann (29) geschrieben werden als

$$(31)\quad \pi_y Z_x' - \pi_x Z_y' = (\pi_y\epsilon_{xx} + \pi_x\epsilon_{yy}).(p_x' - p_y').$$

Die Gleichung (31) ist formal identisch mit der Gleichung (6-9)

aus Atkinson/Stiglitz(1980, S.168), die Interpretation der Variablen bezieht sich jedoch immer auf das Portfolioproblem der Haushalte bei der Nachfrage nach riskanten und sicheren Anlagen. Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, wenn man eine konstante relative Risikoscheu des reträsentativen Individuums annimmt, in welchem Fall die Einkommenselastizitäten der Nachfrage nach Wertpapieren gleich eins sind: $\pi_x = \pi_y = 1$. Dies wird in einem Anhang gezeigt. Wenn man außerdem noch den Preis p_y auf eins normiert ($dp_y=0$), sodaß p_x bereits ein relativer Preis ist, so vereinfacht sich (31) zu

(32) $Z_x' - Z_y' = (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}).p_x'$.

Da beide Wertpapiere nicht inferior sind, sind die Elastizitäten der Nachfragen nach den eigenen Preisen negativ. Dies kann man unter der Annahme fallender absoluter Risikoabneigung leicht zeigen. Deshalb wird eine Erhöhung des relativen Preises p_x nach (32) die Nachfrage nach dem riskanten Forderungspapier relativ zum sicheren Papier senken. Der Ausdruck $(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})$ in (32) stellt die aggregierte Substitutionselastizität der Nachfrage nach Wertpapieren dar. Eine alternative Schreibweise für (32) ist nämlich die Form $(Z_x/Z_y)'=(\epsilon_{xx}+\epsilon_{yy}).(p_x/p_y)'$ bzw. $d\ln(Z_x/Z_y):d\ln(p_x/p_y)=(\epsilon_{xx}+\epsilon_{yy})=-\sigma_D$. Der letzte Ausdruck entspricht genau der Definition der Substitutionselastizität.

Auf der Angebotsseite sind zwei Beziehungen abzuleiten, nämlich eine Beziehung zwischen Wertpapier- und Faktorpreisen und eine an-

dere zwischen Faktorpreisen und Wertpapiernachfragen. Die erstere kann durch Ableitung der Preis-Kosten-Gleichungen in (24) hergestellt werden.

$$(33)\quad dp_x = c_{lx}.dw + c_{kx}.dr.$$

Nach Teilung durch p_x, Verwendung von $p_x=c_x$ und entsprechender Erweiterung der Ausdrücke auf der rechten Seite ergibt sich

$$(34)\quad \frac{dp_x}{p_x} = \frac{w.c_{lx}}{c_x}.\frac{dw}{w} + \frac{r.c_{kx}}{c_x}.\frac{dr}{r}.$$

Definiert man die Kostenanteile der einzelnen Faktoren an den Gesamtkosten als

$$(35)\quad \alpha_{li} = \frac{w.c_{li}}{c_i}, \qquad \alpha_{ki} = \frac{r.c_{ki}}{c_i}, \qquad \alpha_{li} + \alpha_{ki} = 1,$$

so lesen sich (34) und die entsprechende Gleichung für den sicheren Sektor als

$$(36a)\quad p_x' = \alpha_{lx}.w' + \alpha_{kx}.r' \quad ,$$

$$b)\quad p_y' = \alpha_{ly}.w' + \alpha_{ky}.r' \quad .$$

Wird b) von a) subtrahiert, so erhält man

$$(37)\quad p_x' - p_y' = (\alpha_{lx} - \alpha_{ly}).w' - (\alpha_{ky} - \alpha_{kx}).r' = \alpha^*.(w' - r').$$

Weil sich die Faktoranteile in jedem Sektor auf eins aufaddieren, gilt

(38) $\alpha^* = \alpha_{lx} - \alpha_{ly} = \alpha_{ky} - \alpha_{kx}$.

Hält man außerdem noch an der Normierung $p_y=1$ fest, dann vereinfacht sich (37) zu

(39) $p_x' = \alpha^*.(w' - r')$.

Gleichung (37) ist formal mit Gleichung (6-11) in Atkinson/Stiglitz(1980, S.168) identisch, doch ist die Interpretation eine ganz andere. Wenn der riskante Sektor kapitalintensiv ist dann, ist α^* negativ, wie später noch genau gezeigt wird. In diesem Fall führt also eine Erhöhung des Lohnsatzes relativ zu den Kapitalnutzungskosten zu einem relativen Preisverfall der riskanten Wertpapiere. Der relative Lohnanstieg belastet die "Produktion eines Wertpapiers" (einer Einheit an erwartetem Output) im Sektor X weniger als im arbeitsintensiven Sektor Y. Die Risikoprämie, die als $(1-p_x)$ definiert ist, steigt in diesem Fall.

Die zweite wichtige Beziehung auf der Angebotsseite, nämlich diejenige zwischen den Faktorpreisen und den nachgefragten Forderungen auf den Ouptut der beiden Industrien, kann aus den Vollbeschäftigungsbedingungen (23) abgeleitet werden. Dazu benötigt man Ausdrücke, welche die Änderung der Faktorintensitäten (Faktor-

verbrauch pro Einheit an erwartetem Output) in Abhängigkeit von den relativen Änderungen in den Faktorpreisen angeben. Ableitung von $c_{1x}(w,r)$ ergibt

$$(40)\quad dc_{1x} = c_{11x}.dw + c_{1kx}.dr \quad <=> \quad c_{1x}' = \frac{w.c_{11x}}{c_{1x}}.w' + \frac{r.c_{1kx}}{c_{kx}}.r'.$$

Weil die Nachfragefunktionen c_{1i} und c_{ki} homogen vom Grad Null in den Faktorpreisen sind, gelten nach Euler die Beziehungen

$$(41)\quad w.c_{11x} + r.c_{1kx} = 0, \quad w.c_{k1x} + r.c_{kkx} = 0.$$

Substituiert man für $r.c_{1kx} = -w.c_{11x}$ in (40), so erhält man nach Erweiterungen

$$c_{1x}' = \frac{w.c_{11x}}{c_{1x}}.(w' - r') = -\frac{r.c_{kx}}{c_x}.\left(\frac{-w.c_{11x}.c_x}{r.c_{1x}.c_{kx}}\right).(w' - r'),$$

$$(42a)\quad c_{1x}' = -\alpha_{kx}.\sigma_x.(w' - r').$$

Im Anhang wird gezeigt, daß $\sigma_x=(-w.c_{11x}.c_x)/(r.c_{1x}.c_{kx})$ die Substitutionselastizität ist. Die analoge Ableitung von $c_{kx}(w,r)$

gibt (benütze die Definition von σ_x in (B.8) im Anhang)

$$c_{kx}' = \frac{w.c_{k1x}}{c_{kx}}.(w' - r') = \frac{w.c_{1x}}{c_x}.\frac{c_{k1x}.c_x}{c_{kx}.c_{1x}}.(w' - r') \text{ bzw.}$$

(42b) $c_{kx}' = \alpha_{1x}.\sigma_x.(w' - r')$.

Die restlichen Herleitungen der Änderungen in den Faktorintensitäten sind vollkommen analog:

(42c) $c_{1y}' = -\alpha_{kx}.\sigma_y.(w' - r')$,

d) $c_{ky}' = \alpha_{1y}.\sigma_y.(w' - r')$.

Nachdem nun die Änderungen in den Faktornachfragen in Abhängigkeit von relativen Faktorpreisänderungen angegeben sind, kann auch die Beziehung zwischen Änderungen in der Wertpapiernachfrage und relativen Faktorpreisänderungen hergeleitet werden. Da das Faktorangebot als fix angenommen ist, resultiert die Ableitung der Vollbeschäftigungsbedingung (23a) in

(43) $Z_x.dc_{1x} + c_{1x}.dZ_x + Z_y.dc_{1y} + c_{1y}.dZ_y = 0$.

Nach Division durch L^h und geeigneter Erweiterung wird (43) geschrieben als

(44) $\mu_{1x}.(c_{1x}' + Z_x') + \mu_{1y}.(c_{1y}' + Z_y) = 0$,

wobei μ_{1x} und μ_{1y} die Anteile der in den Sektoren X und Y eingesetzten Arbeitsmengen am gesamten Arbeitsvolumen L^h bezeichnen. Natürlich gilt wegen der Vollbeschäftigungsbedingung:

(45) $\mu_{1x} + \mu_{1y} = 1, \quad \mu_{1x} = c_{1x}.Z_x/L^h, \quad \mu_{1y} = c_{1y}.Z_y/L^h.$

Setzt man die entsprechenden Ausdrücke in (42) in (44) ein, so erhält man

(46a) $\mu_{1x}.Z_x' + \mu_{1y}.Z_y' = (w' - r').(\mu_{1x}.\alpha_{kx}.\sigma_x + \mu_{1y}.\alpha_{ky}.\sigma_y).$

Die Kapitalmarktgleichung (23b) wird analog bearbeitet:

(46b) $\mu_{kx}.Z_x' + \mu_{ky}.Z_y' = -(w' - r').(\mu_{kx}.\alpha_{1x}.\sigma_x + \mu_{ky}.\alpha_{1y}.\sigma_y).$

Weil die Faktoranteile sich zu eins aufaddieren, kann man eine Kennzahl μ^* für die physische Faktorintensität (im Gegensatz zur kostenmäßigen Faktorintensität α^*) definieren.

(47) $\mu^* = \mu_{1x} - \mu_{kx} = \mu_{ky} - \mu_{1y}.$

Die Subtraktion von (46b) von (46a) ergibt dann

(48) $\mu^*.(Z_x' - Z_y') = (w' - r').(a_x.\sigma_x + a_y.\sigma_y)$, mit

$a_x = (\mu_{kx}.\alpha_{1x} + \mu_{1x}.\alpha_{kx}) > 0, \quad a_y = (\mu_{ky}.\alpha_{1y} + \mu_{1y}.\alpha_{ky}) > 0.$

Gleichung (48) ist formal mit (6-16) in Atkinson/Stiglitz(1980, S.170) identisch, die Interpretation ist jedoch wiederum verschieden. Wenn der riskante Sektor kapitalintensiv ist, dann ist μ^* negativ, wie gleich gezeigt werden wird, und eine relative Lohnerhöhung führt zu einer Verringerung des erwarteten Outputs im riskanten Sektor relativ zum Output des sicheren Sektors. Mit anderen Worten, das Angebot an riskanten Wertpapieren nimmt relativ zum Angebot von sicheren Wertpapieren ab.

3.5. Faktorintensitäten und geometrische Darstellung

Mehrmals wurde bereits erwähnt, daß μ^* in (47) und α^* in (38) beide negativ sind, wenn der unter riskanten Bedingungen produzierende Sektor X kapitalintensiv ist. Es soll jetzt gezeigt werden, daß α^* und μ^* beide positiv sind, wenn X arbeitsintensiv ist. Die Feststellung, daß Sektor X relativ zu Sektor Y arbeitsintensiv ist, bedeutet, daß das Einsatzverhältnis von Arbeit zu Kapital in X größer ist als im Durchschnitt der Gesamtwirtschaft und damit größer ist als im sicheren Sektor Y.

$$(49)\quad \frac{L_x}{K_x} > \frac{L^h}{K^h} > \frac{L_y}{K_y} \quad <=> \quad \frac{c_{1x}}{c_{kx}} > \frac{c_{1y}}{c_{ky}}.$$

Wird die Ungleichung über die Verhältnisse der Inputkoeffizienten c_{ij} in (49) auf der linken Seite mit Z_x und auf der rechten lSeite

mit Z_y erweitert und wird überdies die ganze Ungleichung mit K^h/L^h multipliziert, so resultiert

$$(50)\quad \frac{\mu_{1x}}{\mu_{kx}} = \frac{c_{1x}.Z_x/L^h}{c_{kx}.Z_x/K^h} > \frac{c_{1y}.Z_y/L^h}{c_{ky}.Z_y/K^h} = \frac{\mu_{1y}}{\mu_{ky}}.$$

Die Ungleichung (49) ist zu $c_{1x}/c_{1y} > c_{kx}/c_{ky}$ äquivalent. Wird diese Ungleichung mit den entsprechenden Faktorpreisen auf beiden Seiten erweitert und mit c_y/c_x multipliziert, so ergibt sich

$$(51)\quad \frac{\alpha_{1x}}{\alpha_{1y}} = \frac{c_{1x}.w/c_x}{c_{1y}.w/c_y} > \frac{c_{kx}.r/c_x}{c_{ky}.r/c_y} = \frac{\alpha_{kx}}{\alpha_{ky}}.$$

Nutzt man in (50) und (51) die Additivitätsbedingungen für die Faktoranteile aus, d.h. $\alpha_{1i} + \alpha_{ki} = 1$ und $\mu_{Jx} + \mu_{Jy} = 1$, dann erhält man

$$(52)\quad \alpha^* = \alpha_{1x} - \alpha_{1y} = \alpha_{ky} - \alpha_{kx} > 0 \quad <=> \quad \mu^* = \mu_{1x} - \mu_{kx} = \mu_{ky} - \mu_{1y} > 0.$$

Die Äquivalenz in (52) ergibt sich, weil beide Ausdrücke mit (49) äquivalent sind. Die Annahme, daß Sektor X kapitalintensiv ist, bedeutet die Umkehrung aller Ungleichheiten in (49) bis (52), so daß $\alpha^* < 0$ und $\mu^* < 0$ sind.

Die komparative Statik des Modells wird durch die drei Bewegungsgleichungen (32), (39) und (48) beschrieben.

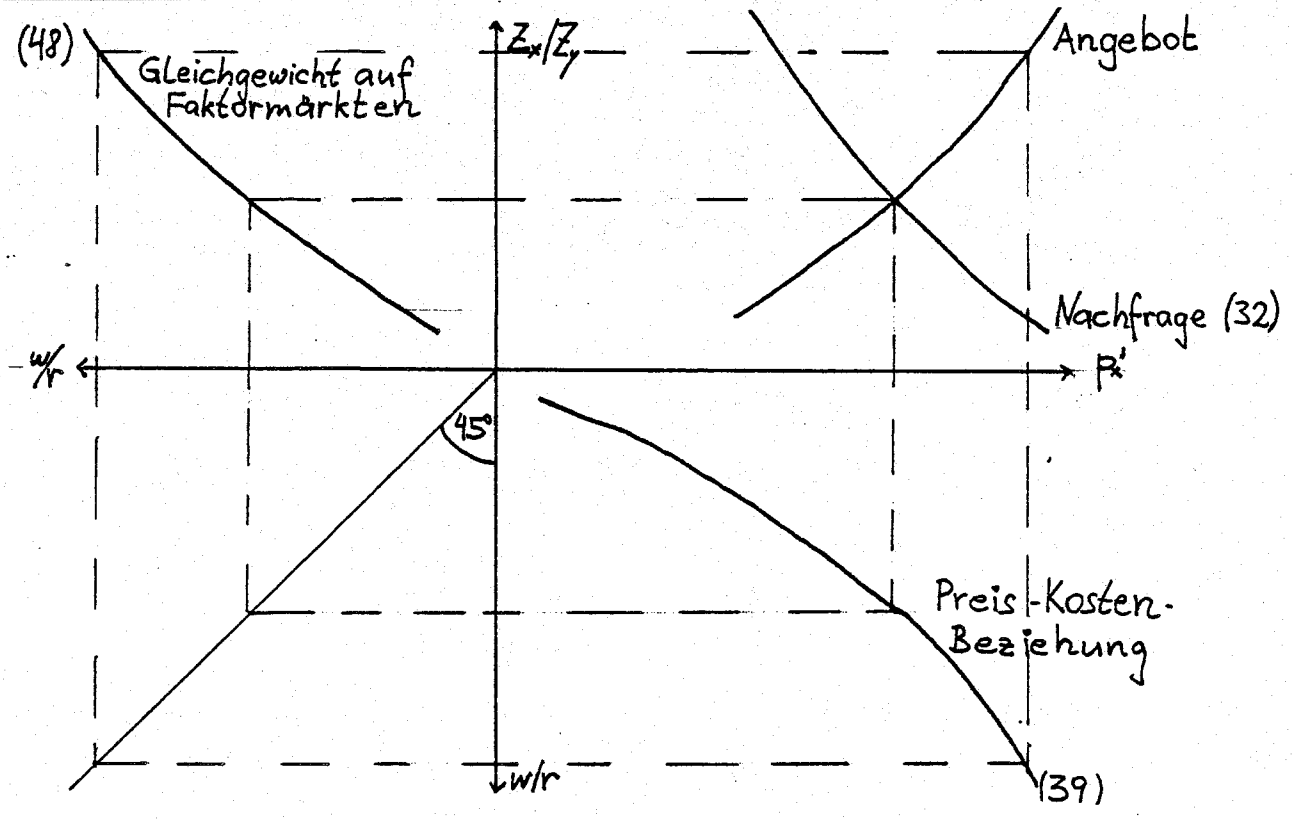
$$(32)\quad (Z_x' - Z_y') = (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}).p_x' = -\sigma_D.p_x' \ ,$$

$$(39)\quad p_x' = \alpha^*.(w' - r'),$$

$$(48)\quad \mu^*.(Z_x' - Z_y') = (w' - r').(a_x.\sigma_x + a_y.\sigma_y).$$

Wenn z.B. steuerliche Regelungen die relativen Wertpapierpreise, die relativen Faktorpreise und/oder die relative Nachfrage nach den beiden Wertpapieren verändern, so können die Auswirkungen auf das gesamte System, sprich auf die gesamte Wirtschaft, durch Lösung dieser drei Gleichungen beschrieben werden. Schaubild 2 gibt eine geometrische Veranschaulichung des allgemeinen Gleichgewichts des Systems für den Fall, daß der riskante Sektor arbeitsintensiv ist.

Schaubild 2: Allgemeines Gleichgewicht (Sektor X arbeitsintensiv)



Punkt P in Schaubild 2 charakterisiert das allgemeine Gleichgewicht. Bei den zu P gehörigen Preisverhältnissen sind alle Märkte geräumt. Die aggregierte Angebotskurve in Schaubild 2 ist nicht die Angebotskurve des partiellen Unternehmensgleichgewichts mit konstanten Faktorpreisen. Diese aggregierte Angebotskurve drückt aus, daß jedes relative Wertpapierpreisverhältnis bei gegebenen Faktorintensitäten wegen der wettbewerblichen Preis-Kosten-Relation nur mit einem ganz bestimmten Faktorpreisverhältnis konsistent ist (Gleichung 39), und dieses Faktorpreisverhältnis bei gegebenen Substitutionselastizitäten und Faktorintensitäten wiederum nur mit einem ganz bestimmten Verhältnis der angebotenen Wertpapiermengen (=erwartete Outputs) konsistent ist.

4. Steuerinzidenz unter Unsicherheit

Es ist klar, daß die formale Struktur des Modells identsich ist mit dem Zwei-Sektor-Modell ohne Produktionsrisiko. Deshalb bleibt auch die mechanische Ableitung der komparativ-statischen Ergebnisse dieselbe. Die Interpretation ist jedoch grundverschieden. Wo immer eine spezielle Form der Besteuerung beispielsweise das Preisverhältnis p_x (bzw. p_x/p_y) erhöht, so bedeutet dies nunmehr, daß das riskante Wertpapier relativ zum sicheren Wertpapier teurer geworden ist. Da der erwartete Ertrag des riskanten Wertpapiers, gemessen in Konsumeinheiten, gleich dem Preis des sicheren Wertpapiers ist ($E[\theta]=1=p_y$; hier sieht man deutlich, wie der Preis p_y normiert werden muß!), bedeutet die relative Preiserhöhung, daß der Unterschied zwischen dem erwarteten Ertrag und dem Preis des Wertpapiers ($E[\theta]-p_x=1-p_x=p_y-p_x$) geringer geworden ist. Die Übernahme des Konsumrisikos beim Kauf des riskanten Wertpapiers wird also mit einer geringeren Risikoprämie honoriert als vor dem steuerlichen Eingriff. Wenn dabei relativ weniger riskante Wertpapiere nachgefragt werden, dann wird die Produktion des Konsumgutes in den sicheren Sektor verlegt. Es ist nicht genügend Risikokapital vorhanden, welches die Produktion des Konsumgutes im riskanten Sektor finanzieren würde. Je nach Substitutionselastizi-

täten und Faktorintensitäten in der Produktion der beiden Sektoren ergeben sich Konsequenzen für die relative Entlohnung von Arbeit und Kapital.

4.1. Inzidenz der Körperschaftssteuer

Das ursprüngliche Interesse in der Steuerinzidenztheorie galt den Auswirkungen der Körperschaftssteuer auf das allgemeine Gleichgewicht. Angenommen die Steuer wird mit einem proportionalen Satz t_c nur auf die Gewinne der Unternehmungen im Risikosektor erhoben. Üblicherweise sind in diesen Modellen die Kapitalkosten nicht von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig, sodaß sich als Nettogewinne ergeben

$$(49)\quad (1-t_c).(p_x.Z_x - w.L_x) - r.K_x.$$

Nutzt man die Bedingung vom Nullgewinn bei vollkommenem Wettbewerb aus und berücksichtigt man, daß bei Linearhomogenität der Produktionsfunktion die Faktornachfragen multiplikativ vom Output (von der Menge der angebotenen Wertpapiere) abhängen, so resultiert $p_x.Z_x = w.c_{lx}.Z_x - r.c_{kx}.Z_x/(1-t_c)$. Da die Kostenfunktion linear homogen in den Faktorpreisen ist, kommt als Ergebnis wettbewerblicher Preissetzung heraus:

$$(50)\quad p_x = w.c_{lx} - r^*.c_{kx} = c_x(w,r^*),\ r^* = T_{kx}.r,\ T_{kx} = 1/(1-t_c).$$

In der Variablen T_{kx} könnte im Prinzip eine wesentlich kompliziertere Konstruktion der Körperschaftssteuer eingefangen werden, und $T_{kx} > 1$ bringt zum Ausdruck, daß die Steuer die Kapitalnutzungskosten im riskanten Sektor erhöht. Der Bruttomietpreis des Kapitals beträgt im riskanten Sektor r*, während der Kapitaleigner nur mit r entlohnt wird. Bei vollkommenem Kapitalmarkt wird im nicht besteuerten Sektor ebenfalls ein Mietpreis in der Höhe von r gezahlt.

Im einfachsten Fall wird untersucht, wie sich die Einführung einer Körperschaftssteuer ($dT_{kx} \neq 0$) in einer ansonsten steuerfreien Welt auswirkt. Alle Ableitungen werden im marktwirtschaftlichen Ausgangsgleichgewicht mit $T_{kx} = 1$ bewertet. Auf der Angebotsseite ändert sich zunächst einmal die Preisgleichung des riskanten Sektors. Das Differential von $p_x = c_x(w, rT_{kx})$ im Punkt $T_{kx}=1$, wenn also keine anfängliche Lücke zwischen Brutto- und Nettomietpreis besteht, lautet ($d(rT_{kx})=T_{kx}.dr+r.dT_{kx}=dr+r.dT_{kx}$)

(51) $dp_x = c_{lx}.dw + c_{kx}.dr + rc_{kx}.dT_{kx}$.

Diese Gleichung kann wieder zu $p_x'=\alpha_{lx}.w'+\alpha_{kx}.r'+\alpha_{kx}.T_{kx}'$ erweitert werden. Geht man nun analog wie bei der Herleitung von (39) vor, so resultiert

(39') $p_x' = \alpha^*.(w' - r') + \alpha_{kx}.T_{kx}'$.

Die Beziehung zwischen Faktorpreisen und angebotenen Forderungspapieren baut auf den Vollbeschäftigungsbedingungen auf. Dazu benötigt man die Reaktion der Faktornachfragen pro geplanter Outputeinheit auf Änderungen in den Faktorpreisen. Das Differential der Faktornachfrage $c_{1x}(w,rT_{kx})$ pro Produktionseinheit im riskanten Sektor lautet im Punkt $T_{kx}=1$: $dc_{1x}=c_{11x}.dw+c_{1kx}.dr+rc_{1kx}.dT_{kx}$. Erweitert man diesen Ausdruck und berücksichtigt man, daß die Faktornachfragen homogen vom Grad Null in den Preisen sind, d.h. $wc_{11x}+rc_{1kx}=0$, so resultiert

$$(52)\quad c_{1x}' = \frac{w.c_{11x}}{c_{1x}}.(w' - r') - \frac{w.c_{11x}}{c_x}.T_{kx}'.$$

Nach Einsetzung der Substitutionselastizität schreibt sich (52) und der entsprechende Ausdruck für c_{kx}' als

$$(52a')\quad c_{1x}' = -\alpha_{kx}.\sigma_x.(w' - r') + \alpha_{kx}.\sigma_x.T_{kx}',$$

$$b')\quad c_{kx}' = \alpha_{1x}.\sigma_x.(w' - r') - \alpha_{1x}.\sigma_x.T_{kx}'.$$

Die Faktornachfragen im sicheren Sektor Y sind durch die Besteuerung nicht berührt. Geht man nun analog zur Herleitung von (48) vor, so erhält man

$$(48')\quad \mu^*.(Z_x' - Z_y') = (w' - r').(a_x.\sigma_x + a_y.\sigma_y) - a_x.\sigma_x.T_{kx}'.$$

Wenn man zur Vereinfachung folgende Annahmen trifft, daß

a) die Steuer in einer bisher steuerfreien Welt mit einem infinitesimalen Satz eingeführt wird,

b) die dabei anfallenden Steuereinnahmen an die Konsumenten als pauschale Pro-Kopf-Beträge zurückgegeben werden,

c) und daß die Einkommenselastizitäten bei konstanter relativer Risikoabneigung eins betragen,

dann bleibt die Nachfrageseite von der Körperschaftssteuer unberührt.

Konstante relative Risikoabneigung bedeutet, daß die Konsumenten bei steigendem Einkommen ihr Portfolio nicht umschichten. Wenn also die marginal anfallenden Steuereinnahmen als pauschale Einkommenstransfers rückvergütet werden, dann bleibt die relative Nachfrage nach Wertpapieren unberührt:

$$(32') \quad (Z_x' - Z_y') = -\sigma_D . p_x' = (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) . p_x'.$$

Mit Hilfe der drei Bewegungsgleichungen (39'), (48') und (32') kann nun die Frage beantwortet werden, welcher Faktor die Last der Körperschaftssteuer trägt. Wie ändert sich das Verhältnis von Löhnen und Kapitalrenditen? Substitution von (39') in (32') ergibt

$$(Z_x' - Z_y') = -\sigma_D . \alpha^* . (w' - r') - \sigma_D . \alpha_{kx} . T_{kx}'.$$

Wenn dieser Ausdruck dann in (48') eingesetzt wird, so resultiert schließlich

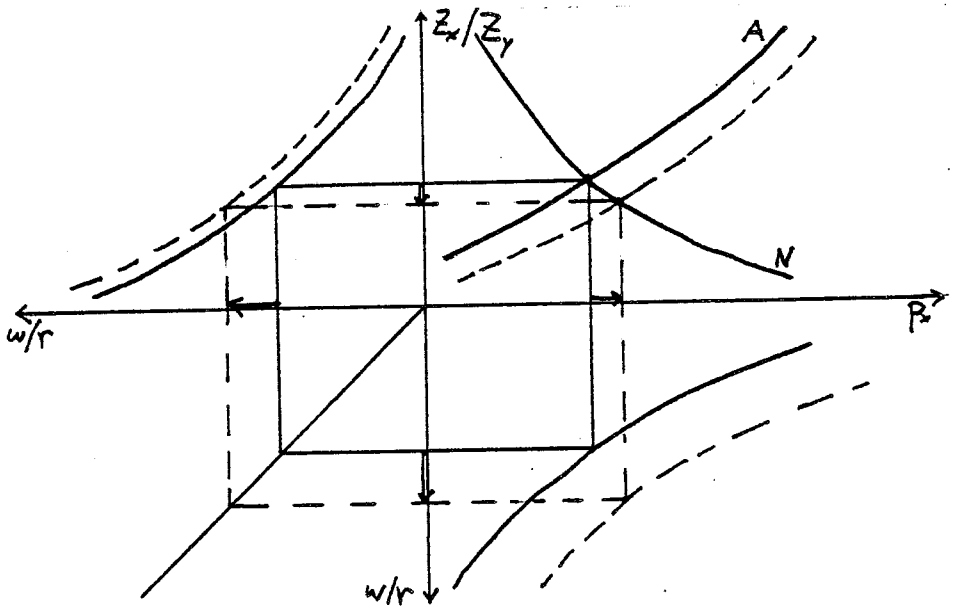
(52) $(w'-r').(\sigma_D.\alpha^*.\mu^*+a_x.\sigma_x+a_y.\sigma_y) = a_x.\sigma_x.T_{kx}' - \sigma_D.\mu^*.\alpha_{kx}.T_{kx}'$.

Der Ausdruck (52) drückt die Einflüsse der Körperschaftssteuer auf die relative Faktorentlohnung aus. Der Multiplikand von $(w'-r')$ auf der linken Seite ist positiv, da a_i und σ_i positiv sind und α^* und μ^* dasselbe Vorzeichen haben. Die rechte Seite der Gleichung spaltet den Einfluß der Besteuerung in einen Faktorsubstitutionseffekt $(a_x.\sigma_x.T_{kx}')$ und einen Outputeffekt bzw. Wertpapierangebotseffekt auf $(\sigma_D.\mu^*.\alpha_{kx}.T_{kx}')$. Wenn der Risikosektor kapitalintensiv ist ($\mu^* < 0$), dann sinkt die Kapitalrendite relativ zu den Löhnen. Wenn der Risikosektor arbeitsintensiv ist, dann ist eine Erhöhung der Kapitalrendite umso wahrscheinlicher,

a) je geringer die Substitutionselastizität σ_x im Risikosektor ist,
b) je größer die Nachfrageelastizität σ_D ist und
c) je größer der Unterschied in den Faktorintensitäten ist (d.h. je positiver μ^* ist).

Schaubild 3 gibt eine geometrische Interpretation der Inzidenz der Körperschaftssteuer, wenn der Risikosektor kapitalintensiv ist. Aufgrund von (48') verschiebt sich die Kurve im linken oberen Quadranten je nach Höhe der angenommenen Substitutionselastizität σ_x vom Ursprung weg nach außen. Dasselbe Verhältnis von angebotenen Wertpapieren ist nur mehr mit einem höheren Lohn-Kapital-

Schaubild 3: Inzidenz der Körperschaftssteuer, Sektor X kapitalintensiv.



kosten-Verhältnis vereinbar. Wegen (39') verschiebt sich die Kurve im rechten unteren Quadranten ebenfalls vom Ursprung weg. Im neuen Gleichgewicht wird das Kapital relativ zur Arbeit geringer entlohnt. Außerdem ist der Preis des riskanten Wertpapiers relativ zum Preis des sicheren Wertpapiers gestiegen, sodaß die Käufer des riskanten Papiers für die Risikotragung nunmehr mit einer geringeren Risikoprämie entlohnt werden. Dies führt zu einer relativ geringeren Nachfrage der riskanten Wertpapiere, sodaß die Produktion des Konsumgutes in den sicheren Sektor verlegt werden muß. Indem man eine höhere Substitutionselastizität in der Produktion des riskanten Sektors annimmt (die Kurve links oben verschiebt sich weiter nach außen), kann man auch zu einem Gleichgewicht

gelangen, in welchem der relative Preis p_x geringer ist und die relative Nachfrage nach riskanten Wertpapieren steigt.

4.2. Allgemeine Steuerinzidenz

In diesem Abschnitt wird die Inzidenz von bestimmten Besteuerungsformen bei Vorhandensein auch von anderen Steuern betrachtet. Bereits im ursprünglichen Gleichgewicht werden nunmehr Steuern mit positiven Steuersätzen erhoben. Man bleibt also nicht mehr auf die Betrachtung von infinitesimalen Steueränderungen im Marktgleichgewicht beschränkt. Wenn partielle Faktorsteuern T_{lJ} erhoben werden, dann werden die Faktoren Arbeit und Kapital brutto wie in (53) entschädigt:

(53) $r.T_{kJ}$, $w.T_{lJ}$, $j = X, Y.$

Bei selektiven Verbrauchssteuern T_x und T_y, die im hier verwendeten Unsicherheitsmodell Steuern auf Wertpapierkäufe entsprechen, betragen die Konsumentenpreise

(54) $q_x = p_x.T_x$; $1 = q_y = p_y.T_y.$

Der Konsumentenpreis q_y für die sichere Forderung wird wieder auf Eins normiert, sodaß der Produzentenpreis p_y auf weniger als Eins fällt, wenn der Kauf des sicheren Wertpapiers mit einer Steuer belegt wird. Die Steuereinnahmen werden wieder als pauschale

Transfers rückvergütet und verändern daher das Verhältnis zwischen den nachgefragten Mengen nicht, wenn wie bei konstanter relativer Risikoaversion die Einkommenselastizitäten der Nachfragen gleich Eins sind. Wenn die Bewegungsgleichungen in Konsumentenpreisen q_x und q_y ausgedrückt werden, dann ändert sich die Nachfragegleichung nicht:

$$(32'') \quad (Z_x' - Z_y') = -\sigma_D . q_x'.$$

Die Gleichung für die Konsumentenpreise ergibt sich aus dem Differential von $q_x = c_x(w.T_{lx}, r.T_{kx}).T_x$:

$$(55) \quad dq_x = c_x . dT_x + T_x c_{lx} T_{lx} . dw + T_x c_{lx} w . dT_{lx} + T_x c_{kx} T_{kx} . dr + T_x c_{kx} r . dT_{kx}.$$

Division mit $q_x = T_x . p_x$ und Erweiterungen ergeben, für beide Sektoren

$$(56a) \quad q_x' = T_x' + \alpha_{kx} . r' + \alpha_{kx} . T_{kx}' + \alpha_{lx} . w' + \alpha_{lx} . T_{lx}',$$

$$b) \quad q_y' = 0 = T_y' + \alpha_{ly} . w' + \alpha_{ly} . T_{ly}' + \alpha_{ky} . r' + \alpha_{ky} . T_{ky}'.$$

wobei die Faktoranteile auf die Produzentenpreise p_x und p_y bezogen werden müssen:

$$(57) \quad \alpha_{lx} = \frac{wT_{lx} . c_{lx}}{p_x}, \quad \alpha_{ly} = \frac{wT_{ly} . c_{ly}}{p_y}$$

$$\alpha_{kx} = \frac{rT_{kx} . c_{kx}}{p_x}, \quad \alpha_{ky} = \frac{rT_{ky} . c_{ky}}{p_y}$$

Die Bewegungsgleichung für den relativen Preis p_x ergibt sich aus der Subtraktion von (56a) und b), wobei $\alpha^* = \alpha_{1x} - \alpha_{1y} = \alpha_{ky} - \alpha_{kx}$:

$$(39'') \quad q_x' = \alpha^*.(w' - r') + (T_x' - T_y') + \\ + \alpha_{kx}.T_{kx}' - \alpha_{ky}.T_{ky}' + \alpha_{1x}.T_{1x}' - \alpha_{1y}.T_{1y}'.$$

Das Vorhandensein von Faktor- und Verbrauchssteuern ändert auch den angebotsseitigen Zusammenhang zwischen dem relativen Angebot an Wertpapieren und dem Verhältnis der Faktorpreise. Dieser Zusammenhang folgt aus den Vollbeschäftigungsbedingungen für die Produktionsfaktoren. Änderungen in den relativen Faktorpreisen geben Anlaß zur Substitution von Produktionsfaktoren und wirken sich daher auf die Faktornachfrage c_{1J} pro angebotenem Wertpapier aus. Das Differential der Arbeitsnachfrage $c_{1x}(wT_{1x}, rT_{kx})$ pro riskantem Wertpapier lautet beispielsweise

$$(58) \quad dc_{1x} = c_{11x}.(w.dT_{1x} + T_{1x}.dw) + c_{1kx}.(r.dT_{kx} + T_{kx}.dr).$$

Erweitert man (58) passend, dividiert man die Gleichung durch c_{1x} durch und berücksichtigt man, daß die Faktornachfragefunktionen homogen vom Grad Null in den Preisen sind (d.h. $wT_{1x}c_{11x} + rT_{kx}c_{1kx} = 0$ und entsprechend für c_{kx}), so ergibt sich

$$(59) \quad c_{1x}' = \frac{(w.T_{1x}).c_{11x}}{c_{1x}}.[(w' - r') + (T_{1x}' - T_{kx}')].$$

Bei Verwendung der Definition der Substitutionselastizität $\sigma_x=(c_{kl\,x}.c_x)/(c_{l\,x}.c_{k\,x})$ schreibt sich (59) wie in (60a). Die Ausdrücke (60b-c) geben die Reaktionen der restlichen sektoralen Faktornachfragen wieder, wobei die Faktoranteile wie in (57) mit den Produzentenpreisen (Bruttopreisen) geschrieben werden:

(60a) $c_{l\,x}' = -\alpha_{k\,x}.\sigma_x.[(w' - r') + (T_{l\,x}' - T_{k\,x}')]$,

b) $c_{k\,x}' = \alpha_{l\,x}.\sigma_x.[(w' - r') + (T_{l\,x}' - T_{k\,x}')]$,

c) $c_{l\,y}' = -\alpha_{k\,y}.\sigma_y.[(w' - r') + (T_{l\,y}' - T_{k\,y}')]$,

d) $c_{k\,y}' = \alpha_{l\,y}.\sigma_y.[(w' - r') + (T_{l\,y}' - T_{k\,y}')]$.

Die Differentiale der Vollbeschäftigungsbedingungen für Arbeit und Kapital ergeben nach geeigneter Erweiterung

(61a) $\mu_{l\,x}.(Z_x' + c_{l\,x}') + \mu_{l\,y}.(Z_y' + c_{l\,y}') = 0$,

b) $\mu_{k\,x}.(Z_x' + c_{k\,x}') + \mu_{k\,y}.(Z_y' + c_{k\,y}') = 0$,

wobei $\mu_{l\,x} = (c_{l\,x}.Z_x)/L^h$ und die restlichen $\mu_{i\,j}$ die physischen Faktoranteile in den beiden Sektoren sind. Verwendet man (60) in (61) und bildet man die Differenz von (61a) und b), so resultiert die angestrebte Beziehung zwischen dem Angebotsverhältnis der

Wertpapiere und dem Faktorpreisverhältnis unter Berücksichtigung der verschiedenen Steuerarten:

$$(48'') \quad \mu^*.(Z_x' - Z_y') = (w' - r').(a_x.\sigma_x + a_y.\sigma_y) +$$
$$+ a_x.\sigma_x.(T_{1x}' - T_{kx}') + a_y.\sigma_y.(T_{1y}' - T_{ky}').$$
$$a_x = \mu_{1x}.\alpha_{kx} + \mu_{kx}.\alpha_{1x}, \quad a_y = \mu_{ky}.\alpha_{1y} + \mu_{1y}.\alpha_{ky},$$
$$\mu^* = \mu_{1x} - \mu_{kx} = \mu_{ky} - \mu_{1y}.$$

Die soeben abgeleiteten Bewegungsgleichungen sind wieder mit den Ausdrücken (6-9''), (6-11'') und (6-16'') in Atkinson/Stiglitz (1980, S.179) formal identisch.

Die drei Bewegungsgleichungen (32''), (39'') und (48'') ermöglichen die Darstellung der allgemeinen Steuerinzidenz. Wenn die Auswirkungen einer Änderung einer Steuerform bei Vorhandensein von anderen Steuerarten untersucht werden, dann hängen die Ergebnisse von der Annahme über die Faktorintensität der Sektoren ab. Es wurde gezeigt, daß in Ermangelung irgendwelcher Steuern die Definitionen der Faktorintensität nach Kostenanteilen α_{ij} und physischen Anteilen μ_{ij} äquivalent sind. Wenn allerdings vorhandene Steuern zu Verzerrungen auf den Faktormärkten führen, d.h. einen Keil zwischen Konsumentenpreisen (netto) und den Produzentenpreisen (brutto) der Faktoren treiben, dann ist eine unterschiedliche Reihung der Sektoren nach ihren Faktorintensitäten je nach der Definition via μ^* oder α^* denkbar. Wie aus den Gleichungen (49) bis (52) hervorgeht, gilt $\text{sgn}(\mu^*) = \text{sgn}(c_{1x}.c_{kx} - c_{1y}.c_{ky})$ und $\text{sgn}(\alpha^*) = \text{sgn}(\alpha_{1x}.\alpha_{ky} - \alpha_{1y}.\alpha_{ky})$. Wenn aber bereits Steuern erhoben wer-

den, dann sind die kostenmäßigen Faktoranteile α_{iJ} wie in (57) definiert. Substituiert man die Anteile (57) in die Vorzeichenfunktion sgn(μ^*), so ergibt sich

$$(62)\quad \operatorname{sgn}(\mu^*) = \operatorname{sgn}\left[\frac{p_x \cdot p_y}{w \cdot r}\cdot\left(\frac{\alpha_{1x}\cdot\alpha_{ky}}{T_{1x}\cdot T_{ky}} - \frac{\alpha_{1y}\cdot\alpha_{kx}}{T_{1y}\cdot T_{kx}}\right)\right].$$

Wenn in (62) der Nenner ein gemeinsamer ist, als $T_{1x}/T_{1y} = T_{kx}/T_{ky}$ gilt, dann entspricht das Vorzeichen von μ^* dem Vorzeichen von α^* und die Reihung der Sektoren nach ihren Faktorintensitäten ist dieselbe. Diese Bedingung wäre beispielsweise erfüllt, wenn die Faktorsteuern in beiden Sektoren mit demselben Satz erhoben werden.

Wie in Atkinson/Stiglitz(1980, S.179 f.) dargestellt wird, kann man im allgemeineren Fall mit den drei Bewegungsgleichungen (32''), (39'') und (48'') leicht die Äquivalenz von verschiedenen Steuern gezeigt werden. Erstens ist erkennbar, daß eine Steuer auf das Kapital- und Arbeitseinkommen mit denselben Sätzen ($T_{iJ}=T_k=T_1$) äquivalent ist zu einer Steuer auf den Kauf beider Wertpapiere mit demselben Satz $T_x=T_y$. In anderen Worten, eine allgemeine Einkommensteuer ist äquivalent zu einer allgemeinen Verbrauchssteuer. Bei diesen nicht diskriminierenden Besteuerungsformen heben sich alle steuerlichen Ausdrücke, welche die drei Bewegungsgleichungen verschieben könnten (siehe Schaubilder 2 und 3), auf. Die relativen Preise und Faktorerträge ändern sich nicht. Zweitens gilt, daß ($T_{1x}=T_{kx}$) äquivalent ist zu einer gleich hohen Verbrauchssteuer T_x

auf das Wertpapier dieses Sektors. Gleichung (39'') wird auf der rechten Seite in diesem Fall um den Ausdruck $T_x'+(\alpha_{kx}+\alpha_{lx}).T_{lx}'$. Wegen der Additivität der Beiden Faktoranteile hat der alternative Einsatz beider Besteuerungsformen den gleichen Effekt auf das Gleichgewicht. Außerdem kann durch eine nicht diskriminierende Faktorbesteuerung ($T_{kx}=T_{lx}$) ein Substitutionseffekt in diesem Sektor vermieden werden ($a_x\sigma_x.(T_{lx}'-T_{kx}')=0$ in Gleichung (48'')). Drittens entspricht eine Steuer auf den Kapitaleinsatz in beiden Sektoren mit demselben Steuersatz einfach einer Steuer auf das fixe Faktorangebot K^h. Die Äquivalenz der verschiedenen Formen der Besteuerung wird in Tabelle 1 zusammengefaßt.

Tabelle 1: Äquivalenz der Steuern

T_{kx}	+	T_{lx}	<=>	T_x
+		+		+
T_{ky}	+	T_{ly}	<=>	T_y
<=>		<=>		<=>
T_k	+	T_l	<=>	T

Bemerkung: $T_i + T_J = T_k$ bedeutet, daß eine Steuer auf i und j mit demselben Satz äquivalent ist zu einer Steuer auf k.

Die allgemeine Einkommensteuer (auf das sicherheitsäquivalente (!) Einkommen $p_x.Z_x+Z_y=w.L^h+r.K^h$) hat wie erwähnt keine Substitutionseffekte auf der Angebots- und Nachfrageseite zur Folge und beei-flußt daher die Lösung des Systems nach den Mengen- und Preisverhältnissen nicht. Die allgemeine Einkommensteuer ist nach obigem Schema zu den nicht diskriminierenden Steuern auf die

Wertpapierkäufe äquivalent. Da in dieser Arbeit das hauptsächliche Anliegen in der Untersuchung der verschiedenen Formen der Besteuerung des Risikokapitals liegt, soll nun der Effekt einer selektiven Besteuerung des Kaufs des riskanten Wertpapiers gezeigt werden. Der Bruttopreis beträgt nun $q_x = T_x . p_x$. Nachdem die anderen Steuersätze nicht verändert werden, lauten die drei Bewegungsgleichungen

$$(32'') \quad (Z_x' - Z_y') = -\sigma_D . q_x',$$

$$(39'') \quad q_x' = \alpha^* . (w' - r') + T_x',$$

$$(48'') \quad \mu^* . (Z_x' - Z_y') = (w' - r') . (a_x . \sigma_x + a_y . \sigma_y).$$

Eine Veränderung der selektiven Wertpapiersteuer im Ausmaß von T_x' verschiebt die Nachfragekurve nicht sondern führt nur zu Bewegungen auf der Kurve (32''). Auf der Angebotsseite wird jedoch die Preisgleichung (39'') verschoben. FÜr jedes Lohnpreisverhältnis (w/r) muß sich nun ein höherer relativer Preis q_x einstellen. Aus Schaubild 4 ist unmittelbar ersichtlich, wie sich das allgemeine Gleichgewicht je nach Faktorintensität des riskanten Sektors verändert. Das riskante Wertpapier wird relativ teurer, sodaß der Konsumertrag des riskanten Wertpapiers nunmehr eine geringere Risikoprämie enthält. Aufgrunddessen wird das Wertpapierportfolio umgeschichtet und die Haushalte halten nun einen relativ höheren Anteil an sicheren Wertpapieren, sodaß die Produktion des Konsumgutes in den sicheren Sektor verlegt werden muß. Welcher Produktionsfaktor die Steuerlast letzten Endes trägt, hängt davon ab, wie sich das Lohn-Rendite-Verhältnis ändert. Ist der Sektor X

arbeitsintensiv (α^*, $\mu^* > 0$), dann sinkt das Lohn-Rendite-Verhältnis und die Arbeitsanbieter werden relativ stärker belastet. Die Verlagerung der Produktion vom arbeitsintensiven Sektor X in den kapitalintensiven Sektor Y verringert die Arbeitsnachfrage und erhöht die Kapitalnachfrage, sodaß das Faktorpreisverhältnis w/r sinkt. Substituiert man die Gleichungen für ($Z_x'-Z_y'$) und q_x' in die Gleichung (48''), so erhält man

$$(63)\quad (w' - r').(a_x.\sigma_x + a_y.\sigma_y + \sigma_D.\mu^*.\alpha^*) = -\mu^*.\sigma_D.T_x'.$$

Gleichung (63) bringt zum Ausdruck, daß der komparativ-statische Effekt von T_x' von der Annahme über die Kapitalintensität (von dem Vorzeichen von μ^*) abhängt, denn der Multiplikand von ($w' - r'$) ist immer positiv.

Schaubild 4a: Sektor X ist arbeitsintensiv; α^*, $\mu^* > 0$.

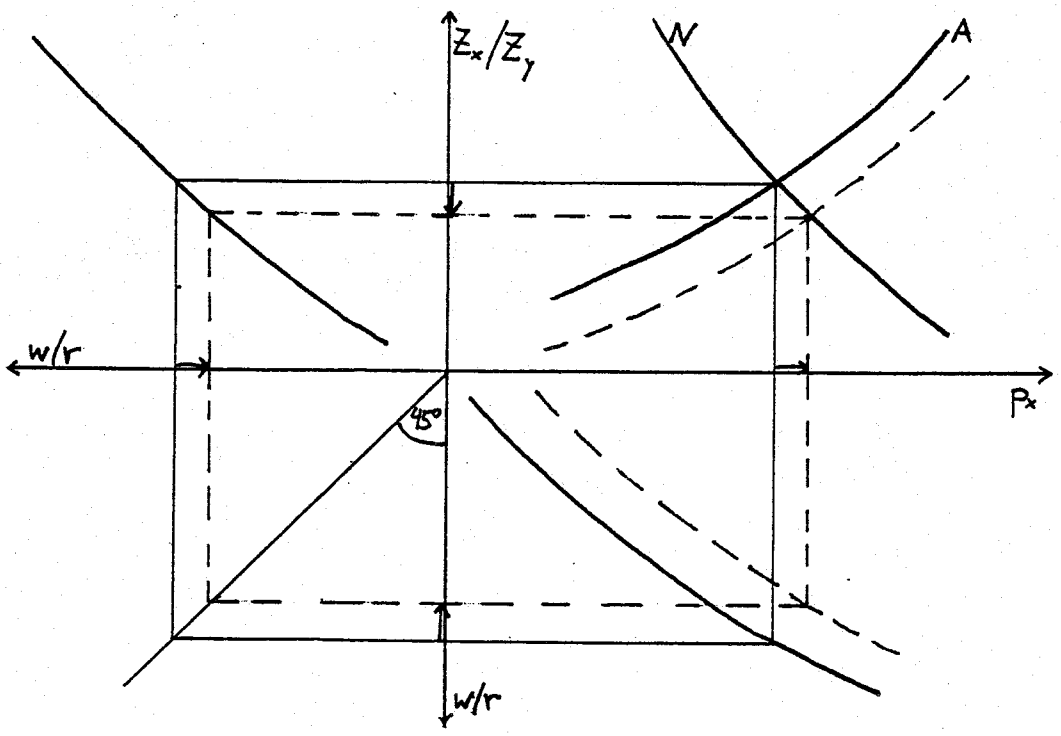
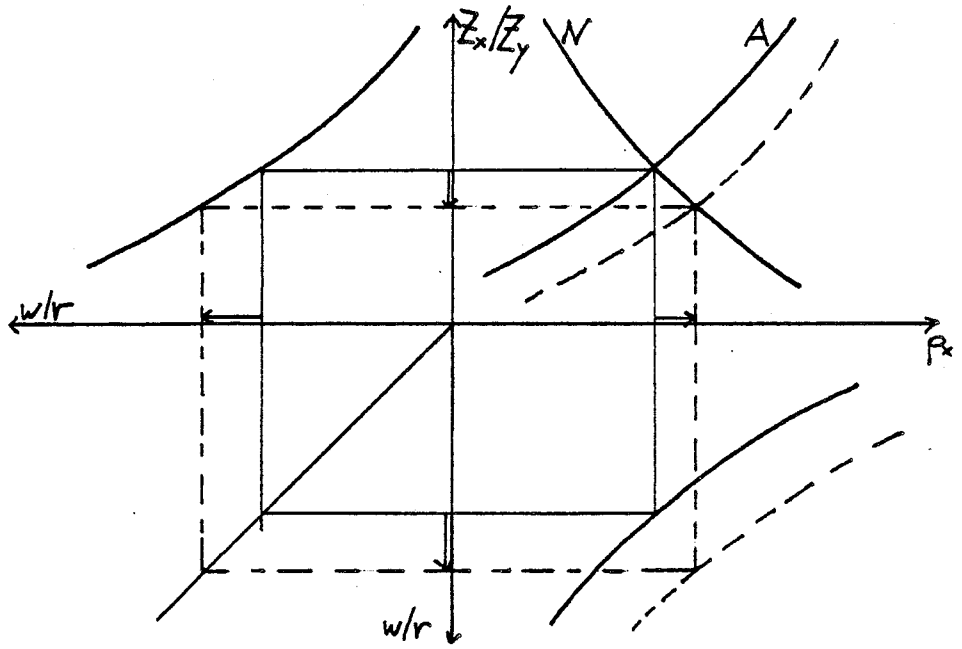


Schaubild 4b: Sektor X ist kapitalintensiv; $\alpha^*, \mu^* < 0$.



5. Inzidenz der Ertragsbesteuerung

5.1. Einkommensdefinitionen

Die Untersuchungen zur Steuerinzidenz unter Unsicherheit in Abschnitt 4.4. blieben auf die Faktorsteuern auf der Entstehungsseite bzw. auf die Ausgabensteuern auf der Verwendungsseite des Einkommens beschränkt. In Tabelle 1 wurde festgehalten, daß eine allgemeine Faktorsteuer zu einer allgemeinen Ausgabensteuer äquivalent ist. Im traditionellen Steuerinzidenzmodell unter Sicherheit ist damit bereits der Fall der allgemeinen Einkommensteuer erfaßt, weil es außer Faktoreinkommen keine anderen Einkommensarten gibt. Unter Unsicherheit können allerdings die Faktor- und

Ausgabensteuern nur einen Teil des Einkommens erfassen, nämlich das sicherheitsäquivalente Einkommen $M^o = w.L^h + r.K^h = p_x.Z_x + Z_y$. Das Risikoeinkommen $(\theta - p_x)Z_x$ als wesentlicher Einkommensbestandteil im Unsicherheitsmodell bleibt hingegen steuerfrei. Unter Unsicherheit kann man in der Tat das Einkommen nach drei Arten berechnen:

(64a) das sicherheitsäquivalente Einkommen:

$$M^o = w.L^h + r.K^h = p_x.Z_x + 1.Z_y,$$

b) das erwartete Einkommen:

$$E[M] = w.L^h + r.K^h + (E[\theta] - p_x).Z_x = E[\theta].Z_x + Z_y,\ E[\theta] = 1,$$

c) das tatsächlich realisierte Einkommen:

$$M(\theta) = w.L^h + r.K^h + (\theta - p_x).Z_x = \theta.Z_x + Z_y.$$

Das tatsächliche Einkommen steht erst am Ende der Periode fest, wenn sich die Unsicherheit durch Realisierung der Zufallsvariablen θ aufgelöst hat. Wenn die getätigten Faktoreinsätze aufgrund günstiger Umweltbedingungen eine überdurchschnittliche Produktivität entfalten, dann übersteigt der Ertrag der riskanten Wertpapiere ihren Einkaufspreis, und das Wagnis der Anleger wird mit einem Gewinn von $(\theta - p_x)Z_x > 0$ entlohnt. Im ungünstigen Fall bleibt der Ertrag der riskanten Wertpapiere hinter dem Kaufpreis zurück ($\theta < p_x$). Die Anleger müssen einen Verlust von $(\theta - p_x)Z_x < 0$ hinnehmen, der ihr Faktoreinkommen mindert. Werden nun die Erträge der Wertpapiere mit dem proportionalen Satz t besteuert, so setzt

die Besteuerung am tatsächlich realisierten Einkommen einschließlich des Risikoeinkommens an, wie aus (64c) ersichtlich ist.

(65) $C^n(\theta)=(1-t)\theta.Z_x+(1-t).Z_y=(1-t).[(\theta-p_x).Z_x+w.L^h+r.K^h]=M^n(\theta).$

Konsum $C^n(\theta)$ und Einkommen $M^n(\theta)$ sind nun netto zu verstehen. Bei dieser Form der Besteuerung gewährt der Staat einen vollen Verlustausgleich. Der Staat beteiligt sich sowohl am Gewinn ($\theta>p_x$) als auch am Verlust ($\theta<p_x$) aus dem Kauf des riskanten Wertpapiers, sodaß sowohl Gewinn als auch Verlust im Ausmaß von $(\theta-p_x).Z_x$ um den Faktor (1-t) reduziert werden.

Man merke, daß die Normierung weiterhin bei $p_y=1$ bleibt. Alle Zahlungen werden in Einheiten des Konsumgutes verrechnet. Die sichere Forderung auf eine Konsumeinheit hat weiterhin den Preis $p_y=1$, auch wenn der Ertrag, sprich der daraus erzielbare Konsum, auf (1-t) sinkt. Wieso aber würde ein Individuum ein sicheres Faktoreinkommen im Ausmaß von einer Konsumeinheit (Kaufpreis $p_y=1$) gegen eine sichere Forderung eintauschen wollen, die als Nettoertrag einen Konsum von weniger als einer Einheit erlaubt? Der Grund liegt darin, daß das Faktoreinkommen nur in Konsumeinheiten verrechnet wird, aber noch nicht zum Konsum berechtigt. Konsum ist nur über den Erwerb von Forderungen möglich. Da die Erträge beider Wertpapiere (erwarteter Ertrag des riskanten und sicherer Ertrag des anderen Wertpapiers) aufgrund der Besteuerung auf $(1-t).E[\theta]=(1-t)$ vermindert werden, bleibt der Kauf der sicheren Forderung

nach wie vor attraktiv, um sich gegen die Ertragsausfälle der riskanten Forderung zu versichern.

Wie bisher werden die Steuereinnahmen des Staates bei der Lösung des allgemeinen Gleichgewichtsmodells unter Unsicherheit vernachlässigt. Die Besteuerung der Erträge erbringt riskante Steuereinnahmen in der Höhe von $t.(\theta.Z_x+Z_y)=s(\theta)$, die in vollem Ausmaß in Form von pauschalen Einkommenstransfers an das repräsentative Individuum zurückgegeben werden. Die Transfers sind für das Individuum ein riskanter Einkommensbestandteil, da sie je nach der Produktivitätsentwicklung θ in der Wirtschaft unterschiedlich hoch ausfallen. Unter der Annahme konstanter relativer Risikoabneigung fragen aber die Anleger unabhängig von der Höhe ihres Einkommens die sicheren und riskanten Wertpapiere immer im selben Verhältnis Z_x/Z_y nach. Also haben Einkommensveränderungen über die Transfers $s(\theta)$ keinen Einfluß auf die gleichgewichtige Lösung Z_x/Z_y der relativen Nachfrage nach Wertpapieren. Die Haushaltsbeschränkung des Staates kann also vernachlässigt werden.

3.2. Exkurs: Dualität bei Unsicherheit und die Slutzky-Gleichung für den Steuereffekt

Bevor untersucht wird, wie die Ertragsbesteuerung die Nachfragekurve nach den Wertpapieren (siehe Schaubild 2 in Abschnitt 4.3.) verschiebt, sei aus methodischem Interesse auf die Dualität zwischen Erwartungsnutzenmaximierung und Ausgabenminimierung im Kon-

sumverhalten unter Unsicherheit eingegangen. Wenn die Wertpapiererträge besteuert werden, dann beträgt der Nettokonsum $C^n(\theta)$

$$(65)\quad C^n(\theta) = (1-t).(\theta.Z_x + Z_y),$$

wobei die Anzahl der gekauften Wertpapiere der Haushaltsbeschränkung genügen muß:

$$(66)\quad p_x.Z_x + Z_y = M^o = w.L^h + r.K^h.$$

Die Haushalte maximieren den Erwartungsnutzen des Konsums unter der Nebenbedingung eines beschränkten Budgets (=Faktoreinkommen). Die Lagrange-Funktion lautet

$$(67)\quad \max_{Z_x, Z_y, \alpha} E[U\{(1-t).(\theta.Z_x + Z_y)\}] + \alpha.[M^o - p_x.Z_x - Z_y].$$

Das Optimum muß die Bedingung erster Ordnung erfüllen:

$$(68a)\quad L_x = E[U'(.).\theta].(1-t) - \alpha.p_x = 0,$$

$$b)\quad L_y = E[U'(.)].(1-t) - \alpha = 0,$$

$$c)\quad L_\alpha = M^o - p_x.Z_x - Z_y = 0.$$

Es ist nützlich anzugeben, daß aus (68a) und b) eine weitere Bedingung folgt:

$$(68d)\quad (1-t).E[U'(C^n).(\theta-p_x)] = 0 \iff p_x = E[U'(C^n).\theta]/E[U'(C^n)].$$

Wenn die Bedingungen zweiter Ordnung und das Implizite-Funktionen-Theorem erfüllt sind, dann besitzt das Gleichungssystem (68a-c) die Lösung

(69) $Z_x^m(p_x,t,\Phi,M^o)$, $Z_y^m(p_x,t,\Phi,M^o)$, $\alpha^m(p_x,t,\Phi,M^o)$.

Damit sind die Nachfragefunktionen Z_x^m und Z_y^m nach den beiden Wertpapieren gegeben. Die indirekte Zielfunktion, also der bei den gegebenen Parametern p_x,t,Φ und M^o maximal erzielbare Erwartungsnutzen, lautet

(70) $EU^* = E[U\{(1-t).(\theta.Z_x^m + Z_y^m)\}] + \alpha^m.[M^o - p_x.Z_x^m - Z_y^m]$.

Bei der später benötigten Slutzky-Gleichung für die riskante Wertpapiernachfrage braucht man einen Ausdruck, der angibt, wie sich die zur Erreichung des Nutzenziels $EU^o = EU^*$ notwendigen Ausgaben bei einer Steuersatzvariation ändern bzw. wie sich dabei das Einkommen ändern muß. Diese Information erhält man aus dem Differential von (70)

(71) $dEU^* = 0 = (\delta EU^*/\delta t).dt + (\delta EU^*/\delta M).dM$.

Die Bildung der Ableitungen ergibt

(72a) $\delta EU^*/\delta t = -E[U'(C^n).(\theta.Z_x^m + Z_y^m)]$ und

b) $\delta EU^*/\delta M = \alpha^m = E[U'(C^n)].(1-t)$.

Der Ausdruck α^m bezeichnet den erwarteten Grenznutzen des sicheren Einkommens, und man erhält ihn aus (68b). Die gewünschte Einkommenskompensation aus (71) beträgt also bei Verwendung von (72), (68d) und (66)

$$(73)\quad \frac{dM}{dt} = -\frac{\delta EU^*/\delta t}{\delta EU^*/\delta M} = \frac{E[U'(C^n).(\theta.Z_x^m + Z_y^m)]}{E[U'(C^n).(1-t)]} = \frac{M^o}{(1-t)}.$$

Das für die Slutzky-Gleichung wichtige Ergebnis in (73) kann auch aus der dualen Betrachtung des Haushaltsproblems, nämlich der Ausgabenminimierung, abgeleitet werden:

$$(74)\quad \min_{Z_x, Z_y, \alpha} \; p_x.Z_x + Z_y + \alpha.[EU^o - E[U\{(1-t).(\theta.Z_x + Z_y)\}]\,].$$

Die Bedingungen erster Ordnung für das Ausgabenminimierungsproblem unter der Nutzenbeschränkung $E[U(C^n)] \geq EU^o$ lauten

$$(75a)\quad L_x = p_x - \alpha.E[U'(C^n).\theta].(1-t) = 0,$$

$$b)\quad L_y = 1 - \alpha.E[U'(C^n)].(1-t) = 0,$$

$$c)\quad L_\alpha = EU^o - E[U(C^n)] = 0,$$

und ergeben, wenn das Minimum wohl definiert ist, als Lösung

$$(76)\quad Z_x^u(p_x, t, \Phi, EU^o), \quad Z_y^u(p_x, t, \Phi, EU^o), \quad \alpha^u(p_x, t, \Phi, EU^o).$$

Man merke, daß aus (75a) und b) wieder (68d) folgt. Die Lösungen

Z_x^u und Z_y^u sind die einkommenskompensierten Nachfragefunktionen nach Wertpapieren. Benützt man die Optimumbedingungen (75b) und (68b), so sieht man, daß die Grenzkosten α^u einer marginalen Änderung der Erwartungsnutzenvorgabe EU^o gleich dem reziproken Wert des erwarteten Grenznutzens α^m einer Einkommensvariation sind:

$$(77)\quad \alpha^u = 1/\{E[U'(C^n)].(1-t)\} = 1/\alpha^m .$$

Dieses Ergebnis ist vollkommen analog zur traditionellen Haushaltstheorie.

Setzt man die optimalen Lösungen aus (76) in (74) ein, so erhält man die indirekte Zielfunktion bzw. die minimalen Ausgaben e^*, welche gerade noch die Erfüllung der Beschränkung $E[U(C^n)] \geq EU^o$ erlauben:

$$(78)\quad e^* = p_x.Z_x^u + Z_y^u + \alpha^u.[EU^o - E[U\{(1-t).(\theta.Z_x^u + Z_y^u)\}]].$$

Das Ergebnis in (73) erhält man nun direkt aus der Ableitung der Ausgabenfunktion e^* in (78) nach t:

$$(79)\quad \frac{de^*}{dt} = \alpha^u.E[U'(C^n).(\theta.Z_x^u + Z_y^u)] = M^o/(1-t).$$

Zur Herleitung von (79) wurden (75b), (68d) und (66) verwendet. Gibt man beim Maximierungsproblem $M^o=e^*$ bzw. beim Minimierungsproblem $EU^o=EU^*$ vor, so sind die Lösungen beider Probleme

identisch, d.h. $Z_x^m = Z_x^u$ usw. Außerdem gilt wegen (79) und (73) $(de^*/dt) = (dM^o/dt)$.

Wegen der Dualitätseigenschaften gilt im Punkt $M = e(p_x, t, \Phi, EU)$ die Gleichheit

$$(78)\quad Z_x^m(p_x, t, \Phi, M) = Z_x^m[p_x, t, \Phi, e(p_x, t, \Phi, EU)] = Z_x^u(p_x, t, \Phi, EU).$$

Mittels ableitung der zweiten Gleichung in (78) nach t kann man unmittelbar die Slutzky-Gleichung für Änderungen im Steuersatz angeben:

$$(79)\quad \left.\frac{dZ_x^u}{dt}\right|_{dEU=0} = \frac{dZ_x^m}{dt} + \left.\frac{dZ_x^m}{dM}\right|_{dt=0} \cdot \frac{de}{dt}.$$

Verwendet man noch (79), so kann man den Gesamteffekt der Steueränderung auf die Nachfrage nach riskanten Anlagen Z_x^m angeben als

$$(80)\quad \frac{dZ_x^m}{dt} = \underbrace{\left.\frac{dZ_x^u}{dt}\right|_{dEU=0}}_{\text{Substitutions-}} - \underbrace{\frac{M^o}{(1-t)} \cdot \left.\frac{dZ_x^m}{dM}\right|_{dt=0}}_{\text{u. Einkommenseffekt}}.$$

Der Effekt der Besteuerung kann mittels der Slutzky-Gleichung wie üblich in einen Substitutions- und Einkommenseffekt aufgespalten werden. Nach Erweiterung mit t/Z_x und unter Berücksichtigung der

Dualitätseigenschaft $Z_x{}^u = Z_x{}^m$ im Punkt $M^o = e^*$ resultiert die Slutzky-Gleichung in Elastizitätenform:

$$(81)\quad \epsilon_{xt}{}^m = -\epsilon_{xt}{}^u + \pi_x . t/(1-t).$$

Der Ausdruck $\epsilon_{xt}{}^u$ ist die einkommenskompensierte Elastizität der Nachfrage $Z_x{}^u$ in Bezug auf den Steuersatz t, nämlich $\epsilon_{xt}{}^u = (dZ_x{}^u/Z_x{}^u):(dt/t)$, und π_x bezeichnet die Einkommenselastizität von Z_x.

5.3. Inzidenz der allgemeinen Ertragssteuer

Nach diesem Exkurs, der als Ergebnis eine Slutzky-Gleichung für die Reaktion der Wertpapiernachfrage auf eine Steuersatzänderung enthält, kann die Bewegungsgleichung für die Nachfrageseite des Modells unter Berücksichtigung der Ertragsbesteuerung hergeleitet werden. Wegen der gerade gezeigten Dualitätseigenschaft $Z_x{}^m[p_x, t, \Phi, e(p_x, t, \Phi, EU)] = Z_x{}^u(p_x, t, \Phi, EU)$ im Punkt $M = e^*$ sind die Differentiale $dZ_x{}^m = dZ_x{}^u$ dieselben und ergeben

$$(82)\quad dZ_x = \frac{\delta Z_x{}^u}{\delta p_x}.dp_x + \frac{\delta Z_x{}^u}{\delta t}.dt + \frac{\delta Z_x{}^u}{\delta EU}.dEU.$$

Division durch Z_x und Erweiterungen führen zu Z_x' (analog für Z_y')

$$(83a)\quad Z_x' = \epsilon_{xx}.p_x' + \epsilon_{xt}.t' + \pi_x.\frac{\delta e}{\delta EU}.\frac{dEU}{dM},$$

$$b)\quad Z_y' = \epsilon_{yx}.p_x' + \epsilon_{yt}.t' + \pi_y.\frac{\delta e}{\delta EU}.\frac{dEU}{dM}.$$

Multiplikation und Subtraktion wie folgend ergeben

$$(84)\quad \pi_y.Z_x' + \pi_x.Z_y' = (\pi_y.\epsilon_{xx} - \pi_x.\epsilon_{yx}).p_x' + (\pi_y.\epsilon_{xt} - \pi_x.\epsilon_{yt}).t'.$$

Die zentrale Annahme einer konstanten relativen Risikoabneigung bedeutet $\pi_x=\pi_y=1$, sodaß die Bewegungsgleichung der Nachfrageseite (vgl. 32) nunmehr lautet

$$(85)\quad Z_x' - Z_y' = -\sigma_D.p_x' + (\epsilon_{xt} - \epsilon_{yt}).t'.$$

Das Vorzeichen von $(\epsilon_{xt} - \epsilon_{yt})$ bestimmt, wie sich die Nachfragekurve - wenn überhaupt - in Schaubild 2 verschiebt, und wie daher eine Steuererhöhung das Gleichgewicht der Wirtschaft verändert.

Nähere Aussagen über $(\epsilon_{xt} - \epsilon_{yt})$ lassen sich bei Betrachtung der Beschränkung $EU^o = E[U\{(1-t).(\theta.Z_x^u + Z_y^u)\}]$ machen, welche von den kompensierten Nachfragefunktionen immer erfüllt werden muß. Wenn etwa die kompensierten Nachfragen nach den Wertpapieren sich aufgrund der Ertragsbesteuerung ändern, dann müssen auch diese

Änderungen der Beschränkung genügen und es kann nur eine Substitution stattfinden:

$$(86)\quad dEU^{o} = 0 = E[U'(C^{n})(1-t)(\theta.\frac{\delta Z_x{}^{u}}{\delta t} + \frac{\delta Z_y{}^{u}}{\delta t})]$$

Eine leichte Umformung ergibt

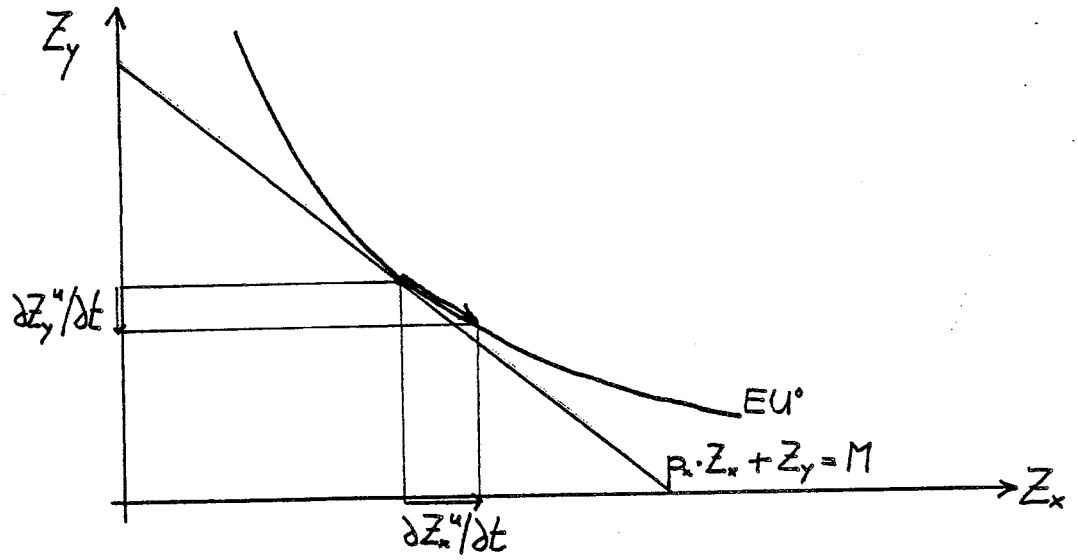
$$(87)\quad 0 = (1-t)E[U'(C^{n}).\theta].\frac{\delta Z_x{}^{u}}{\delta t} + (1-t)E[U'(C^{n})].\frac{\delta Z_y{}^{u}}{\delta t}.$$

Dividiert man durch $(1-t)E[U'(C^{n})]$ und berücksichtigt man, daß im Haushaltsoptimum (68d) gelten muß, so resultiert

$$(88)\quad 0 = p_x.\frac{\delta Z_x{}^{u}}{\delta t} + \frac{\delta Z_y{}^{u}}{\delta t}.$$

Der Sachverhalt der Substitution der Wertpapiere nach (88) ist in Schaubild 5 dargestellt. Wie noch gezeigt wird, läßt der Risikominderungseffekt der Ertragssteuer die kompensierte Nachfrage nach dem riskanten Wertpapier steigen.

Schaubild 5:



Drückt man die Substitutionsgleichung (88) in Elastizitätenform aus, so erhält man

(89) $0 = p_x . Z_x . \epsilon_{xt}^u + Z_y . \epsilon_{yt}^u .$

Setzt man aus der Budgetbeschränkung $p_x . Z_x = M - Z_y$ ein, so erhält man schließlich

(90) $(\epsilon_{xt}^u - \epsilon_{yt}^u) = (M/Z_y) . \epsilon_{yt}^u .$

Um die einkommenskompensierte Nachfrageelastizität ϵ_{xt}^u in Bezug auf den Steuersatz zu erhalten, muß der Substitutionsterm des Steuereffektes isoliert werden. Zunächst einmal wird die Reaktion der unkompensierten Nachfrage auf eine Steuersatzvariation aus dem einzelwirtschaftlichen Portfolioverhalten erklärt. Substituiert

man für Z_y in (65) die Budgetbeschränkung (66), dann lautet des Portfolioproblem

$$(91a)\quad \max_{Z_x} E[U(C^n)] = E[U\{(1-t).[(\theta-p_x).Z_x + M^o]\}]$$

mit den notwendigen und hinreichenden Bedingungen

$$(91b)\quad E[U'(C^n).(1-t).(\theta-p_x)] = 0 \quad <=> \quad E[U'(C^n).(\theta-p_x)] = 0,$$

$$c)\quad E[U''(C^n).(\theta-p_x)^2].(1-t)^2 < 0 \quad <=> \quad E[U''(C^n).(\theta-p_x)^2] < 0.$$

Die Differentiation der Optimumbedingung (91b) ergibt den gewünschten Effekt der Besteuerung auf die Nachfrage nach dem riskanten Wertpapier:

$$(92)\quad \frac{\delta Z_x^m}{\delta t} = -\frac{Z_x}{(1-t)} + \frac{M}{(1-t)}.\frac{E[U''(C^n).(\theta-p_x)]}{E[U''(C^n).(\theta-p_x)^2]}.$$

Eine Einkommensänderung wirkt sich auf die Nachfrage aus wie

$$(93)\quad \frac{\delta Z_x^m}{\delta M} = -\frac{E[U''(C^n).(\theta-p_x)]}{E[U''(C^n).(\theta-p_x)^2]}.$$

Fallende absolute Risikoaversion impliziert $E[U''(C^n).(\theta p_x)] > 0$,

sodaß Z_x^m ein "normales" Gut betrachtet werden kann. Substituiert man (93) in (92), so ergibt sich die Slutzky-Gleichung (vgl. 80)

$$(94)\quad \frac{\delta Z_x^m}{\delta t} = \frac{Z_x}{1-t} - \frac{M}{1-t}.\frac{\delta Z_x^m}{\delta M}.$$

Erweitert man den zweiten Ausdruck in (94) mit Z_x/Z_x und setzt man die Definition $\pi_x=(M/Z_x).(\delta Z_x/\delta M)$ für die Einkommenselastizität ein, so erhält man überraschenderweise das Ergebnis

$$(95)\quad \frac{\delta Z_x^m}{\delta t} = \frac{Z_x}{1-t} - \frac{Z_x}{1-t}.\pi_x \;\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\; 0 \quad \text{für} \quad \pi_x \;\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\; 1.$$

Bei konstanter relativer Risikoabneigung beträgt die Einkommenselastizität gleich eins. Einkommens- und Substitutionseffekt der Ertragsbesteuerung heben sich also gerade auf, sodaß die Steuer bei $\pi_x=1$ absolut betrachtet keine Auswirkung auf die Nachfrage nach riskanten Anlagen hat. Dies weicht von den Resultaten des dritten Kapitels ab und wird noch näher zu begründen sein.

Nun ist leicht zu zeigen, wie die allgemeine Ertragsbesteuerung in (65) das Verhältnis der nachgefragten riskanten und sicheren Wertpapiere ändert. Der Substitutionseffekt in (94) beträgt $\delta Z_x^u/\delta t=Z_x/(1-t)$, sodaß die kompensierte Elastizität

$\epsilon_{xt}{}^{u}=(t/Z_x).(\delta Z_x{}^{u}/\delta t)$ den Wert $t/(1-t)$ annimmt. Benützt man $\epsilon_{xt}{}^{u}=t/(1-t)$, so wird (90) zu

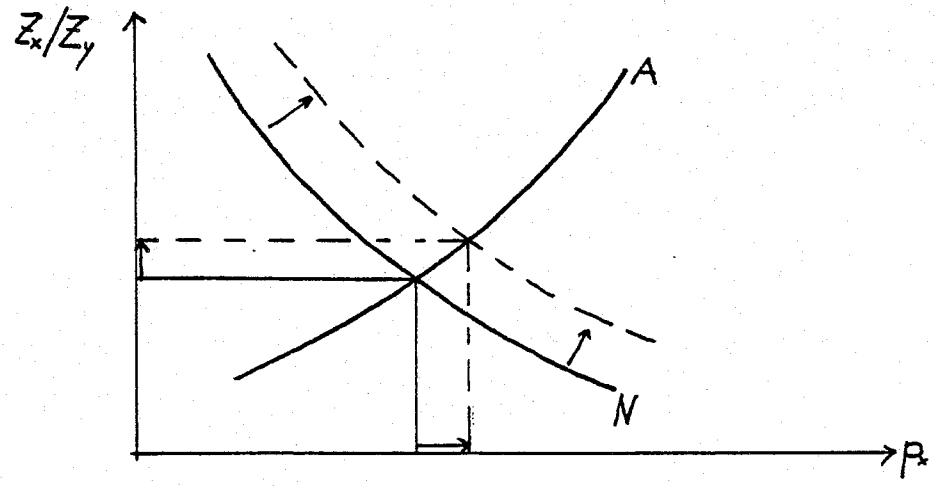
(90a) $(\epsilon_{xt}{}^{u} - \epsilon_{yt}{}^{u}) = (M/Z_y).[t/(1-t)]$.

Die Bewegungsgleichung der Nachfrageseite des Gleichgewichtsmodells in (85) lautet also nunmehr

(85') $(Z_x' - Z_y') = -\sigma_D.p_x' + [t/(1-t)].(M/Z_y).t'$.

Wie in Schaubild 6 dargestellt ist, verschiebt sich aufgrund der Ertragsbesteuerung die aggregierte Nachfragekurve nach rechts oben. Im neuen Gleichgewicht mit Ertragsbesteuerung werden

Schaubild 6: Inzidenz der Ertragsbesteuerung



verhältnismäßig mehr riskante Wertpapiere gehalten. Dieses Ergebnis ist auf den Risikominderungseffekt der Ertragssteuer zurückzuführen, der das riskante Papier relativ attraktiver macht und die

Substitution der beiden Wertpapiere verursacht. Außerdem nimmt der relative Preis p_x des riskanten Anteilspapieres zu. Dies ist deshalb möglich, weil die Individuen aufgrund des verringerten Risikos der Nettoerträge sich mit einer geringeren Risikoprämie beim Erwerb der riskanten Anlagen zufrieden geben. Welcher Faktor die Last der Ertragssteuer tragen muß, hängt von den Annahmen über die Faktorintensitäten auf der Produktionsseite ab.

Es bleibt noch zu klären, wieso der einzelwirtschaftliche Effekt der Ertragssteuer im Produktionsmodell unter Unsicherheit, wie er in (95) dargestellt ist, von den Ergebnissen des dritten Kapitels im Abschnitt über die Einkommensteuer abweicht. Der Grund liegt darin, daß im dritten Kapitel die Verhaltensmaxime auf die Maximierung des Erwartungsnutzens des Endvermögens lautet, sodaß sich auf natürliche Weise die **Vermögenselastizität** der Nachfrage nach riskanten Wertpapieren zur Charakterisierung der verschiedenen Formen der Risikoabneigung anbietet. In diesem Kapitel maximieren die Haushalte den Erwartungsnutzen des Konsums, der aus dem Ertrag der beiden Wertpapiere fließt. Ihr Portfolio erwerben sie nicht aus ihrem Vermögen, sondern aus ihrem sicheren Faktoreinkommen $M=w.L^h+r.K^h$. Daher wird das Risikoverhalten im Erwerb der Wertpapiere auf geeignete Weise durch die **Einkommenselastizität** der Nachfrage nach riskanten Anlagen beschrieben. Es soll nun kurz demonstriert werden, daß die Wirkung der Einkommensteuer im dritten Kapitel mit (95) formal identisch wäre, wenn man wie hier die Elastizität des sicheren Einkommens zur Beschreibung des Risikoverhaltens verwenden würde. Die Definition des Endvermögens

lautete (x ist der riskante und r der sichere Ertrag, vgl. (28) in Abschnitt 3.4.2.)

$$(96)\quad W(x) = W^o + (1-t).[(1-a)W^o.r + aW^o.x].$$

Setzt man $Z_x=aW^o$ und $Z_y=(1-a)W^o$ ein, so erhält man nach Erweiterung mit $-rZ_x+rZ_x$ und bei Verwendung von $Z_x+Z_y=W^o$

$$(97)\quad W(x) = (x-r)(1-t)Z_x + r(1-t)W^o + W^o.$$

Die optimale Wahl von Z_x nach dem Kriterium des maximalen Erwartungsnutzens führt zu den Bedingungen

$$(98a)\quad E[U'(W).(x-r)].(1-t) = 0 \quad <=> \quad E[U'(W).(x-r)] = 0,$$

$$b)\quad E[U''(W).(x-r)^2](1-t)^2 < 0 \quad <=> \quad E[U''(W).(x-r)^2] < 0.$$

Die Optimalbedingung (98a) gibt den Steuereffekt:

$$(99)\quad \frac{\delta Z_x}{\delta t} = \frac{Z_x}{(1-t)} + \frac{rW^o}{(1-t)}.\frac{E[U''(W).(x-r)]}{E[U''(W).(x-r)^2]}.$$

Benützt man nun nicht wie üblich die Vermögenselastizität, sondern die Elastizität der Nachfrage Z_x in Bezug auf das sichere Ein-

kommen, welches $M^o = r(1-t)W^o$ in (97) beträgt, dann bildet man zunächst die Ableitung

$$(100)\quad \frac{\delta Z_x}{\delta M^o} = - \frac{E[U''(W).(x-r)]}{E[U''(W)(x-r)^2](1-t)}.$$

Substitution in (99) ergibt

$$(101)\quad \frac{\delta Z_x}{\delta t} = \frac{Z_x}{(1-t)} - rW^o . \frac{\delta Z_x}{\delta M^o}.$$

Nun ist aber $rW^o = M^o/(1-t)$. Erweitert man dann noch den zweiten Term von (101) mit Z_x/Z_x, so erhält man eben genau (95). Damit ist die Parallele zum dritten Kapitel gezeigt. Es bleibt noch zu erwähnen, daß der kritische Wert der Einkommenselastizität π_x, bei dem sich die Steuerwirkung in ihrer Richtung umkehrt, im Produktionsmodell genau bei Eins und damit erheblich niedriger liegt als der kritische Wert der Vermögenselastizität im Portfoliomodell des dritten Kapitels. Eine mit dem sicheren Einkommen zunehmende relative Risikoabneigung $\pi_x > 1$ genügt, damit die Haushalte bei einer Erhöhung des Steuersatzes ceteris paribus weniger von den riskanten Anlagen nachfragen. Für die Lösung des allgemeinen Gleichgewichtsmodells ist allerdings die Annahme einer Einkommenselastizi-

tät von $\pi_x=1$ und damit einer konstant bleibenden relativen Risikoabneigung erforderlich.

5.4. Andere Formen der Ertragsbesteuerung

Die allgemeine Ertragsteuer, welche die Erträge aus den beiden Wertpapieren gleich behandelt, ist beileibe nicht die einzig mögliche Form des Steuerzugriffs im hier präsentierten allgemeinen Gleichgewichtsmodell. In realen Steuersystemen unterliegen die Wertpapiererträge oft einer Doppelbesteuerung in dem Sinne, daß zunächst das Faktoreinkommen der Haushalte vielleicht in Form einer Quellensteuer mit einem Steuersatz t_m belegt wird. Dadurch reduziert sich das verfügbare Einkommen, und es können weniger Wertpapiere erworben werden. Hierauf wird der Ertrag der Wertpapiere noch einmal separat mit dem Ertragssteuersatz t_e besteuert. Das Portfolioproblem der Haushalte lautet dann

$$(102a)\quad \max_{Z_x, Z_y} E[U\{(1-t_e).(\theta Z_x + Z_y)\}],\ \text{N.B.:}\ p_x.Z_x + Z_y = (1-t_m)M^o,$$

$$b)\quad \max_{Z_x} E[U\{(1-t_e).(\theta-p_x).Z_x + (1-t_e).(1-t_m).M^o\}].$$

Die Doppelbesteuerung wird aber nicht grundsätzlich anders als die einfache Ertragssteuer die relative Nachfrage (Z_x/Z_y) nach Wertpapieren beeinflussen. Die Verringerung des verfügbaren Einkommens durch die Steuer t_m läßt die relativen Preise und Erträge und das Risiko des riskanten Papiers unverändert, sodaß kein Substitu-

tionseffekt auftritt. Der Einkommenseffekt allein kann das Verhältnis Z_x/Z_y nicht verändern, weil eine Einkommenselastizität von Eins angenommen wird.

Interessant ist außerdem der Fall der selektiven Besteuerung des Ertrags des sicheren Wertpapiers mit dem Satz t_y. Die Erträge des riskanten Sektors mögen etwa aus Gründen der Förderung der riskanten Technologie steuerfrei bleiben. Das Portfolioproblem lautet dann

$$(103a)\quad \max_{Z_x, Z_y} E[U\{\theta.Z_x + (1-t_y).Z_y\}],\ \text{N.B.:}\ p_x.Z_x + Z_y = M^o,$$

$$b)\quad \max_{Z_x} E[U\{(\theta-(1-t_y)p_x).Z_x + (1-t_y)M^o\}].$$

Dieser Fall soll allerdings nur mehr angedeutet werden. Obwohl der einzelwirtschaftliche Gesamteffekt $(\delta Z_x/\delta t_y)$ unter der Annahme über die Einkommenselastizität von Eins in seiner Richtung nicht bestimmt werden kann (vgl. den entsprechenden Fall im dritten Kapitel), wird diese selektive Art der Besteuerung einen eindeutigen Substitutionseffekt haben. Nunmehr wird zwar kein Risikominderungseffekt mehr schlagend, aber es verschiebt sich das relative Ertragsverhältnis zugunsten der riskanten und zu ungunsten der sicheren Anlage. Es ist also zu erwarten, daß im neuen Gleichgewicht relativ mehr von den riskanten Anlagen gehalten werden.

Komplizierter dürfte der Fall der selektiven Besteuerung der ris-

kanten Anlage sein. Der Risikominderungseffekt macht das riskante Wertpapier relativ attraktiver, aber das Ertragsverhältnis verschiebt sich zu ungunsten des riskanten Papiers. Wie der Substitutionseffekt letzten Endes ausschaut, kann nicht mehr ohne weiteres gesagt werden.

6. Schlußbemerkungen

Das vorgestellte Modell ist im wesentlichen eine Erweiterung des Harberger-Modells auf den Fall mit riskanter Produktion. Ein einzelnes Gut wird mit zwei verschiedenen Produktionstechnologien erzeugt, deren eine zufälligen Produktivitätsschocks ausgesetzt ist. Die Existenz eines Aktienmarktes trennt die Produktionsentscheidungen von der Portfoliowahl der Konsumenten als Eigentümer. Die Firmen im riskanten Sektor planen Faktoreinsätze und emittieren Firmenanteile je nach dem Ausmaß der erwarteten Ausbringung, um die Faktorzahlungen zu finanzieren. Die Aktien bzw. Unternehmensanteile stellen Forderungen auf die Produktion der entsprechenden Unternehmung dar, sodaß die Haushalte nur in dem Ausmaß zum Konsum berechtigt sind, in welchem sie Anteile kaufen. Die Nachfrage nach Aktien rührt von der Portfolio-Entscheidung der Haushalte her. Auf dem Aktienmarkt werden Angebot und Nachfrage nach Aktien bei einem relativen Preis q_1 koordiniert. Das Angebot an Aktien der riskanten Firmen kann als abgeleitete Nachfrage nach der Dienstleistung der Risikoübernahme interpretiert werden. Entsprechend kann die Nachfrage der Haushalte nach riskanten Aktien als das Angebot der

Investoren an Risikokapital gedeutet werden, welches zur Finanzierung von riskanten Produktionsaktivitäten erforderlich ist.

Das Harberger-Modell der Steuerinzidenz erlaubt eine weitere Interpretation im Fall von Unsicherheit. Die Annahme eines multiplikativen technologischen Risikos mit einem Erwartungswert $E[\theta]=1$ trennt die Portfoliowahl der Haushalte von den Produktionsentscheidungen der Unternehmen und gibt dem Modell eine Struktur, die mit der Modellstruktur unter Sicherheit formal identisch ist. Anstelle der Nachfrage nach zwei verschiedenen Gütern tritt nun die Nachfrage nach zwei verschiedenen Wertpapieren, die riskante und sichere Forderungen auf ein und dasselbe Konsumgut darstellen. Aufgrund der identischen Struktur des Modells sind auch die Ergebnisse der Steuerinzidenz unter Unsicherheit dieselben wie unter Sicherheit. Dies trifft zumindest auf die Besteuerung der verschiedenen Komponenten des sicheren Faktoreinkommens zu.

Unter Unsicherheit kommt jedoch eine neue Komponente der Einkommensbesteuerung hinzu, nämlich die Besteuerung der Wertpapiererträge bzw. des nach Auflösung der Unsicherheit tatsächlich realisierten Einkommens. Unter Unsicherheit kommt jedoch eine neue Komponente der Einkommensbesteuerung hinzu, nämlich die Besteuerung der Wertpapiererträge bzw. des nach Auflösung der Unsicherheit tatsächlich realisierten Einkommens. Wegen des Risikominderungseffektes der Ertragssteuer bei ansonsten unverändert bleibendem Verhältnis der Erträge wird das riskante Wertpapier relativ attraktiver und es findet eine Substitution statt. Im neuen

Gleichgewicht werden verhältnismäßig mehr von den riskanten Wertpapieren nachgefragt, und es wird deshalb verhältnismäßig mehr im riskanten Sektor produziert. Es steigt auch der relative Preis der beiden Wertpapiere, was einer Minderung der Risikoprämie für den Erwerb der riskanten Forderungen gleichkommt. Die Haushalte verlangen eine geringere Risikoprämie, weil der Staat am Risiko mitträgt. Das Risiko der Nettoerträge schrumpft. Welcher Faktor die Last der Ertragssteuer trägt, hängt von den Annahmen über die Faktorintensitäten auf der Produktionsseite des Modells ab.

Literatur:

1. Arrow, Kenneth J.(1970), "Essays in the Theory of Risk-Bearing," Amsterdam: North-Holland.

2. Atkinson, Anthony B./Stiglitz, Joseph E.(1980), "Lectures on Public Economics," Maidenhead: McGraw-Hill.

3. Baron, David P./Forsythe, Robert(1981), "Uncertainty and the Theory of Tax Incidence in a Stock Market Economy," International Economic Review 22, 567-576.

4. Baron, David P./Forsythe, Robert(1979), "Models of the Firm and International Trade under Uncertainty," American Economic Review 69, 565-574.

5. Batra, Raveendra N.(1975), "A General Equilibrium Model of the Incidence of the Corporation Income Tax under Uncertainty," Journal of Public Economics 4, 343-360.

6. Batra, Raveendra N.(1974), "Resource Allocation in a General Equilibrium Model of Production under Uncertainty," Journal of Economic Theory 8, 50-63.

7. Diamond, Peter A.(1967), "The Role of a Stock Market in a General Equilibrium Model with Technological Uncertainty," American Economic Review 57, 759-776.

8. Dreze, Jacques H.(1985), "Uncertainty and the Firm in General Equilibrium Theory," Economic Journal 95, Supplement, 1-20.

9. Frazer, R.W.(1985), "Commodity Taxes under Uncertainty," Journal of Public Economics 28, 127-776.

10. Gandolfo, Giancarlo(1971), "Mathematical Methods and Models in Economic Dynamics," Amsterdam: North-Holland.

11. Grossman, Sanford J./Hart, Oliver D.(1979), "A Theory of Competitive Equilibrium in Stock Market Economies," Econometrica 47, 293-329.

12. Harberger, A.C.(1962), "The Incidence of the Corporation Income Tax," Journal of Political Economy 70, 215-240.

13. Helpman, Elhanan(1985), "Trade Patterns under Uncertainty," Foerder Institute for Economic Research, Working Paper No. 20-85.

14. Helpman, Elhanan/Razin, Assaf(1978), "Uncertainty and International Trade in the Presence of Stock Markets," Review of Economic Studies 45, 239-250.

15. Leland, Hayne E.(1974), "Production Theory and the Stock Market," Bell Journal of Economics 5, 125-144.

16. Leland, Hayne E.(1972), "Theory of the Firm Facing Uncertain Demand," American Economic Review 62, 278-291.

17. Mieszkowski, Peter M.(1967), "On the Theory of Tax Incidence," Journal of Political Economy 75, 250-262.

18. McLure, Charles E.(1975), "General Equilibrium Incidence Analysis. The Harberger Model After Ten Years," Journal of Public Economics 4, 125-161.

19. Pomery, John(1983), "Restricted Stock Markets in Simple General Equilibrium Models with Production Uncertainty," Journal of International Economics 15, 253-276.

20. Ratti, Ronald A./Shome, Parthasarathi(1977), "The General Equilibrium Theory of Tax Incidence under Uncertainty," Journal of Economic Theory 14, 68-83.

21. Sakai, Yasuhiro(1978), "A Simple General Equilibrium Model of Production: Comparative Statics with Price Uncertainty," Journal of Economic Theory 19, 287-306.

22. Samuelson, Paul A.(1947), "Foundations of Economic Analysis," enlarged ed. 1983, Cambridge: Harvard University Press.

23. Sandmo, Agnar(1985), "The Effects of Taxation on Savings and Risk Taking," in: Auerbach/Feldstein(eds.), Handbook of Public Economics I, Amsterdam: North-Holland.

24. Sandmo, Agnar(1971), "On the Theory of the Competitive Firm under Price Uncertainty," American Economic Review 61, 65-73.

25. Stiglitz, Joseph E.(1969), "The Effects of Income, Wealth, and Capital Gains Taxation on Risk Taking," Quarterly Journal of Economics 83, 262-283.

Anhang A: Einkommenselastizität der Nachfrage nach riskanten Anlagen

Im Text liegt in (4.1) folgendes Maximierungsproblem vor ($p_y=1$):

$$(A.1)\quad \max_{Z_x, Z_y} E[U(C)],\quad C = \theta.Z_x + Z_y,\quad N.B.:\quad M = p_x.Z_x + 1.Z_y$$

Setzt man die Budgetbeschränkung in die Zielfunktion ein und definiert man den Anteil der riskanten Anlagen am Budget als $a=(p_x.Z_x)/M$, so ergibt sich als Konsum

$$(A.2)\quad C = \theta.Z_x + M - p_x.Z_x = M.[(\theta-p_x).(a/p_x) + 1].$$

Das Maximierungsproblem reduziert sich um eine Dimension auf

$$(A.3)\quad \max_{a} E[U(C)] = E[U(M.[(\theta-p_x).(a/p_x) + 1])]$$

Notwendige und hinreichende Bedingungen für ein Maximum sind

$$(A.4a)\quad E[U'(C).(\theta-p_x).(M/p_x)] = 0 \quad <=> \quad E[U'(C).(\theta-p_x)] = 0,$$

$$b)\quad E[U''(C)(\theta-p_x)^2.(M/p_x)^2] < 0 \quad <=> \quad E[U''(C).(\theta-p_x)^2] < 0.$$

Die Einkommenselastizität der Nachfrage nach riskanten Anlagen er-

gibt sich bei Benützung von $M/Z_x = p_x/a$ als

$$(A.5)\quad \pi_x = \frac{M}{Z_x}.\frac{dZ_x}{dM} = \frac{p_x}{a}.\frac{d}{dZ_x}\left(\frac{aM}{p_x}\right) = 1 + \frac{M}{a}.\frac{da}{dM}.$$

Die implizite Ableitung der Bedingung erster Ordnung (A.4à) ergibt

$$(A.6)\quad \frac{da}{dM} = -\frac{E[U''(C).(\theta-p_x).C]p_x}{E[U''(C).(\theta-p_x)^2]}.$$

Nach Substitution in (A.5) und Benützung von $(p_x/M)=(a/Z_x)$ folgt

$$(A.7)\quad \pi_x = 1 - \frac{1}{Z_x}.\frac{E[U''(C).(\theta-p_x).C]}{E[U''(C).(\theta-p_x)^2]}.$$

Die Einkommenselastizität der Nachfrage nach riskanten Wertpapieren ist größer als eins, wenn $E[U''(C).(\theta-p_x).C]$ positiv ist, ansonsten ist sie kleiner oder gleich eins. Das Vorzeichen dieses Ausdrucks hängt von der Art der relativen Risikoabneigung ab. Es gilt somit:

$$(A.8)\quad \pi_x \begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix} 1 \quad <=> \quad R_R(C) = -\frac{C.U''(C)}{U'(C)} \text{ ist } \begin{matrix}\text{zunehmend}\\\text{konstant}\\\text{abnehmend}\end{matrix} \text{ in } C.$$

Beweis: Es sei C^o der Konsum, wenn θ den Wert p_x in (A.2) annimmt, d.h. $C^o = M$. Wenn $(\theta - p_x) > 0$ bzw. $C > C^o$ ist, dann gilt

$$(A.9)\quad R_R(C) = -\frac{C.U''(C)}{U'(C)} \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} R_R(C^o), \quad \text{wenn } R_R \begin{matrix} \text{zunehmend} \\ \text{konstant} \\ \text{abnehmend} \end{matrix} \text{ ist.}$$

$$\Leftrightarrow \quad U''(C).C \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} - R_R(C^o).U'(C).$$

Multipliziere mit $(\theta - p_x) > 0$ und nimm den Erwartungswert:

$$(A.10)\quad E[U''(C)(\theta - p_x)C] \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} -R_R(C^o)E[U'(C)(\theta - p_x)] = 0 \text{ je nach } R_R(C).$$

Die Beziehung in (A.10) gilt auch für $C < C^o$, da in diesem Fall die Ungleichheitszeichen in (A.9) vertauscht sind, aber durch Multiplikation mit $(\theta - p_x)] < 0$ wieder wie in (A.10) vorliegen. Die Ausdrücke in (A.10) und (A.7) beweisen (A.8). ||

Wenn also die relative Risikoabneigung konstant ist, dann sind die Einkommenselastizitäten der Wertpapiernachfragen gleich eins: $\pi_x = \pi_y = 1$. Dies zeigt man durch Ableitung der Budgetbeschränkung $M = p_x.Z_x + p_y.Z_y$ nach dem Einkommen:

$$(A.11)\quad 1 = p_x.\frac{\delta Z_x}{\delta M} + p_y.\frac{\delta Z_y}{\delta M}.$$

Wird der Ausdruck $p_x.(\delta Z_x/\delta M)$ mit $(M/M).(Z_x/Z_x)$ und $p_y.(\delta Z_y/\delta M)$ mit $(M/M).(Z_y/Z_y)$ erweitert, so schreibt sich (A.11) als

$$(A.12)\quad \frac{p_x.Z_x}{M}.\pi_x + \frac{p_y,Z_y}{M}.\pi_y = 1$$

Wenn π_x gleich eins ist, dann folgt $\pi_y = 1$, weil sich die beiden Budgetanteile zu eins aufaddieren.

Anhang B: Definition der Substitutionselastizität via Kostenfunktionen

Bei der Ableitung der Substitutionselastizität entlang der Einheitsisoquante sind folgende Eigenschaften der Kostenfunktion wichtig:

a) Die Kostenfunktion ist homogen vom Grad Eins in den Faktorpreisen: $c(w,r) = r.c_K + w.c_l$.

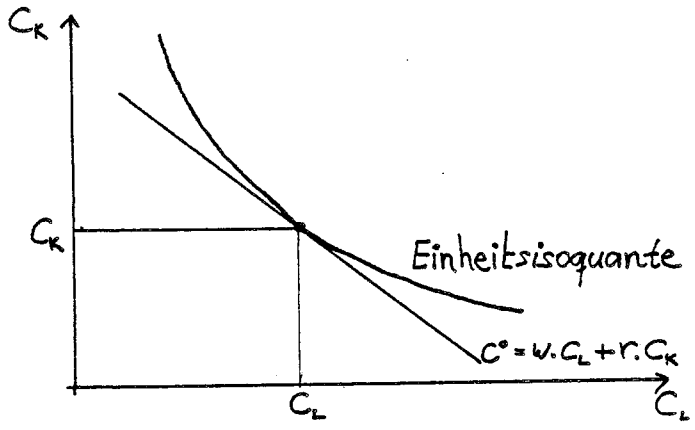
b) Ihre partiellen Ableitungen, d.h. die Faktornachfragen pro Outputeinheit, sind homogen vom Grad Null in den Faktorpreisen:

$w.c_{ll} + r.c_{lK} = 0, \quad w.c_{Kl} + r.c_{KK} = 0.$

Die Indizes für die Sektoren X und Y werden in diesem Anhang der besseren Übersicht wegen ausgelassen. Die Substitutionselastizität ist in (B.1) definiert:

$$(B.1) \quad -\sigma = \frac{\delta \ln(c_K/c_l)}{\delta \ln(r/w)}.$$

Schaubild:



1. Schritt:

$$(B.2) \quad d\left(\frac{r}{w}\right) = \frac{1}{w}.dr - \frac{r}{w^2}.dw.$$

Werden die Gesamtkosten auf dem Niveau C° konstant gehalten, so heißt dies

$$(B.3) \quad dC^\circ = 0 = c_l.dw + d_K.dr.$$

Wird dr aus (B.3) in (B.2) eingesetzt, dann resultiert nach Ausnutzung von Eigenschaft a)

$$(B.4)\quad d\left(\frac{r}{w}\right) = -\frac{c}{w^2 . c_k}.dw$$

2. Schritt:

$$(B.5)\quad \frac{d[c_k(w,r)/c_1(w,r)]}{dw} = \frac{c_1[c_{k1}+c_{kk}(dr/dw)] - c_k[c_{11}+c_{1k}(dr/dw)]}{c_1^2}$$

Nach Substitution von $dr/dw = -c_1/c_k$ aus (B.3) und Umformung liest sich (B.5) als

$$(B.6)\quad \frac{d(c_k/c_1)}{dw} = \frac{[c_1 . c_k . c_{k1} - c_1^2 . c_{kk} - c_k^2 . c_{11} + c_1 . c_k . c_{1k}]}{c_k . c_1^2}.$$

3. Schritt:

$$(B.7)\quad -\sigma = \frac{d(c_k/c_1)}{d(r/w)}.\frac{(r/w)}{(c_k/c_1)} = -\frac{r.w.c_1}{c}.\frac{d(c_k/c_1)}{dw} =$$

$$= -\frac{1}{c . c_k c_1}.[r c_k . w c_1 . c_{k1} - w c_1 . r c_{kk} . c_1 - r c_k . w c_{11} . c_k + w c_1 . r c_k . c_{1k}]$$

$$[.] = r c_k\{w c_1 . c_{k1} + (-w c_{11}).c_k\} + w c_1 .\{r c_k . c_{k1} + (-r c_{kk}).c_1\}.$$

Wegen b) gilt $(-w.c_{11}) = r.c_{1k}$ und $(-r.c_{kk}) = w.c_{k1}$. Weiters

gilt $c_{1k} = c_{k1}$ und Eigenschaft a). Die Ausnutzung dieser Eigenschaften führt zu $[.] = c^2.c_{k1}$. Daher vereinfacht sich (B.7) zu

$$(B.8)\quad \sigma = \frac{c_{k1}.c}{c_1.c_k} = \frac{-w.c_{11}.c}{r.c_1.c_k}.$$

Daß zweite Gleichheitszeichen ergibt sich aus Eigenschaft b).

Daß die hier verwendete Definition der Substitutionselastizität mit der üblicheren Definition über die Produktionsfunktion übereinstimmt, kann leicht gezeigt werden.

$$(B.9)\quad -\sigma_x = \frac{d\log(K_x/L_x)}{d\log(r/w)} = \frac{d\log K_x}{d\log(r/w)} - \frac{d\log L_x}{d\log(r/w)}.$$

$$\frac{d\log K_x}{d\log(r/w)} = \frac{(dc_{kx})/c_{kx}}{(d(r/w))/(r/w)} = \frac{c_{kx}'}{(r'-w')},$$

$$\text{denn } \left(\frac{r}{w}\right)' = \frac{d(r/w)}{r/w} = \frac{w}{r}.\left(\frac{1}{w}.dr - \frac{r}{w^2}.dw\right) = (r'-w').$$

Ebenso $\frac{d\log L_x}{d(r/w)} = \frac{c_{1x}'}{(r'-w')}$. Verwendet man nun (4.42a,b) im Text, so wird (B.9) zu

$$(B.10)\quad -\sigma_x = \frac{c_{kx}'}{(r'-w')} - \frac{c_{1x}'}{(r'-w')} = -\alpha_{1x}.\sigma_x - \alpha_{kx}.\sigma_x = -\alpha_x.$$

Daher muß die in (4.42a,b) verwendete Definition der Substitutionselastizität mit der in (B.9) verwendeten Definition übereinstimmen.

Anhang C: Absolute Risikoabneigung und die Nachfrage nach riskanten Anlagen

Wenn die absolute Risikoaversion $R_A(I) = -U''(I)/U'(I)$ abnehmend im Einkommen ist, dann gilt $E[U'''(I(s)).(\theta(s)-q_x)] \geq 0$.

Beweis: Die Bedingung erster Ordnung für das Portfolio-Problem des Konsumenten ist

$$(11) \quad E[U'(.).(\theta-q_x)] = 0.$$

Das Einkommen ist mit $I(s) = (\theta(s)-q_x).Z_x + w.L^h + r.K^h$ gegeben.
Sei $\theta^* = q_x$ (θ wird hier als stetig angenommen), dann ist
$U'(I^*).(\theta^*-q_x) = 0$ und
$\theta \geq (<)\ \theta^* = q_x \quad <=> \quad I \geq (<)\ I^*$.
Wenn $R_A(I)$ im Einkommen abnimmt, dann gilt
$- U''(I)/U'(I) = R_A(I) \leq (>)\ R_A(I^*)$ für $I \geq (<)\ I^*$.
Daher, $U''(I) \geq (<)\ -R_A(I^*).U'(I)$ für $\theta \geq (<)\ \theta^* = q_x$.
Nach Multiplikation von $(\theta-q_x)$ auf beiden Seiten ergibt sich
$U''(I).(\theta-q_x) \geq -R_A(I^*).U'(I).(\theta-q_x)$,
und nach Bildung des Erwartungswertes
$E[U''(I).(\theta-q_x)] \geq -R_A(I^*).E[U'(I).(\theta-q_x)] = 0$.
Die rechte Seite folgt aus (11). Daher gilt in (15),

$$\frac{dZ_x(q_x)}{dq_x} < 0 \quad \text{für abnehmende absolute Risikoabneigung.} \;||$$

Anhang D: Risikoabneigung und die Grenzrate der Substitution zwischen Wertpapieren

Wenn die absolute Risikoabneigung $R_A(I)$ abnimmt und die relative Risikoabneigung $R_R(I)$ zunimmt bzw. konstant bleibt,

$$(D.1)\quad R_R(I) = - I.\frac{U''(I)}{U'(I)},$$

dann nimmt auch die Grenzrate der Substitution zwischen den Anlagen zu, d.h. $d^2Z_y/dZ_x^2 > 0$ (siehe (19) im Text.

Beweis: Das Einkommen beträgt $I(s) = \theta(s).Z_x + Z_y$ und die Grenzrate der Substitution ist

$$(18)\quad -\frac{dZ_y}{dZ_x} = \frac{E[U'(I(s)).\theta(s)]}{E[U'(.)]} = \frac{E[U'.\theta]}{E[U']}.$$

Die Ableitung in Bezug auf Z_x ergibt

$$(D.2)\quad \frac{d^2Z_y}{dZ_x^2} = - \frac{E[U''\{\theta^2+\theta(dZ_y/dZ_x)\}].E[U']}{E[U']^2} + \frac{E[U'.\theta].E[U''.\{\theta+dZ_y/dZ_x\}]}{E[U']^2}.$$

Da im Optimum des Konsumenten die Grenzrate der Substitution

zwischen den Aktien and dem Marktpreis q_x angeglichen wird, erhält man nach Substitution von $dZ_y/dZ_x = - q_x$

$$(D.3)\quad \frac{d^2Z_y}{dZ_x^2} = \frac{E[U'.\theta].E[U''.(\theta-q_x)] - E[U''.\theta.(\theta-q_x)].E[U']}{E[U']} =$$

$$= \frac{q_x.E[U''.(\theta-q_x)] - E[U''.\theta.(\theta-q_x)]}{E[U']}$$

Nach den Argument von Anhang C ist $E[U''.(\theta-q_x)]$ positiv. Die Grenzrate der Substitution ist daher zunehmend, wenn

$$(D.4)\quad E[U''.\theta.(\theta-q_x)] < 0.$$

Die letzte Ungleichung ist erfüllt, wenn die relative Risikoaversion $R_R(I)$ zunimmt oder konstant bleibt. Um dies zu zeigen, nehme man an: $\theta^* = q_x$.

$\Rightarrow$ $U'(I^*).(\theta^*-q_x) = 0$. Außerdem,

$\theta \geq (<) \theta^* \Leftrightarrow I \geq (<) I^*$.

Wenn $R_R(I)$ zunimmt oder konstant bleibt, dann gilt

$- I.U''(I)/U'(I) \geq (<) R_R(I^*)$ für $I \geq (<) I^*$ und $\theta \geq (<) \theta^*$,

$\Leftrightarrow$

$U''(I).I \leq (>) -R_R(I^*).U'(I)$ für $\theta \geq (<) \theta^*$.

Erweiterung mit $(\theta-q_x)$ und Bildung des Erwartungswertes ergibt

$$(D.4)\quad E[U''(I).I(\theta-q_x)] \leq -R_R(I^*)E[U'(I).(\theta-q_x)] = 0 \text{ für } \underline{\text{alle}}\ \theta.$$

Die rechte Seite folgt aus der Bedingung erster Ordnung in (11). Substitution von $I(s) = \theta.Z_x + Z_y$ in (D.4) und Umordnung ergibt einen äquivalenten Ausdruck

(D.5) $Z_x.E[U''.\theta.(\theta-q_x)] + Z_y.E[U''.(\theta-q_x)] \leq 0.$

Da nach dem Argument vom Anhang C $E[U''.(\theta-q_x)] > 0$ gilt, folgt, daß (D.4) unter den Annahmen über die Risikoabneigung erfüllt sein muß. Daher ist $d^2Z_y/dZ_x^2 > 0$ für abnehmende absolute und zunehmende oder konstante relative Risikoaversion. ||